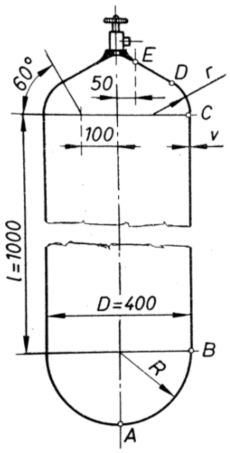
Példa 8.1

8.1. Példa. Számítsuk ki, hogy mekkora feszültségek ébrednek a membrán elmélet alkalmazásakor az alábbi $v = 5$ mm falvastagságú tartály falában a jellegezetes helyeken! Adjunk becslést a hengeres rész hossz- és átmérőváltozására is. Adatok: $p = 20$ bar, $E = 200$ GPa, $\nu = 0,3$.

Megoldás: Gömbsüveg: $\sigma_t^A = \sigma_t^B = \sigma_m^A = \sigma_m^B = 40$ MPa; Henger: $\sigma_m^B = \sigma_m^C = 40$ MPa, $\sigma_t^B = \sigma_t^C = 80$ MPa; Tórusz: $\sigma_m^C = 40$ MPa, $\sigma_t^C = 0$ MPa, $\sigma_m^D = 60$ MPa, $\sigma_t^D = -60$ MPa; Kúp: $\sigma_m^D = 60$ MPa, $\sigma_t^D = 120$ MPa, $\sigma_m^E = 20$ MPa, $\sigma_t^E = 40$ MPa.



$$\sigma_m = \frac{p \rho_t}{2v} \qquad \sigma_t = \sigma_m\left(2 - \frac{\rho_t}{\rho_m}\right)$$

AB gömbsüveg $\quad \rho_t^A = \rho_t^B = \rho_m^A = \rho_m^B = 200$ mm

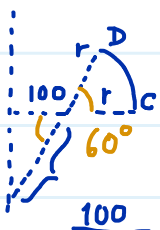
BC henger $\quad \rho_t^B = \rho_t^C = 200$ mm

$\rho_m^B = \rho_m^C \to \infty$

CD tórusz

$r = 200 - 100$

$r = 100$ mm



$\rho_t^C = 200$ mm $\quad \rho_m^C = 100$ mm

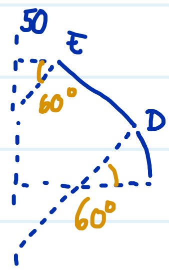
$\rho_t^D = 200 + r = 300$ mm $\quad \rho_m^D = 100$ mm

$\frac{100}{\cos 60°} = 200$ mm

DE kúp

$\rho_t^D = 300$ mm

$\rho_m^D = \rho_m^E \to \infty$



$\rho_t^E = \frac{50}{\cos 60°} = 100$ mm

		σ_m [MPa]	σ_t [MPa]
Gömb	A	40	40
	B	40	40
Henger	B	40	80
	C	40	80
Tórusz	C	40	0
	D	60	-60
Kúp	D	60	120
	E	20	40

$$\underline{\underline{\sigma}} = \begin{bmatrix} \sigma_m & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_t & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad \underline{\underline{\varepsilon}} = \frac{1+\nu}{E}\left(\underline{\underline{\sigma}} - \frac{\nu}{1+\nu}\sigma_I \underline{\underline{E}}\right)$$

$$\sigma_I = \sigma_m + \sigma_t$$

$$\varepsilon_m = \frac{1+\nu}{E}\left(\sigma_m - \frac{\nu}{1+\nu}(\sigma_m+\sigma_t)\right) = \frac{1}{E}\left(\sigma_m - \nu\sigma_t\right) = 8\cdot 10^{-5}$$

$$\varepsilon_t = \frac{1+\nu}{E}\left(\sigma_t - \frac{\nu}{1+\nu}(\sigma_m+\sigma_t)\right) = \frac{1}{E}\left(\sigma_t - \nu\sigma_m\right) = 34\cdot 10^{-5}$$

$$\Delta L = \varepsilon_m L = 0{,}08\,\text{mm}$$

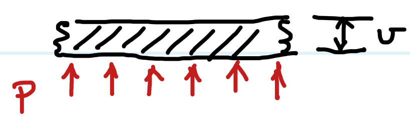
$$\Delta D = D\,\varepsilon_t = 0{,}136\,\text{mm}$$

Példa 8.2

8.2. Példa. Laboratóriumi használatra készült hengeres tartályban a gáz nyomása $p = 15$ bar. A tartály közepes átmérője $D = 250$ mm. A Mohr-féle elmélet alkalmazásával határozzuk meg a szükséges falvastagságot, ha a megengedett feszültség $\sigma_{\text{meg}} = 92$ MPa!
Megoldás: $v = 2,07$ mm.

$$\underline{\underline{\sigma}} = \begin{bmatrix} \sigma_m & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_t & 0 \\ 0 & 0 & -p \end{bmatrix}$$

belső felület



$$\rho_m \to \infty \qquad \rho_t = 125\,\text{mm}$$

$$\sigma_m = \frac{p\rho_t}{2v} = \frac{pD}{4v}; \qquad \sigma_t = \sigma_m\left(2 - \rho_t/\rho_m\right) = 2\sigma_m$$

$$\sigma_{egy}^{Mohr} = \sigma_1 - \sigma_3 = \sigma_t - (-p) = \frac{pD}{2v} + p \le \sigma_{meg}$$

$$v = \frac{pD}{2(\sigma_{meg} - p)} = 2{,}07\,\text{mm}$$

Példa 8.3

8.3. Példa. Egy $d = 400$ mm külső átmérőjű és $v = 5$ mm falvastagságú acél csőre egy $t = 2$ mm vastagságú vékony acél abroncsot szeretnénk szerelni. Az abroncs kerülete $\delta = 0,5$ mm-rel kisebb mint a cső kerülete. Mekkora feszültségek ébrednek a csőben és az abroncsban ha mégis ráhúzzuk az abroncsot a csőre? Az anyag rugalmassági modulusza 200 GPa.
Megoldás: $\sigma_{t,cső} = -22,74$ MPa, $\sigma_{t,abr} = 56,86$ MPa.

Kerület: $\quad K_a = d\pi - \delta \qquad K_c = d\pi$

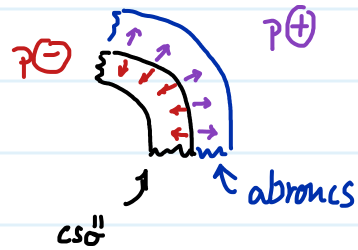
Összeszerelés után: $\quad \Delta K_a = \varepsilon_{ta} K_a$ (nyúlik) $\qquad \Delta K_c = -\varepsilon_{tc} K_c$ (húzódik)

$\tilde{K}_a = \tilde{K}_c$ $\qquad\qquad$ $\delta = \Delta K_a + \Delta K_c$

$\underline{\underline{\sigma}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_t & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$, mert a többi irányban szabadon deformálódhat

$\varepsilon_{ta} = \dfrac{\sigma_{ta}}{E}$ $\qquad\qquad$ $\varepsilon_{tc} = \dfrac{\sigma_{tc}}{E}$

$\sigma_{ta} = \dfrac{pd}{2t}$ $\qquad\qquad$ $\sigma_{tc} = -\dfrac{pd}{2v}$



p: abroncs, cső egymásra gyakorolt nyomása

$$\delta = \varepsilon_{ta} K_a - \varepsilon_{tc} K_c = \frac{\sigma_{ta}}{E} K_a - \frac{\sigma_{tc}}{E} K_c = \frac{pdK_a}{2tE} + \frac{pdK_c}{2vE}$$

$$\delta = \frac{pd(d\pi - \delta)}{2tE} + \frac{pd\,d\pi}{2vE} \Rightarrow p = \frac{2Etv\delta}{d(d\pi(t+v) - v\delta)} = 0{,}57\ \text{MPa} = 5{,}69\ \text{bar}$$

$\sigma_{ta} = 56{,}86\ \text{MPa}$ $\qquad\qquad$ $\sigma_{tc} = -22{,}74\ \text{MPa}$

Példa 8.4

8.4. Példa. Egy 15 m átmérőjű gömb alakú gáztartály falán $0,175\ \%$ fajlagos alakváltozást mérünk a **P** pontban nyúlásmérő bélyeg segítségével, miközben a tartály a terheletlen állapotból 40 bar belső túlnyomásra felterheljük. A tartály anyagának rugalmassági modulusza 200 GPa, Poisson-tényezője $0,3$. Mekkora a tartály falvastagsága?

Megoldás: $v = 3$ cm.

Gömbhéj: $\sigma_m = \sigma_t = \sigma$

$\underline{\underline{\sigma}} = \begin{bmatrix} \sigma & 0 & 0 \\ 0 & \sigma & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ $\qquad$ $\sigma = \dfrac{pD}{4v}$

$$\varepsilon = \frac{1}{E}(\sigma - \nu\sigma) = \frac{(1-\nu)pD}{4vE}$$

$$\Rightarrow v = \frac{(1-\nu)pD}{4E\varepsilon} = 30\ \text{mm}$$

$$\varepsilon = \frac{0{,}175}{100} = 1{,}75 \cdot 10^{-3}$$

Példa 8.5

8.5. Példa. Egy $d = 600$ mm átmérőjű $v = 5$ mm falvastagságú hengeres tartály falán nyomásmérő bélyegekkel alakváltozásokat mértünk. A tartály hossztengelyével párhuzamos 1-es irányban $375 \cdot 10^{-6}$, míg az erre merőleges irányban $1312,5 \cdot 10^{-6}$ értékű fajlagos alakváltozást mértünk. A tartály rugalmassági modulusza 80 GPa, a tartályra megengedhető kritikus belső nyomás 10 bar. Mekkora a tartály Poisson-tényezője? Üzemeltethető-e a tartály a mérésnél használt nyomás esetén?
Megoldás: $\nu = 0,25$; $p = 20$ bar $> p_{krit} = 10$ bar$\Rightarrow$ nem üzemeltethető.

$$\varepsilon_m = \frac{1}{E}(\sigma_m - \nu\sigma_t) = \varepsilon_1$$

$$\varepsilon_t = \frac{1}{E}(\sigma_t - \nu\sigma_m) = \varepsilon_2$$

$$\sigma_m = \frac{pd}{4v} \qquad \sigma_t = \frac{pd}{2v}$$

$$\varepsilon_m = \frac{dp}{4Ev}(1-2\nu) \; ; \; \varepsilon_t = \frac{dp}{4Ev}(2-\nu)$$

2 ismeretlen
2 egyenlet

$$\nu = \frac{2\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_1 - 2\varepsilon_2} = 0,25$$

$p = 2$ MPa $= 20$ bar $> p_{krit} = 10$ bar $\Rightarrow$ NEM üzemeltethető!