

ÚSZÓ TESTEK STABILITÁSVEZTÉSE HULLÁMZÁS HATÁSÁRA

Takács Árpád¹

¹BME, Műszaki Mechanikai Tanszék, 1111 Budapest, Műegyetem rkp. 5. MM Épület

arpi.takacs@gmail.com

Zelei Ambrus²

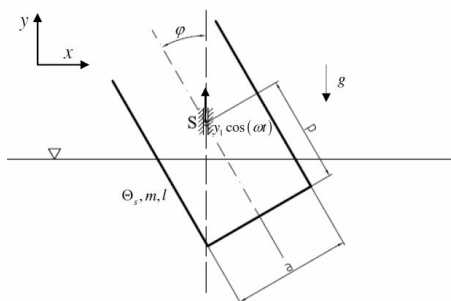
²MTA-BME Gépek és Járművek Dinamikája Kutatócsoport, 1111 Budapest, Műegyetem rkp. 5. MM Épület

zelei@mm.bme.hu

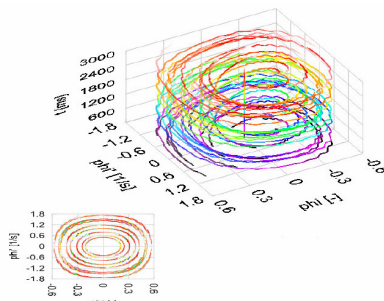
Mindennapjainkban mind jobban előtérbe kerül a vízi közlekedés, hiszen a haladó világban szükségünk van nagy tömegek és hatalmas kiterjedésű áruk szállítására akár a tengeren túlra is, és ennek a legegyszerűbb módját – csónakok, hajók alkalmazását – az ember már ókorban is ismerte. Régóta tudjuk, milyen feltételeket kell kielégítenie ezen úszó testek geometriai paramétereinek ahhoz, hogy vízen maradhassanak, és ne boruljanak fel, legyen szó tengeri viharról vagy tükörsima vízfelszínről. Bizonyos esetekben azonban mégis bekövetkezik a katasztrófa, melyet feltehetően nem az agresszív hullámverés, hanem a vízfelszín lassú, de szabályos, periodikus mozgása okoz. Ellenkező hatású, de ugyanezen elmülethez köthető jelenség tapasztalható a kajakozók esetében is, ahol az egyébként igen borulékony kajak a sportolók egyenletes – ugyancsak periodikus – mozgásának köszönhetően könnyedén és stabilan siklik majd a víz felszínén.

A víz hullámozása, a kajakozók mozgása az úszó test, mint mechanikai rendszer szempontjából paraméteres gerjesztésként jelenik meg. A paraméteresen gerjesztett rendszerek tulajdonsága, hogy a gerjesztési paraméterek közvetlenül a mozgást leíró egyenletek együtthatóiban jelennek meg, ezáltal nagyban befolyásolják a rendszer stabilitását [1-4].

Az 1. ábra az úszó test egy szabadsági fokú, paraméteresen gerjesztett mechanikai modelljét szemlélteti. A geometriai adatok és a tömeg ismeretében meghatározhatóak a test stabil egyensúlyi helyzetei az autonóm rendszer esetén [4].



1. ábra



2. ábra

A paraméteresen gerjesztett rendszer mozgásegyenletei a test φ szögelfordulása és y súlyponti magassága tekintetében egy nem-autonóm, másodrendű differenciálegyenlettel (1), és az ezt kiegészítő algebrai egyenlettel (2) írhatók le. Az így létrejött egyenletrendszer egy differenciál-algebrai egyenletrendszer (DAE), melynek első tagja az ún. Mathieu-egyenlet [1].

$$\varphi''(\tau) + (\delta + \varepsilon \cos(\tau))\varphi(\tau) = 0, \quad (1)$$

$$y = f(\varphi, \tau). \quad (2)$$

Ezen differenciálegyenlet-rendszer stabilitása egyben a mechanikai rendszer stabilitását is jelenti, így a Floquet-elmélet [2] segítségével meghatározott stabilitási térképről leolvashatók azok a veszélyes paramétertartományok, melyek mellett a stabil úszó test felborulhat, avagy az instabil kajak függőleges helyzetben tartható. A létrehozott mechanikai modell megfelelőségét numerikus szimulációval igazoljuk (2. ábra) valós életből vett paraméterek felhasználásával.

HIVATKOZÁSOK

1. Mathieu, E., M'emoire sur le mouvement vibratoire d'une membrane de forme elliptique. J. Math. Pure Appl. 13, 1868, 137-203.
2. Floquet, M. G., Équations Différentielles Linéaires a Coefficients Périodiques. Ann. Sci. Ec. Normale Super., 12, 1883, 47-89.
3. Insperger, T., Horváth R., Pendulum with harmonic variation of the suspension point. Periodica Polytechnica Ser. Mech. Eng. vol. 44, no. 1, 2000, 39-46.
4. Zelei A., Paraméteres gerjesztés hatása vízfelszínen úszó testre, BME, TDK, 2007.