

# Mikrokáosz az egyensúlyozásban – elmélet és kísérlet

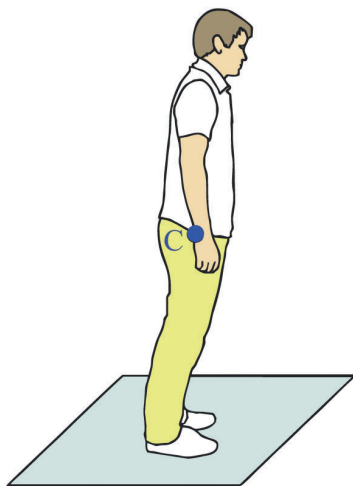
**I**nstabil rendszerek egyensúlyozása, stabilizálása a természetben és a mérnöki gyakorlatban is előfordul. Mindkét esetben fontos szerepet játszik az időkézés, amely az érzékelés és a beavatkozás között telik el. A mindennapi életben természetes dolognak tűnik, hogy egy helyben tudunk állni, pedig összetett feladatról van szó. A feladatot leegyszerűsítve az inverz inga egyensúlyozásához jutunk, ez a szabályozó algoritmusok vizsgálatára alkalmas egyik legegyszerűbb teszt. Cikkünkben az emberi egyensúlyozással kapcsolatos kaotikus viselkedést az inverz inga modelljén és kísérleteken keresztül mutatjuk be.

## Járás két lábon

A két lábon járás, más szóval bipedalizmus, igen kiváltságos dolog, a természetben az élőlényeknek csak kis százaléka képes erre a helyváltoztatási módra. A két hátsó láb használatának különböző szintjei vannak: állás, járás, futás, ugrás. Számos állat csak állni képes két lábon, vagy csak átmenetileg használja a két lábon járást, például a medve, vagy néhány majom, amikor a táplálékszerzés vagy a harc ezt kívánja. A főemlősök, a madarak és kengurufélék járásra és futásra is képesek kizárólag hátsó lábait használva. Érdekes, hogy vannak gyíkok, amelyek két lábon csak futni képesek, jární nem – ezt veszélyhelyzetben használják. Az ugróegerek és egyes rágcsálók gyakran két lábon ugrálva közlekednek [1]. Az ember ezek közül mindre képes, tehát igen fejlett kétlábúnak tekinthető. Ezt támasztja alá az is, hogy a két lábon járásra utaló nyomok 4 millió évre vezethetők vissza az *Australopithecus* kapcsán [2].

A bipedalizmus különböző előnyöket kínál egy faj számára. A nézőpont magasabbra kerül, amelynek következménye a látómező megnövekedése. Előnyt jelent a magasan levő táplálék elérésében, továbbá felfüggesztett helyzetben a mozgásra nem használt végtagok felhasználhatók tárgyak manipulálására.

A két lábon járásnak azonban ára is van: veszítünk a gyorsaságból, ami a leggyorsabb két- és néglábú állatok összehasonlításából is látszik: a strucc legnagyobb

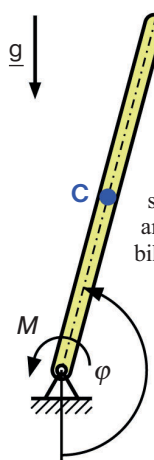


1. ábra. Az egyensúlyozás mechanikai modellje, az inverz inga [3]. *C* a súlypont helyét, *M* a bokánál kifejtendő nyomatékot,  $\varphi$  pedig az inga alulról mért szögét jelenti

sebessége 65 km/ó, míg a gepárdé meghaladja a 100 km/ó-t. Előny viszont, hogy nagyon fejlett szabályozás szükséges az egyensúlyozáshoz – ahogyan ezt a következőkben bemutatjuk.

## Emberi egyensúlyozás – inverz inga

Az emberi egyensúlyozás során kétféle stratégiát különböztetnek meg a szakirodalomban [4, 5]. Az egyik az ún. boka-stratégia, amelyben az emberi test egyetlen merev testként modellezhető, ami a boka körül tud elfordulni, és amire ott egy nyomaték fejthető ki (1. ábra). A másik az ún. csípő-stratégia, ahol egy kettős ingaként modellezhető az ember, mivel a bokánál és a csípőnél is van egy-egy csuklópont. Ahhoz, hogy vizsgálatunk a lehető legegyszerűbb legyen, a boka-stratégiával foglalkozunk, az oldalirányú mozgást pedig teljes mértékben figyelmen kívül hagyjuk. Csak az emberi test szimmetriájában, az ún. szagittális síkban történő mozgásokat vizsgáljuk. Az inga függőlegeshez képest, alulról mért szögét  $\varphi$ , szögsebességét  $\omega$ , gyorsulását pedig  $\varepsilon$  jelöli.



A felfelé állított (inverz) ingán keresztül belátható, hogy álló helyzetünk instabil. Az ingát a felső egyensúlyi helyzetében kicsit megzavarva, a kitérést még inkább elősegítő gravitációs erőből származó nyomaték keletkezik, amelytől az inga még jobban kibillen, és így tovább. Ezt úgy is beláthatjuk, hogyha megvizsgáljuk az inga helyzeti energiáját, amelynek a felső egyensúlyi helyzetben ( $\varphi = \pi$ ) maximuma van:

$$U = -mg \frac{l}{2} \cos \varphi$$

A fenti helyzeti energia a *C* súlypont rögzítési ponthoz képest mért magasságából számítható, és *l* a rúd hossza. Az instabil helyzet egyensúlyozását az agy végzi az érzékszerveink által biztosított jelek alapján az izmoknak küldött parancsokkal. Ha az agy kikapcsolna, azonnal elesnénk: ennek következménye, hogy az ember állva nem tud aludni.

## Instabil rendszerek egyensúlyozása

Az instabilitásnak lehetnek előnyei is. Ha odafigyelünk, észre vesszük, hogy a zöldre váltó jelzőlámpánál úgy indulunk el, hogy először hagyjuk kicsit előredőlni testünket, majd utána kezdjük el megtenni az első lépést. A járás tehát tulajdonképpen egy ismétlődő, irányított dőlés, a jelenség neve „botladozás”. A botlást a járásnál a test dőlése indítja el, és az elől lévő láb állítja meg. Ez a stratégia energiafelhasználás szempontjából igen hatékony, és lényeges, hogy működtetéséhez szükséges az egyensúlyi helyzet instabilitása.

Ha tehát az egyensúlyi helyzetünk instabil, könnyebben tudjuk magunkat onnan kimozdítani, azaz gyorsabban reagálhatunk nem várt eseményekre. Ugyanezt a jelenséget használták ki például a vadászpilóták tervezésénél is: a szárnyakat a megfelelő szögben helyezik el, ahogyan ezt a 2. ábra mutatja. A régi, stabilan repülő



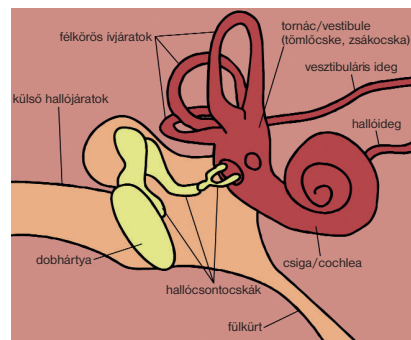
2. ábra. Stabil (fent) és instabil szárnyelrendezés (alul)

lő típusoknál a szárnyak enyhén felfelé állnak stabilitást biztosítva. Az új, jobban manőverezhető vadászgépeknél a rendszer instabil, szabályozás nélkül nem lenne képes repülni.

### Az egyensúlyozásban szerepet játszó érzékszervek és a késés

Az előzőekben kiderült, hogy álló helyzetünk instabil, az egyensúlyozáshoz pedig testünk állapotának érzékelésére van szükség. Az érzékszervek által nyújtott jelek először az agyba kerülnek. Ezeket a jeleket agyunk feldolgozza, majd döntést hoz arról, hogy testünk izmaival hogyan módosítsuk testhelyzetünket, szabályozástechnikai terminológiával élve, milyen beavatkozást hajtsunk végre annak érdekében, hogy ne essünk el. Ez a folyamat időt vesz igénybe, ezt az eltelt időt tekintjük a szabályozás időkéésésének.

3. ábra. A segway mint önmagát egyensúlyozni képes mesterséges rendszer, az emberi egyensúlyozáshoz nagyon hasonló folyamatokat visz végbe, beleértve az információgyűjtést és azok feldolgozását

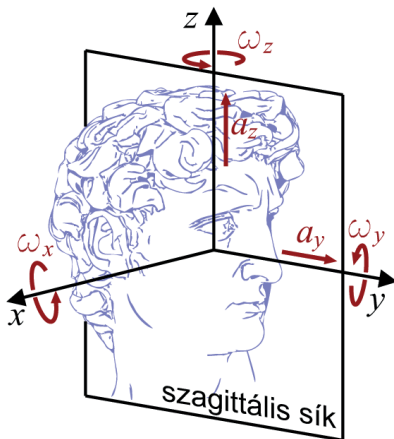


4. ábra. A belső fül felépítése

zékelés és beavatkozás közti késés is ugyanúgy jelen van, mint a természetben. Az egyensúlyi helyzet körüli imbolygás is megfigyelhető, csak általában kisebb, mivel a számítógépes szabályozásnál a késés is kisebb. A legjobb példa a 3. ábrán látható segway, ami egy újszerű egyéni közlekedési eszköz. Magára hagyva a segway is képes egyensúlyozni önmagát, de a billegés itt is megfigyelhető.

Ahhoz, hogy az emberi agyban végbe menő szabályozást jobban megértsük, érdemes megvizsgálni az egyensúlyozásban részt vevő érzékszerveket. A fül része a 4. ábrán látható belső fül, amely az egyensúlyozásban elengedhetetlen szerepet játszik. A belső fül egyensúlyozásért felelős szerve két fő részre osztható, az egyik a fej szögsebességének érzékelésére szolgál, míg a másik rész a gyorsulás és a fej pozíciójának érzékelését teszi lehetővé [6,7].

A fej térbeli szögsebességét a három különböző síkban fekvő félkörös ívjárat segítségével érzékeljük. Ez a három sík hozzávetőlegesen merőleges egymásra, ami azért van, hogy a tér egymásra merőleges három tengelye körüli elfordulást tudjuk érzékelni. Az ívjáratokat folyadék tölti meg, és fejünk elfordulásakor a folyadék tehetetlenségéből adódóan lemarad fejünkhöz képest, vagyis az ívjáratokban áramlás jön létre. Ezt a megfelelő sejtek érzékelik, és továbbítják a jeleket az idegrendszer felé. A vízszintes félkörös ívjárat (horizontál semicircular canal) nagyjából a vízszintes síkban helyezkedik el, és az 5. ábrán látható függőleges tengely körüli  $\omega_z$  szögsebesség érzékeléséért felelős. A másik két ívjárat, az elülső és hátsó félkörös ívjárat, a függőleges síkban helyezkedik el (anterior, posterior semicircular canal), így a vízszintes síkban lévő két tengely körüli  $\omega_x$  és  $\omega_y$  elfordulási sebességet képesek érzékelni. A fej forgásának érzékelése mellett a fej gyorsulását és orientációját is érzékeljük az ún. tömlőcske (utricle) és zsákocská (sacculle) szervekkel, amelyek a tekintetünk irányába eső  $a_x$ , illetve a függőleges irányú  $a_z$  gyorsulást képesek mérni (5. ábra). Mivel a gravitációt állandó függőleges gyorsulásként érzékeljük, ez a két szerv együttesen



5. ábra. A fej mozgásának érzékelése:  $a_x$ ,  $a_y$  és  $a_z$   $x$ ,  $y$  és  $z$  tengely irányú gyorsulás, valamint  $\omega_x$ ,  $\omega_y$  és  $\omega_z$ ,  $x$ ,  $y$  és  $z$  tengely körüli elfordulási sebesség

a fej függőlegeshez viszonyított elfordulási szögét is érzékelni tudja a szagittális síkban. Az egyensúlyt érzékelő szervek jelei közvetlenül a szemmozgást és a testtartást befolyásolják.

A belső fül szervein kívül természetesen a látás, illetve a környezettel való érintkezést érzékelő idegek, a tapintás is részt vesznek az egyensúlyozáshoz szükséges információgyűjtésben. Nagyon fontos például egy látott képnél a függőleges referenciavonallal (épület vagy fa) meglelte, vagy a talpon lévő nyomáeloszlás érzékelése.

Összefoglalva tehát érzékszerveink pozíció-, sebesség- és gyorsulástartadatok adnak agyunk számára. Egy számítógéppel szabályozott rendszer működéséhez is ugyanezek szükségesek, és éppen megfelelőek egy ún. PDA szabályozó megvalósításához, amelyet jelen munkában vizsgálunk, és a későbbiekben részletesen bemutatunk.

### Érzéketlenségi sáv

Az imbolygás kialakulásában kulcsfontosságú szerepet játszik az is, hogy az érzékszervek érzéketlenek a kis ingerekkel szemben – emiatt elvileg is lehetetlen billegés nélkül egyensúlyozni. Mivel az egyensúlyi helyzethez viszonyított kis szögtérteket nem érzékeljük, egy ideig mindenféle beavatkozás nélkül kezdünk el dőlni, majd az érzékelési küszöb elérése után kis késéssel beavatkozunk. Az érzékelési küszöb értékét nemcsak a függőlegeshez viszonyított szög, hanem a szögsebesség, szöggyorsulás esetében is figyelembe kell venni.

### Szabályozó algoritmus

Az előzőekben számításba vettük, hogy milyen érzékszervek játszanak szerepet az

egyensúlyozásban. Azt azonban, hogy a begyűjtött információkat hogyan dolgozza fel agyunk, igen nehéz megmondani. Széles körben elfogadott feltételezés, hogy a műszaki gyakorlatból jól ismert arányos szabályozó elvéhez hasonlóan működhet agyunk is. Elsőként tekintsük át a legegyszerűbb, ún. PD szabályozó működését, amelynek elnevezése arra utal, hogy a hibajellel arányos (proportional), illetve a hibajel változási sebességével, azaz deriváltjával (derivative) arányos beavatkozási jelet jön létre.

Tételezzük fel, hogy egy testet, amelynek tömege van –, ami lehet például egy robot karja is – az  $x = 0$  pozícióban kívánunk tartani, amelyhez egy szervomotor biztosítja a szabályozóerőt. Ahogy az a 6a. ábrán is látszik, a szabályozóerő nagyságát egy számítógép számítja ki, amely számra visszacsatoljuk a test helyzetét megadó  $x$  koordinátát és  $v$  sebesség jelt. Az arányos szabályozó elnevezés abból fakad, hogy a  $Q$  szabályozóerő egy pozícióhibával (ami jelen esetben maga az  $x$  érték) és egy sebességgel arányos tagból áll:

$$Q(t) = -K_P x(t) - K_D v(t).$$

A szabályozó által kiszámított erővel a 6b. ábra alapján felírhatjuk Newton második törvényét (a testre csakis  $Q$  erő hat), ami megfelel a 6c. ábrán látható ideális rugóval és lengéscsillapítóval ellátott lengőrendszer mozgásegyenletének:

$$m\ddot{x} = -K_D \dot{x} - K_P x.$$

Tehát a  $K_P$  szabályozó paraméter felel meg a rugóállandónak,  $K_D$  pedig a sebességgel arányos közegellenállási erő együtthatójának.

Mindkét rendszer időbeli mozgását a 6d. ábra szemlélteti: pozitív  $K_D$  és  $K_P$  szabályozóparaméterek esetén egy PD szabályozóval ellátott rendszer ideális esetben éppen úgy viselkedik, mint egy csillapított mechanikai rendszer, az  $x = 0$  egyensúlyi

helyzet stabil, a rezgési amplitúdó exponenciálisan csökken.

Az emberi egyensúlyozás leírására használt PDA szabályozó abban különbözik az előzőekben bemutatott PD szabályozótól, hogy a gyorsulást mint mért jelet is visszacsatoljuk. A gyorsulás visszacsatolására utal a PDA rövidítésben a utolsó betű (acceleration). A továbbiakban a PDA szabályozást alkalmazzuk, de már az inverz ingára, s ezért áttérünk az  $x$  helykoordinátáról a  $\varphi$  szögre. A  $Q$  szabályozó erő helyébe ekkor az  $M$  szabályozó forgatónyomaték lép, amelyet három különböző járulékok összegeként írunk fel:

$$M(t) = Q_P + Q_D + Q_A,$$

ahol az egyes tagok a következőképpen állnak elő a szenzorok érzéketlenségi zónájának figyelembevételével [3]:

$$Q_P(t) = \begin{cases} 0 & \text{ha } |\varphi(t-\tau)| < \varphi_0 \\ -K_P(\varphi(t-\tau) - \pi) & \text{ha } |\varphi(t-\tau)| \geq \varphi_0 \end{cases}$$

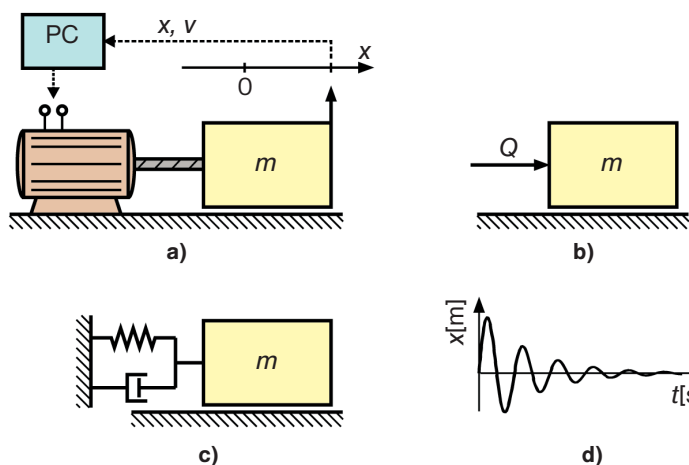
$$Q_D(t) = \begin{cases} 0 & \text{ha } |\dot{\varphi}(t-\tau)| < \omega_0 \\ -K_D \dot{\varphi}(t-\tau) & \text{ha } |\dot{\varphi}(t-\tau)| \geq \omega_0 \end{cases}$$

$$Q_A(t) = \begin{cases} 0 & \text{ha } |\ddot{\varphi}(t-\tau)| < \varepsilon_0 \\ -K_A \ddot{\varphi}(t-\tau) & \text{ha } |\ddot{\varphi}(t-\tau)| \geq \varepsilon_0 \end{cases} \quad 3$$

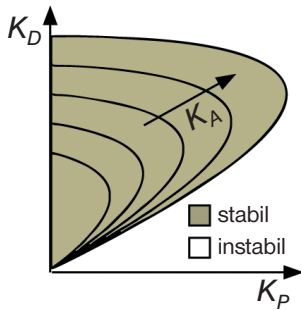
Az időkésést úgy vesszük figyelembe, hogy a mért jeleket  $\tau$  késleltetéssel írjuk be a szabályozóerőbe. Figyelembe vesszük továbbá az érzékszerveknél megfigyelhető érzéketlenségi sávot is. Ha például a függőlegeshez képest mért szöghiba kisebb, mint a  $\varphi_0$  küszöbérték, akkor a szöghiba alapján nem képződik beavatkozási erő. Ehhez hasonlóan a szögsebességre és a szöggyorsulásra is bevezethetünk egy  $\omega_0$  és egy  $\varepsilon_0$  érzékelési küszöbértéket.

Az időkésés jelenléte miatt az egyensúlyi helyzet már nem lesz stabil bármilyen pozitív  $K_P$ ,  $K_D$  és  $K_A$  szabályozási paramétereknél. Túlzottan nagy értékek esetén az

6. ábra. a) Számítógépes szabályozás elve; b) Szabadtest ábra; c) Csillapított lengőrendszer; d) Csillapított lengőrendszer időbeli mozgása



egyensúlyi helyzet körül növekvő amplitúdójú rezgés jön létre, vagyis az egyensúlyi helyzet instabillá válhat. A megfelelő választást a 7. ábrán látható stabilitási térkép segíti [3].



7. ábra. A PDA szabályozó stabilitási térképe az időképletelés figyelembevételével

### Kísérlet

Az emberi egyensúlyozás közben megfigyelhető imbolygást egy kísérleti eszköz segítségével demonstráljuk. A 8a. ábrán látható inga végén egy ventilátor található. A ventilátorral kifejtett  $F$  erő rögzítési pontra számított  $M$  nyomatékával lehet befolyásolni az inga alsó helyzetétől mért  $\varphi$  szögelfordulását (l. keretes szöveg). A  $\varphi$  szöget egy potenciométerrel mérjük, és ebből számoljuk az  $\omega$  szögsebesség jelét is.

A felső holtponthi helyzetben ( $\varphi \neq 80^\circ$ ) a ventilátor forgásiránya gyakran változna, és ebben a tartományban a lapátok kialakí-

tása miatt nem egyforma nagyságú tolóerő ébredne ellentétes forgásirány esetén. Ezért egy állandó fordulatszámot állítottunk be a ventilátor számára, ami a függőlegeshez képest eltolja az egyensúlyi helyzetet a 8b. ábrának megfelelően. A folytonos vonal a stabil ( $\varphi_s$ ), a szaggatott vonal pedig az instabil ( $\varphi_i$ ) egyensúlyi helyzeteket jelöli. Átfogalmazott feladatunk tehát, hogy egy állandó ventilátor-fordulatszámhoz tartozó,  $\varphi_i = 180^\circ$  instabil egyensúlyi helyzetben stabilizáljuk az ingát. A szabályozó algoritmusban ez úgy valósul meg, hogy a PDA szabályozó által kiszámított  $M$  nyomatékérték mellett egy állandó  $M_0$  jelet is kiküldünk a ventilátor számára.

Az érzékszervek érzéketlenségi sávjának hatását az első mérésnél a lehető legkisebbre vettük, ami az egy bitnek megfelelő érzékelt jelet jelenti a digitális átalakítón, vagyis kb.  $\varphi_0 = 0,002$  rad,  $\omega_0 = 0,1$  rad/s és  $\varepsilon_0 = 5$  rad/s<sup>2</sup> értékekkel számolhattunk a

### A mozgásegyenlet

A kísérlet során az eddigieken túlmenő fizikai hatásokat (csillapítás, légellenállás, sűrűlódási nyomaték) is figyelembe kell vennünk, így az inga mozgásegyenlete a következő [8, 9]:

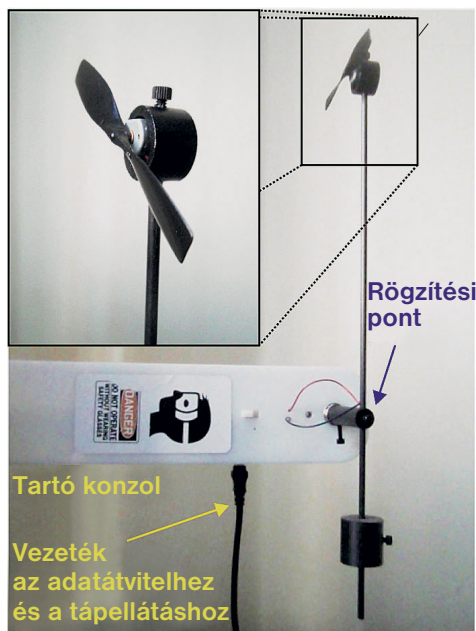
$$\varepsilon + 2D\alpha\omega + k\omega|\omega| + C\operatorname{sgn}(\omega) + \alpha^2 \sin(\varphi) = M_0 + M.$$

Itt  $\alpha$  az inga saját-körfrekvenciája kis lengések esetén,  $D$  az ún. Lehr-féle relatív csillapítási tényező,  $k$  a légellenállást leíró tényező. A Coulomb-féle sűrűlódást a  $C$  szögsebességtől független sűrűlódási nyomatékkal írjuk le.  $M_0$  a ventilátor által előállított állandó nyomaték az elfordulási pontra számolva,  $M$  pedig az előző fejezetben bemutatott szabályozó nyomaték, melyet szintén a ventilátor állít elő.

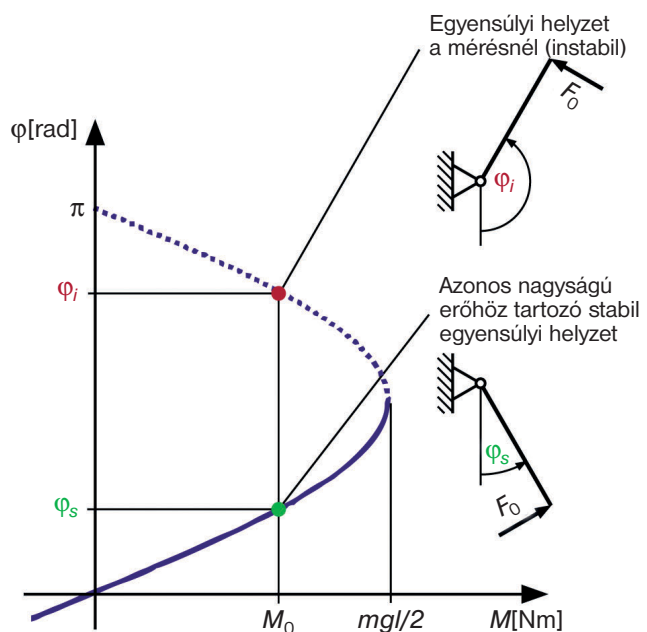
PDA szabályozóban. Ehhez járult még a digitális szabályozó mintavételezéséből adódó mintegy  $\tau = 0,02$  s időkéscés. Az ingát a felső holtponthi helyzetből indítottuk, ahonnan a szabályozó azonnal a kívánt  $\varphi_i = 2,44$  rad helyzetbe próbálta mozdítani. Az inga szöghelyzetét folyamatosan rögzítettük az idő függvényében, ezt a 9. ábra mutatja. Az ábrán kék vonallal jelölve látható, hogy kis kezdeti lengés után a  $\varphi_i = 2,44$  rad instabil egyensúlyi helyzetben marad az inga a szabályozó segítségével. A szabad szemmel alig megfigyelhető, apró, véletlenszerű kilengések az említett, egy bitnek megfelelő pozíciómérés pontatlanságából adódnak.

Ezután jelentősen megnöveltük a szöghelyzetre és szögsebességre vonatkozó érzéketlenségi tartományt  $\varphi_0 = 0,1$  rad és  $\omega_0 = 5$  rad/s értékekre. Ennek megfelelően a fekete vonallal jelölt görbén már jelentős, kaotikusnak tűnő kilengések figyelhe-

8. ábra. a) Szabályozható ventilátoros inga; b) Stabil és instabil egyensúlyi helyzetek állandó fordulatszámú, állandó  $F_0$  erőt kifejtő ventilátor esetén

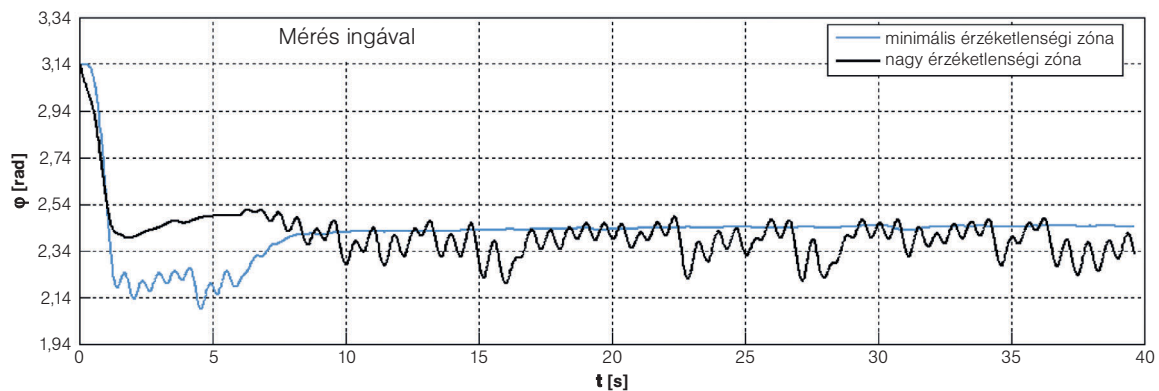


a)

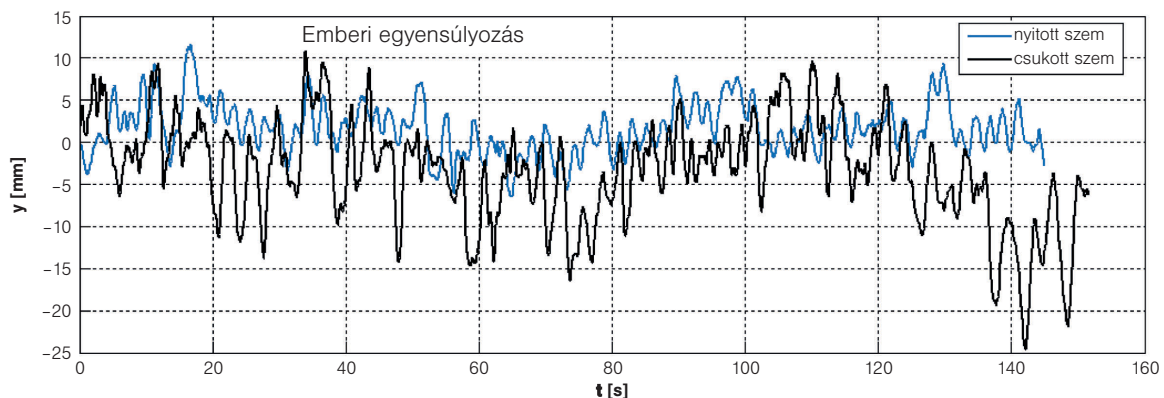


b)





9. ábra. A szabályozott ingával mért, véletlenszerűen változó szöghelyzet időjele kis és nagy érzéketlenségi tartomány esetén



10. ábra. Az ember mozgásának véletlenszerű időjele nyitott és csukott szemmel. Az y koordináta a fejre rögzített érzékelő szagittális síkban történő elmozdulását jelenti

tők meg az inga  $\varphi_i$  egyensúlyi szöghelyezete körül. A kaotikus viselkedés bizonyítása matematikai módszerekkel lehetséges [10, 11, 12], az általános tulajdonságok leírása Gruiz Márton cikkében olvasható.

Amikor az eredményeket összevetjük az emberi egyensúlyozással egy helyben állás esetén, hasonló jelenségeket tapasztalunk. Az emberi reflexek késése tízszer nagyobb,  $\tau = 0,2$  s körüli érték, az érzéketlenségi tartomány látást is használva  $\varphi_0 = 0,01 - 0,03$  rad, míg csukott szemmel  $\varphi_0 = 0,02 - 0,06$  rad. Az ennek megfelelő kaotikus jeleket mutatják a 10. ábra mérési eredményei, amit a kísérleti alany fejére szerelt érzékelővel vettünk fel nyitott és csukott szemmel történő állás esetén. Az érzékelő a fej előre, illetve hátrafelé mozgását, tehát az 5. ábrán mutatott szagittális síkban történő elmozdulást volt képes rögzíteni. Az 5. ábráról az is leolvasható, hogy a szagittális síkban történő egyensúlyozáshoz az  $a_y$  és  $a_z$ ,  $y$  és  $z$  tengely irányú gyorsulásjelek, valamint az  $\omega_x$  szögsebesség-jel járul hozzá. A grafikonokról látszik, hogy a látásra is támaszkodva kb. 15 mm széles sávon belül, míg csukott szemmel jóval szélesebb, kb. 35 mm széles sávon belül ingadozott az érzékelő pozíciója. Az alany 180 cm-es magasságát figyelembe véve ez

$\pm 0,24^\circ$  és  $\pm 0,56^\circ$  szögbeli ingadozást jelent a függőleges helyzet körül. Ennek mértéke nyilvánvalóan egyéntől és fizikai állapottól, fáradtságtól függően változhat, de az imbolygás mindenképpen jelen van.

## Összefoglalás

Az emberi egyensúlyozás egy instabil egyensúlyi helyzet stabilizálása. Az egyensúlyozáshoz felhasznált ingerek véges feloldozási ideje és érzékszerveink érzéketlenségi sávja miatt véletlenszerű imbolygás alakul ki az egyensúlyi helyzet körül, amely kísérlettel is reprodukálható. Ezeknek a kis amplitúdójú rezgéseknek a kaotikus jellegét matematikailag is bizonyíthatjuk [11, 12], méretük miatt a jelenség a mikrokáosz elnevezést kapta. Azt látjuk tehát, hogy a hétköznapi életben oly gyakori álló testhelyzetünk valójában az állandó kaotikus imbolygás révén válik stabilá.

Kutatásainkat az OTKA (101714 és 105433) támogatja.

## IRODALOM

- [1] <http://en.wikipedia.org/wiki/Bipedalism>
- [2] Henry M. McHenry (2009): "Human Evolution",

in Michael Ruse & Joseph Travis (szerk.), *Evo-lution: The First Four Billion Years*, pp. 256–280, ISBN 978-0-674-03175-3.

- [3] Tamás Insperger, John Milton, Gábor Stépán (2013): *Acceleration feedback improves balancing against reflex delay*. J. R. Soc. Interface, 10.
- [4] C. F. Runge, C. L. Shupert, F. B. Horak, F. E. Zajac (1999): *Ankle and hip postural strategies defined by joint torques*. Gait & Posture vol 10, 2, 161–170.
- [5] D. A. Winter (1995): *Human balance and posture control during standing and walking*. Gait & Posture vol. 3: 193–214.
- [6] Stépán Gábor (2004): *Mikrokáosz*. Természet Világa, 135, 60–64.
- [7] Reinhard Pabst, Reinhard Von Putz (szerk.) (2007): *Sobotta – Az ember anatómiájának atlasza I–II*. Medicina Könyvkiadó, ISBN: 9789632261027.
- [8] Habib Giuseppe, Miklós Ákos, Enikov Eniko, Stépán Gábor, Rega Giuseppe (2013): *Experimental validation of the act-and-wait control concept through the Aeropendulum*. In proc. *ICOVP – International Conference on Vibration Problems*, Portugal, Lisszabon, 2013, szeptember 9–12.
- [9] Enikov E. T., Campa G. (2012): *Mechatronic Aeropendulum: Demonstration of Linear and Nonlinear Feedback Control Principles With MATLAB/Simulink Real-Time Windows Target*. *IEEE Transactions on Education*, 55(4), 538–545.
- [10] Francis C. Moon (2004): *Chaotic and fractal dynamics – An Introduction for Applied Scientists and Engineers*. WILEY-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, Weinheim, ISBN-13: 978- 0-471-54571-2.
- [11] Haller György, Stépán Gábor (1996): *Micro-Chaos in Digital Control*. J. Nonlinear Sci., 6: 415–448.
- [12] Csemák Gábor, Stépán Gábor (2009): *Micro-chaotic Behaviour in PD-controlled Systems*. In: *2<sup>nd</sup> IFAC conference on analysis and control of chaotic systems*. London, England, June 2009, pp. 1–5.