

XI. MAGYAR MECHANIKAI KONFERENCIA

MaMeK, 2011

Miskolc, 2011. augusztus 29-31.

RUGALMASAN FELFÜGGESZTETT HÍDMODELLRE HATÓ AERODINAMIKAI ERŐK KÍSÉRLETI MEGHATÁROZÁSA MONTE CARLO MÓDSZERREL

Zelei Ambrus¹, Szabó Zsolt² és Stépán Gábor³

¹ MTA-BME Gépek és Járművek Dinamikája Kutatócsoport,
1111 Budapest, Műgyetem rkp. 5.
zelei@mm.bme.hu

^{2,3} Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem, Műszaki Mechanikai Tanszék,
1111 Budapest, Műgyetem rkp. 5.
szazs@mm.bme.hu, stepan@mm.bme.hu

Absztrakt: Nagy fesztávolságú hídszerkezetek esetén a hídra ható áramlási eredetű hatásokat is figyelembe kell venni ahhoz, hogy a megépített híd veszélyes mértékű lengései elkerülhetők legyenek. Karcsú, rugalmas szerkezetű hidak többféle aerodinamikai hatás miatt jöhetnek lengésbe, ezek közül az egyik leggyakrabban előforduló jelenség a belebegés, vagy más szóval flutter instabilitás. A belebegésre való hajlamot a szakirodalom szerint a leggyakrabban a kisminta kísérletekből meghatározott ún. flutter derivatívumok kiszámításával jósolják meg.

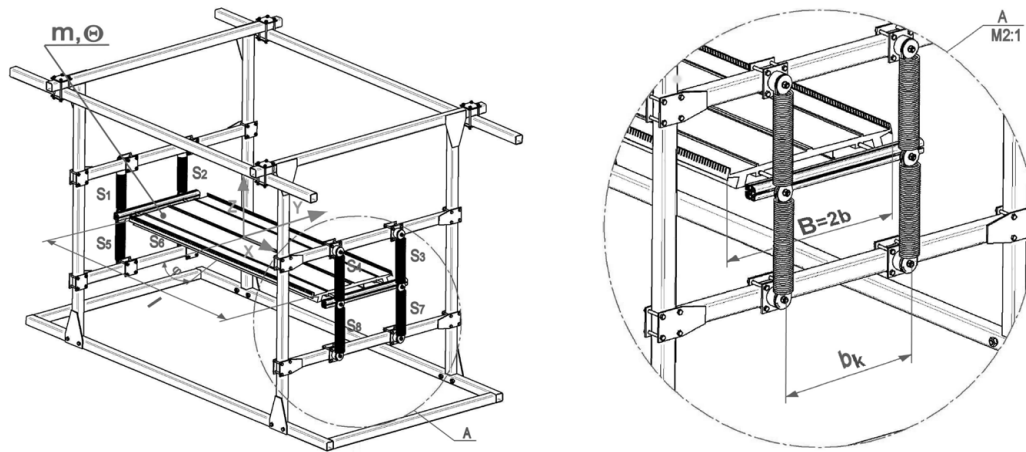
Az áramlásba helyezett két szabadsági fokú hídszekció modell függőleges elmozdulásra és szögelfordulásra képes, amelyek a teljes híd hajlító illetve torziós lengéseinek felelnek meg. A hídszekció linearizált mozgásegyenletét ismertnek tekintjük, így a szekció szélsőcsatornában létrejövő mozgásának ismeretében az áramlási eredetű erők kiszámíthatók. A szakirodalom alapján feltételezzük, hogy a hídszekcióra ható felhajtóerő és nyomaték lineárisan függenek az állapotváltozóktól, a lineáris együtthatók pedig a szélsősebesség függvényei. A szakirodalom ezeket a lineáris együtthatókat nevezi flutter derivatívumoknak, amelyeket jelen munkában a Monte Carlo módszer segítségével határozzuk meg. A módszer előnye, hogy algoritmizálása lényegesen egyszerűbb a szakirodalom által javasolt módszereknél. Eredményeinket a szakirodalomban ajánlott más módszerekkel kapott eredményekkel vetjük össze.

1. BEVEZETÉS

Az építőmérnöki gyakorlatban alkalmazott szerkezeti anyagok szilárdságának növekedésével egyre karcsúbb szerkezetek építésére nyílik lehetőség. Azonban a szél hatására létrejött aerodinamikai erők jelentős hatással lehetnek ezekre a rugalmas és karcsú szerkezetekre és ezen belül is leginkább a nagy fesztávolságú hidakra. Ez azt jelenti, hogy a szerkezetek megtervezésénél nem elegendő a szilárdsági szempontokat figyelembe venni, hanem a szerkezetek szél hatására létrejött dinamikai viselkedését is elemezni kell. Az aerodinamikai hatások igen nehezen modellezhetők, mivel a szél hatását sztochasztikus folyamatként kell kezelni. Ezen kívül a test körüláramlásakor keletkező erőhatások számítása igen nehéz feladat, még abban az esetben is, ha a szerkezet a terhelésre kis elmozdulásokkal válaszol. Karcsú szerkezeteknél azonban a létrejövő deformáció befolyásolja magát az áramlásból eredő terhelő erőt is. Emiatt általános esetben a szél dinamikus hatásának modellezése igen összetett feladat.

A hídszerkezetekkel foglalkozó szakirodalom több különféle széldinamikai jelenséget különböztet meg, ilyenek például a tánclás (galloping), amely jellemzően a hidakat tartó kábelek esetén jön létre, az örvénygerjesztés (vortex shedding), ami a hídpillérekről periodikusan leváló örvények hatása miatt jön létre, a széllökés (buffeting) illetve a belebegés vagy idegen szóval flutter instabilitás. Ezek közül a legnehezebben kiküszöbölhető és egyben a legnagyobb veszélyt jelentő jelenség a flutter instabilitás [1-6].

A flutter instabilitás tulajdonképpen öngerjesztett rezgésként modellezhető, vagyis az a veszély áll fenn, hogy a karcsú hídszerkezet veszélyes mértékű lengéseket kezd végezni a szél hatására, ahogy ez a Tacoma-Narrows híd esetében is a hídpálya teljes tönkremenetelével járt. Az öngerjesztett rezgés a híd keresztmetszetére ható áramlási eredetű erők nemlineáris volta miatt alakulhat ki. Ennek legegyszerűbb vizsgálatára analitikus számítások végezhetők. Az analitikus módszerek előnye, hogy viszonylag gyorsan áttekinthető és kellően általános képet ad arról, hogy mely paraméterek hogyan befolyásolják a szél hatásának kitett híd stabilitását. Az analitikus módszerek legnagyobb hátránya viszont az, hogy csak nagyon nehezen, vagy egyáltalán nem vehető figyelembe az adott modell speciális geometriai kialakítása, és a hídraszekcióra ható erők és nyomatékok közelítő függvényekkel való



1. ábra. Zártszelvény keretben rugalmasan felfüggesztett hídszekció modell (bal oldalon), a felfüggesztő csavarrugók (a jobboldalon)

leírása jelentős bizonytalanságokat tartalmaz. Ezzel szemben a tapasztalat az, hogy a híd keresztmetszetének kis geometriai megváltozása is erős hatással van a keresztmetszet körüli áramlásra így a híd viselkedésére is.

A szélnek kitett karcsú hídszerkezetek belebegésre való hajlamát leginkább a szakirodalomban megtalálható ún. flutter derivatívumok segítségével próbálják megjósolni [1,2,4-6]. Ezek a hídpálya keresztmetszetére jellemző és a szélsébség függvényeként értelmezhető mennyiségek, és lineáris kapcsolatot adnak a hídpálya keresztmetszetére ható felhajtóerő és nyomaték, valamint a keresztmetszet orientációját és sebességállapotát leíró állapotváltozók között. A flutter derivatívumok alapvetően kétféle, szélcsatornában végzett kísérleti módszerrel becsülhetők meg: az áramlásba helyezett előírt módon mozgatott keresztmetszet módszere és az áramlásban történő rugalmasan felfüggesztett hídszekció modell szabadlengésének a módszere.

Jelen munkában a szabadlengési kísérletekből nyert adatok elemzésére és a flutter derivatívumok ezekből történő meghatározásának egy alternatív eljárásával foglalkozunk, amely a Monte Carlo módszert alkalmazza. Eredményeinket összehasonlítjuk a szakirodalomban javasolt módszerrel elért eredményekkel is.

A vizsgált hídszekció modell, ahogyan az 1. bal oldali ábra is mutatja, egy a szélcsatorna mérőterében rögzíthető zártszelvény keretben rugalmasan van felfüggesztve. A rugalmas felfüggesztést a 1. jobb oldali ábra nagyítva mutatja. A hídszekció függőleges elmozdulása a valódi híd hajlító lengéseinek, míg a modell x tengely körüli elfordulása a valódi híd csavaró lengéseinek felel meg. A megfúvás az ábrán jelölt y irányból történik.

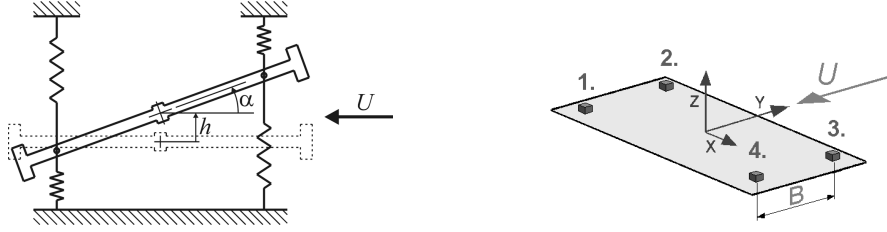
2. MECHNAIKAI MODELL

A két szabadsági fokú mechanikai modellt leíró általános koordináták a geometriai középpont függőleges h elmozdulása és a modell α szögelfordulása. A valódi híd hajlító lengésének a h elmozdulás, míg a csavaró lengésnek a keresztmetszet α szögelfordulása felel meg. Az 1. ábrán bemutatott hídszekció modell másik irányokban történő elmozdulása illetve elbillenése a szélcsatorna kísérletek közben az [1,2,4-6] szakirodalmak és a tapasztalatok szerint elhanyagolhatóan kicsi, ez indokolja a 2 szabadsági fokú mechanikai modell alkalmazását. A mechanikai modell paraméterei az m tömeg, a Θ_s súlypontra számított tehetetlenségi nyomaték, a b_k szekciót tartó rugók rögzítési távolsága, a B szekció modell teljes áramlás irányú szélessége, amit rövidebben húrnak nevezünk, a b szekció modell fél húr hossza és az l áramlásra merőleges irányú szélesség. A geometriai méreteket az 1. ábra mutatja. A modell 8 darab csavarrugót tartalmaz, amelyeket az 1. bal oldali ábra $S_1 - S_8$ -al jelöl és k az egy darab rugóra vonatkozó rugómerevség. A c_h és c_α csillapítások, amelyek meghatározása a nulla szélsébséghez tartozó mérési adatokból történt, és ρ a levegő sűrűsége. A modell fizikai paramétereit az 1. táblázatban foglaljuk össze.

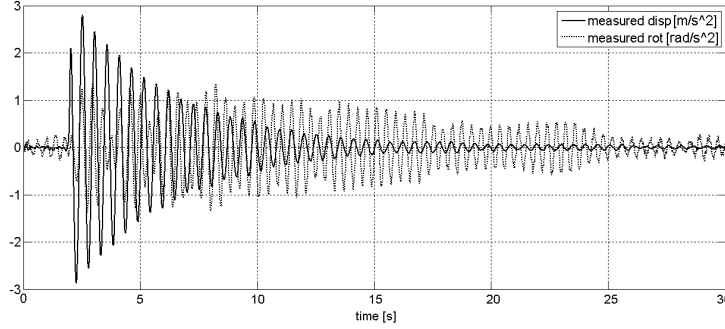
megnevezés	jel	érték	megnevezés	jel	érték
tömeg	m	30[kg]	szélesség	l	1,62[m]
tehetetlenségi ny.	Θ_s	1,112[kgm ²]	rugómerevség	k	908[N/m]
rugótávolság	b_k	0,5[m]	csillapítás	c_h	1,48[Ns/m]
húr	B	0,6[m]	csillapítás	c_α	0,059[Nms/rad]
fél húr	b	0,3[m]	légsűrűség	ρ	1,25[kg/m ³]

1. táblázat. A mechanikai modell fizikai paraméterei

A rugalmasan felfüggesztett hídszekció modell mozgásegyenletét ismertnek tekintjük, így a szekció szélcsatornában létrejövő mozgásának ismeretében az áramlási eredetű erők kiszámíthatók. A modellre a szél hatására létrejövő gerjesztő erőttől eltekintve a $\mathbf{q} = [h(t), \alpha(t)]^T$ általános koordináta vektorral lineáris mozgásegyenlet



2. ábra. Két szabadsági fokú hídszekció modell, ahol h a valódi híd hajlító lengésének, α a csavaró lengésének felel meg (bal oldalon); gyorsulásmérők elhelyezése a hídszekció modellen (jobb oldalon)



3. ábra. Mért $\ddot{h}$ gyorsulás (disp) és $\ddot{\alpha}$ szöggyorsulás (rot)

írható fel. Az egyenletek közötti csatolást egyedül az áramlásból származó erők jelenik, tehát az áramlásból származó általános erő elhagyásával a rendszer két független egyenletre esik szét. A mozgásegyenlet:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{q}(t) = \mathbf{Q}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, U). \quad (1)$$

Az egyetlen nemlineáris tag a $\mathbf{Q}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, U)$ általános erő vektor, amely az U szélességtől valamint a $\mathbf{q}$ koordinátáktól és a $\dot{\mathbf{q}}$ koordináta sebességektől függ. Az $\mathbf{M}$ tömegmátrix és a $\mathbf{K}$ merevségi mátrix analitikusan származtatható. A $\mathbf{C}$ csillapítási mátrix a tömegmátrix és a merevségi mátrix lineáris kombinációjából származtatható. Másik lehetőségként a $\mathbf{C}$ csillapítási mátrixot diagonálisnak feltételezzük és a hídszekció modell $U = 0$ szélességnél történő szabadlengéseinek méréséből határozzuk meg a főátlóban szereplő elemeket. A modellre ható külső erők az áramlásból származnak. A $\mathbf{Q}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, U)$ általános erő vektor a függőleges irányú L_h erőt és a szekció modell súlypontjára ható M_α nyomatékot tartalmazza.

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & \Theta_s \end{bmatrix}; \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} c_h & 0 \\ 0 & c_\alpha \end{bmatrix}; \quad \mathbf{K} = \begin{bmatrix} 8k & 0 \\ 0 & 2b_k^2 k \end{bmatrix}; \quad \mathbf{Q}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, U) = \begin{bmatrix} L_h(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, U) \\ M_\alpha(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, U) \end{bmatrix}. \quad (2)$$

3. SZÉLCSATORNÁBAN VÉGZETT MÉRÉSEK

A hídszekció szabadlengési kísérletei Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem Áramlástan Tanszékének szélcsatorna laboratóriumában történtek. A mérés során a híd mozgását rögzítettük különböző szélességeknél $0[\text{m/s}]$ és $16[\text{m/s}]$ között, így a flutter derivatívumok szélességtől való függése rögzíthető. A vizsgált keresztmetszet a szolnoki gyaloghíd keresztmetszete volt. A b_k rugótávolság beállítása úgy történt, hogy a rendszer nulla szélességnél mérhető ω_h és ω_α sajátfrekvenciáinak aránya a valódi híd hajlító és csavaró sajátfrekvenciáinak az arányával egyezzen meg. A szakirodalomban javasolt eljárások alkalmazásához a mérés indításánál érvényes kezdeti feltételek beállítása nagyon fontos. Az egyes U szélességeknél több $h(0) \neq 0$, $\alpha(0) = 0$ ("disp típusú") valamint több $h(0) = 0$, $\alpha(0) \neq 0$ kezdeti feltétellel ("rot típusú") indított mérés valósult meg. A hídmodell mozgását gyorsulásmérők rögzítették. A gyorsulásmérők jeléből a súlypont függőleges irányú elmozdulását és a modell x tengely körüli szöggyorsulását számítottuk az alábbi összefüggésekkel:

$$\ddot{h}(t) = \frac{1}{4} (\ddot{x}_1(t) + \ddot{x}_2(t) + \ddot{x}_3(t) + \ddot{x}_4(t)), \quad (3)$$

$$\ddot{\alpha}(t) = \frac{1}{B} \left(\frac{\ddot{x}_1(t) + \ddot{x}_4(t)}{2} - \frac{\ddot{x}_2(t) + \ddot{x}_3(t)}{2} \right), \quad (4)$$

ahol $\ddot{x}_1(t)$, $\ddot{x}_2(t)$, $\ddot{x}_3(t)$ és $\ddot{x}_4(t)$ a gyorsulásmérők jelét jelöli. Ezzel a $\ddot{\mathbf{q}} = [\ddot{h}(t), \ddot{\alpha}(t)]^T$ jelek a szélcsatorna mérésből minden t_i időpillanatban ismertek. A 3. ábra az $U = 9[\text{m/s}]$ szélességnél és $h(0) \neq 0$, $\alpha(0) = 0$ kezdeti feltételknél mért gyorsulásjeleket ábrázolja. Numerikus integrálással és megfelelő szűrő algoritmusok felhasználásával a $\mathbf{q} = [h(t), \alpha(t)]^T$ és $\dot{\mathbf{q}} = [\dot{h}(t), \dot{\alpha}(t)]^T$ jelsorozatok is előállíthatók. A Monte Carlo módszer alkalmazásához ezekre mindenképpen szükség van.

4. A MONTE CARLO MÓDSZER ALKALMAZÁSA

Monte Carlo módszerrel abban az értelemben beszélünk, hogy egy adott determinisztikus számítás bemeneteit egy bizonyos intervallumon belül véletlenszerűen megválasztjuk, ezután végrehajtjuk a determinisztikus számítási lépéseket, majd az így kapott eredmények összességét kielemezzük [7]. A véletlenszerűen kapott eredmények átlagolásával a rendelkezésre álló mérési jelek zaja által okozott problémákat kerüljük el.

A bemutatott módszer feltételezi, hogy a hídszekció mechanikai modelljét pontosan ismertnek tekintjük. Ezen kívül feltételezzük, hogy mérésből ismert a rendszer mozgása azaz mindkét általános koordináta, általános koordináta sebesség és gyorsulás minden időpillanatban. Ekkor az (1) mozgásegyenlet felhasználásával a rendszerre ható külső erők, azaz az aerodinamikai erők kiszámíthatók.

A szakirodalom ([1],[2],[4-6]) alapján feltételezzük, hogy az áramlásból származó erők lineárisan függenek a koordinátáktól és a koordináta sebességektől, illetve a szélességtől is, amit a lineáris együtthatókban veszünk figyelembe. Ezzel a feltételezéssel élve az áramlási eredetű általános erővektor a következő alakban írható:

$$\mathbf{Q}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, U) = \begin{bmatrix} h_1(U)\dot{h}(t) + h_2(U)\dot{\alpha}(t) + h_3(U)\alpha(t) + h_4(U)h(t) \\ a_1(U)\dot{h}(t) + a_2(U)\dot{\alpha}(t) + a_3(U)\alpha(t) + a_4(U)h(t) \end{bmatrix}. \quad (5)$$

A $h_j(U)$ és $a_j(U)$ együtthatók átszámíthatók a szakirodalomban használt $H_j^*(U)$ és $A_j^*(U)$, $j = 1...4$ flutter derivatívumokra. Az átszámítás módját a későbbiekben tárgyaljuk. Az elsődleges feladat a $h_j(U)$ és $a_j(U)$ lineáris együtthatók meghatározása a különböző U szélességnél mért időjelekből.

A Monte Carlo módszer alkalmazásához kiindulásként megállapítjuk, hogy az (1) mozgásegyenlet a (5) általános erővel felírva is minden időpillanatban teljesül, vagyis

$$\mathbf{M} \begin{bmatrix} \ddot{h}(t_i) \\ \ddot{\alpha}(t_i) \end{bmatrix} + \mathbf{C} \begin{bmatrix} \dot{h}(t_i) \\ \dot{\alpha}(t_i) \end{bmatrix} + \mathbf{K} \begin{bmatrix} h(t_i) \\ \alpha(t_i) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_1(U)\dot{h}(t_i) + h_2(U)\dot{\alpha}(t_i) + h_3(U)\alpha(t_i) + h_4(U)h(t_i) \\ a_1(U)\dot{h}(t_i) + a_2(U)\dot{\alpha}(t_i) + a_3(U)\alpha(t_i) + a_4(U)h(t_i) \end{bmatrix}. \quad (6)$$

Ebben a formában bármely, tetszőlegesen kiválasztott t_i időpontban két lineáris egyenlet írható fel a $h_j(U)$ és $a_j(U)$ ismeretlenekre. Ha a két egyenletet 4 különböző véletlenszerűen kiválasztott t_i , $i = 1...4$ időpillanatban írjuk fel, akkor a 8 ismeretlen együtthatóra 8 független lineáris egyenletet kapunk. A 8 lineáris egyenlet két 4 ismeretlenes lineáris egyenletrendszerre bontható. A rövidebb leírás érdekében bevezetjük az $\mathbf{L}(t)$ jelölést a mozgásegyenlet baloldalának leírására:

$$\mathbf{L}(t) = \mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{q}(t). \quad (7)$$

A lineáris egyenletrendszer összeállításához 4 véletlenszerűen választott, különböző időpontban felírható, hogy:

$$L_1(t_i) = h_1(U)\dot{h}(t_i) + h_2(U)\dot{\alpha}(t_i) + h_3(U)\alpha(t_i) + h_4(U)h(t_i), \quad (8)$$

$$L_2(t_i) = a_1(U)\dot{h}(t_i) + a_2(U)\dot{\alpha}(t_i) + a_3(U)\alpha(t_i) + a_4(U)h(t_i). \quad (9)$$

A 4 időpontban felírt (8) és (9) egyenletekből két lineáris egyenletrendszer konstruálható a következő formában:

$$\mathbf{A}\mathbf{h}(U) = \mathbf{b}_h; \quad \mathbf{A}\mathbf{a}(U) = \mathbf{b}_a, \quad (10)$$

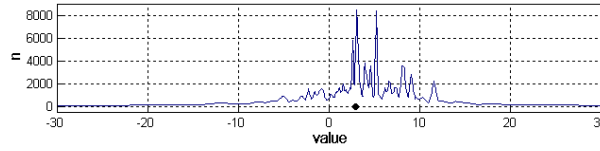
ahol az ismeretleneket és a különböző időpillanatban felírt mennyiségeket vektorba rendezve, valamint a mért általános koordinátákat és általános koordináta sebességeket mátrixba rendezve:

$$\mathbf{h}(U) = [h_1(U), h_2(U), h_3(U), h_4(U)]^T; \quad \mathbf{a}(U) = [a_1(U), a_2(U), a_3(U), a_4(U)]^T, \quad (11)$$

$$\mathbf{b}_h = [L_1(t_1), L_1(t_2), L_1(t_3), L_1(t_4)]^T; \quad \mathbf{b}_a = [L_2(t_1), L_2(t_2), L_2(t_3), L_2(t_4)]^T, \quad (12)$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \dot{h}(t_1) & \dot{\alpha}(t_1) & \alpha(t_1) & h(t_1) \\ \dot{h}(t_2) & \dot{\alpha}(t_2) & \alpha(t_2) & h(t_2) \\ \dot{h}(t_3) & \dot{\alpha}(t_3) & \alpha(t_3) & h(t_3) \\ \dot{h}(t_4) & \dot{\alpha}(t_4) & \alpha(t_4) & h(t_4) \end{bmatrix}. \quad (13)$$

Az (10) egyenletrendszerek az $\mathbf{A}^{-1}$ inverz kiszámításával megoldhatók. Az így kapott megoldások a $h_j(U)$ és $a_j(U)$ lineáris együtthatókra mint ismeretlenekre bizonyos mértékű szórással rendelkeznek, vagyis a kapott értékek bizonyos mértékben függenek a kiválasztott t_i időpontoktól. Emiatt a számítást sokszor megismételve és számtani átlagot számítva kapunk csak megbízható értékeket a lineáris együtthatókra. A megvalósított algoritmus az $\mathbf{A}$ mátrix kondícióját is figyelembe veszi úgy, hogy a rosszul kondicionált $\mathbf{A}$ mátrixból számított eredményeket nem veszi figyelembe. Az eredmények kiértékelésekor a kapott eredmények szórását is célszerű figyelembe venni. Egy tipikus eloszlásgörbét mutat a 4. ábra.



4. ábra. A kiszámított lineáris együtthatók tipikus eloszlása

5. AZ EREDMÉNYEK KIÉRTÉKELÉSE

Ahogy a 4. részben már szerepelt, a $h_j(U)$ és $a_j(U)$ együtthatókat át kell számolni a szakirodalomban használt $H_j^*(U)$ és $A_j^*(U)$ flutter derivatívumokra. A flutter derivatívumokkal felírt általános erő vektor alakja a [1,2,4,6] szakirodalmak alapján:

$$\mathbf{Q}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \begin{bmatrix} L_h \\ M_\alpha \end{bmatrix} = \frac{\rho}{2} U^2 \begin{bmatrix} B \left(\frac{KH_1^*(K)}{U} \dot{h}(t) + \frac{KH_2^*(K)B}{U} \dot{\alpha}(t) + K^2 H_3^*(K) \alpha(t) + \frac{K^2 H_4^*(K)}{B} h(t) \right) \\ B^2 \left(\frac{KA_1^*(K)}{U} \dot{h}(t) + \frac{KA_2^*(K)B}{U} \dot{\alpha}(t) + K^2 A_3^*(K) \alpha(t) + \frac{K^2 A_4^*(K)}{B} h(t) \right) \end{bmatrix}, \quad (14)$$

ahol $K = B\omega/U$ a redukált frekvenciát jelenti az ω körfrekvenciájú kényszermozgató alkalmazó kísérleteknél, illetve ω_h és ω_α az $U = 0$ megfűvás nélküli esetben a rendszer csillapított sajátfrekvenciája. A szekciómodellre ható erők az [1] irodalom 52. oldalán ettől eltérő formában találhatók meg. Ugyanezen irodalom 53. oldalán a hídmodellre ható erővektor a következő formában, a K paraméter kikerülésével található meg:

$$\mathbf{Q}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \begin{bmatrix} \frac{\rho}{2} B^3 \omega_h^2 \left(\frac{H_1^*(U)}{B\omega_h} \dot{h}(t) + \frac{H_4^*(U)}{B} h(t) \right) + \frac{\rho}{2} B^3 \omega_\alpha^2 \left(\frac{H_2^*(U)}{\omega_\alpha} \dot{\alpha}(t) + H_3^*(U) \alpha(t) \right) \\ \frac{\rho}{2} B^4 \omega_h^2 \left(\frac{A_1^*(U)}{B\omega_h} \dot{h}(t) + \frac{A_4^*(U)}{B} h(t) \right) + \frac{\rho}{2} B^4 \omega_\alpha^2 \left(\frac{A_2^*(U)}{\omega_\alpha} \dot{\alpha}(t) + A_3^*(U) \alpha(t) \right) \end{bmatrix}. \quad (15)$$

A K redukált frekvenciától való függést azért is célszerű elhagyni, mert ez a dimenziótlan paraméter nulla szélsőbesség esetén nem értelmezhető. Helyette közvetlenül az U szélsőbességtől való függést jelöljük. A (15) alapján a kapcsolat a h_j és a_j lineáris együtthatók, illetve a flutter derivatívumok között:

$$\begin{aligned} H_1^*(U) &= h_1(U) \frac{2}{\rho B^2 \omega_h}; & A_1^*(U) &= a_1(U) \frac{2}{\rho B^3 \omega_h}; \\ H_2^*(U) &= h_2(U) \frac{2}{\rho B^3 \omega_\alpha}; & A_2^*(U) &= a_2(U) \frac{2}{\rho B^4 \omega_\alpha}; \\ H_3^*(U) &= h_3(U) \frac{2}{\rho B^3 \omega_\alpha^2}; & A_3^*(U) &= a_3(U) \frac{2}{\rho B^4 \omega_\alpha^2}; \\ H_4^*(U) &= h_4(U) \frac{2}{\rho B^2 \omega_h^2}; & A_4^*(U) &= a_4(U) \frac{2}{\rho B^3 \omega_h^2}. \end{aligned} \quad (16)$$

Az 5. ábra a Monte Carlo módszerrel kapott flutter derivatívumokat ábrázolja. Az ábrákon kereszt jelöli a "disp" típusú és kör jelöli a "rot" típusú mérési adatokból nyert eredményeket. Vastag vonallal rajzolt kereszt és körök az átlag értéket, míg a vékony vonallal rajzoltak a szórás jelölik. Az ábra figyelembe veszi, hogy melyik átlagértékhez mekkora szórás tartozik, és csak a kis szórású pontokat köti össze fekete vonallal.

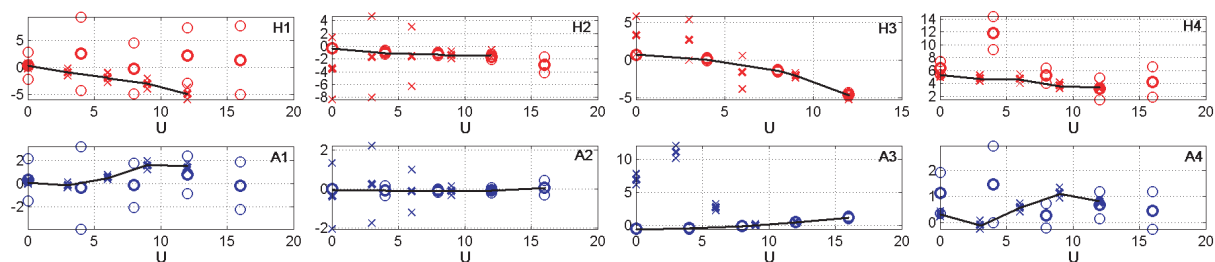
A Monte Carlo módszer felhasználásával kapott flutter derivatívumokat egy illesztésen alapuló módszer alapján számított flutter derivatívumokkal is összevetettük. Az illesztésen alapuló módszer azt a problémát oldja fel, hogy a mért $\ddot{h}(t)$ gyorsulás és az $\ddot{\alpha}(t)$ szöggyorsulás jelek általában nagyon zajosak. Egy analitikus időfüggvény azonban illeszthető rájuk, amelynek további integrálása a sebesség- és pozíciójel előállításához ugyancsak analitikusan történhet. Ez azért előnyös, mert a numerikus integrálás után a jeleket szűrni kellene, ami további bizonytalanságot vinne a rendszerbe. Az illesztett időfüggvény a két szabadsági fokú rendszer mindkét az adott U szélsőbességnél érvényes sajátkörfrekvenciáját, az $\omega_h(U)$ -t és az $\omega_\alpha(U)$ -t is tartalmazza. Az illesztett időfüggvény alakja a következő:

$$\ddot{\mathbf{q}} = e^{\beta_h t} (\mathbf{d}_1 \cos(\omega_h(U)t) + \mathbf{d}_2 \sin(\omega_h(U)t)) + e^{\beta_\alpha t} (\mathbf{d}_3 \cos(\omega_\alpha(U)t) + \mathbf{d}_4 \sin(\omega_\alpha(U)t)) \quad (17)$$

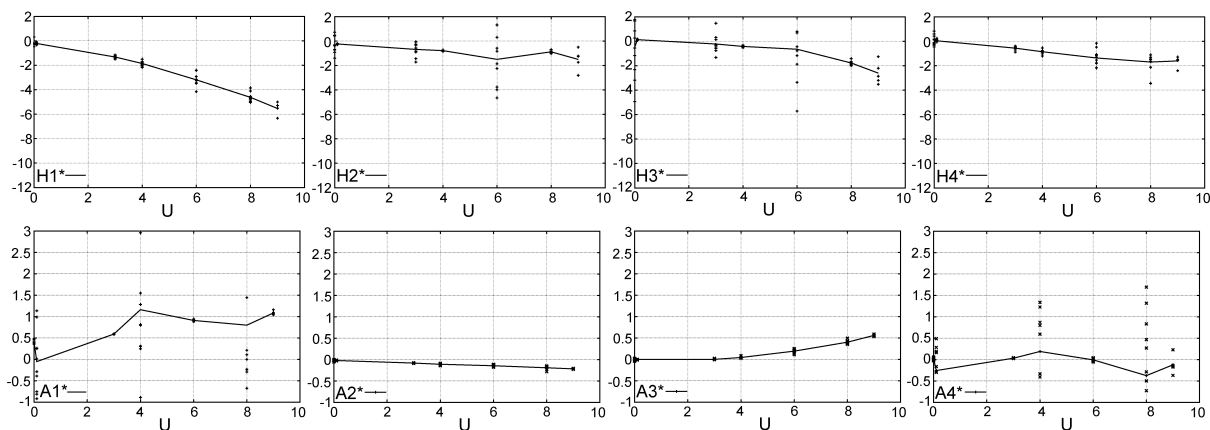
ahol a $\mathbf{d}_j$ kétdimenziós vektorok tartalmazzák az ismeretlen együtthatókat, β_h és β_α pedig a csillapításokkal vannak összefüggésben. A sajátkörfrekvenciákat és a csillapítási tényezőket előre meghatároztuk, mivel ezek elég jól becsülhetők az időjelből és az FFT spektrumból. Az előre meghatározott csillapítási tényezők és frekvenciák ismeretében már lineáris egyenletrendszer megoldássá vezethető vissza az illesztési feladat. A $\mathbf{d}_j$ együtthatók ismeretében pedig a mozgásegyenlet a következő alakban feltételezhető

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{C}(U)_e \dot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{K}(U)_e \mathbf{q}(t) = \mathbf{0}, \quad (18)$$

ahol az " e " jelölés azt jelenti, hogy az áramló közeg hatását beleírhatjuk az effektív $\mathbf{K}(U)_e$ merevségi és $\mathbf{C}(U)_e$ csillapítási mátrixba. Az effektív mátrixok ismeretében a szakirodalom [1] alapján a flutter derivatívumok származtathatók. Az illesztéssel kiszámított derivatívumokat a 6. ábra foglalja össze. Az 5. és 6. ábra összehasonlításból látszik, hogy a Monte Carlo módszerrel kapott flutter derivatívum értékek és a függvényillesztésen alapuló számítás eredményei jellegre és nagyságrendre jó egyezést mutatnak.



5. ábra. A Monte Carlo módszerrel számított flutter derivatívumok a szélesebbég függvényében



6. ábra. A függvényillesztéssel számított flutter derivatívumok

A bemutatott statisztikus módszer elfogadható pontosságú eredményt adott a flutter derivatívumokra, azonban ennek a módszernek az alkalmazásához célszerű lenne olyan méréseket is végrehajtani, amelyeknél a kezdeti feltétel sem a függőleges kitérésre, sem a szögelfordulásra nem nulla.

6. KONKLÚZIÓ

Egy, a Monte Carlo módszerre alapuló eljárást mutattunk be a flutter derivatívumok meghatározására. Ennek a statisztikus módszernek az alkalmazása azért is indokolt, mert a szakirodalomban is [1] több eredmény átlagolását javasolják. Ezen kívül a szakirodalomban javasolt módszereknek az intuitív úton megválasztható paraméterei is erősen befolyásolják az eredményt, az általunk bemutatott módszerben egyedül az időjel szűréséhez szükséges paraméterek változtathatók, ezek viszont igen jól kontrollálhatók. A Monte Carlo módszerrel kapott eredmények (flutter derivatívumokat) megbízhatóságát egy másik, görbe illesztésre alapuló módszer eredményeivel összevetve ellenőriztük.

7. KÖSZÖNETNYILVÁNTÁS

Jelen munka az Innocsekk INNO_08_KM-HIDARAML ("Eljárás kidolgozása hídszerkezetek szél hatására történő belebegésének kapcsolt numerikus áramlás- és szerkezetdinamikai szimulációjára") projekt keretében jött létre az Országos Tudományos Kutatási Alapprogramok (OTKA K068910) és az MTA-BME Gépek és Járművek Dinamikája Kutatócsoport támogatásával.

HIVATKOZÁSOK

- [1] http://www.tu-harburg.de/sdb/Diplomarbeiten/Diplomarbeiten/Master_Thesis_Avasar.pdf. Master Thesis, Institut für Baustatik und Stahlbau, Technische Universität Hamburg-Harburg.
- [2] C. Borri, C. Costa: *Bridge Aerodynamics and Aeroelastic Phenomena: Chapter 1: Bridges*. CISM 2006 - Wind Effects on Buildings and Design of Wind-Sensitive Structures, Lecture notes.
- [3] J. Kovács, A. Zelei, G. Stépán, I. Goricsán, T. Gáspár: *Szélbe helyezett hídmodell analitikus és kísérleti vizsgálata*. BME TDK dolgozat, Alkalmazott Mechanika Szekció, 2006.
- [4] R. B. Piña: *Extraction of aeroelastic coefficients for bridge decks from small-scale wind tunnel tests*. Master's Theses, Northeastern University, 2009. <http://hdl.handle.net/2047/d10019066>.
- [5] T. Theodorsen: *General theory of aerodynamic instability and the mechanism of flutter*. National Advisory Committee for Aeronautics (NACA), Washington, D. C., 1934, Technical Report No. 496, pp. 413-433, 1935.
- [6] U. Starossek: *Brückendynamik - Wind-erregte Schwingungen von Seilbrücken*. Friedr. Vieweg und Sohn Verlagsgesellschaft mbH, Braunschweig/Wiesbaden, 1992.
- [7] S. S. Sawilowsky: *You think you've got trivials?* Journal of Modern Applied Statistical Methods 2(1): 218-225, 2003.