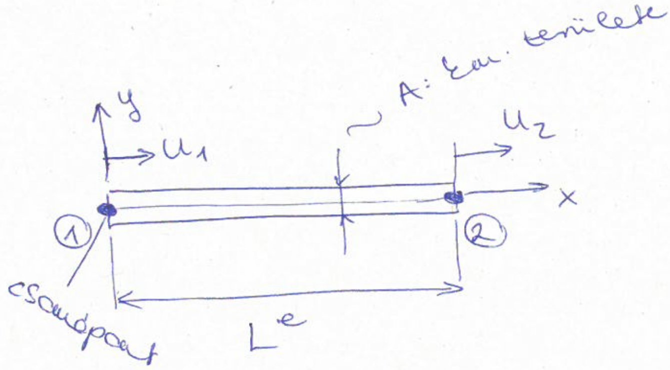
VEM – 3. labor

SÍKBELI EGYENES RÚDELEM

Feltételezések:
- egyenes rúd
- Hooke-törvény
- terhelés csak a végeken
- csak normál igénybevétel

Rajz:



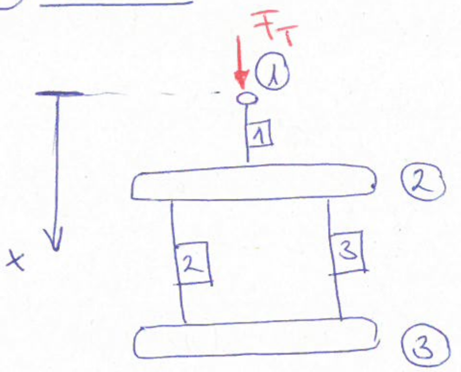
$$\underline{U}^e = \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix}$$ – elemi csomóponti elmozdulásvektor

$$\underline{\underline{K}}^e = \frac{A^e E^e}{L^e} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$ – elemi merevségi mátrix

$$\underline{F}^e = \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{bmatrix}$$ – elemi terhelésvektor

$$\boxed{\underline{\underline{K}}^e \underline{U}^e = \underline{F}^e}$$

1. Példa



(minden rudat egy elemmel közelítünk)

○ : csomópont

□ : elem

Elem - csomópont összerendelések:

ELEM	KOORD. 1.	KOORD 2.
1	1	2
2	2	3
3	2	3

Megoldás lépései:

1. Globális csomóponti elmozdulás- és terhelésvektor
   (3 csomópont → 3 elemüek)

$$\underline{u} = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} \qquad \underline{F} = \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \end{bmatrix}$$

2. Elem - csomóponti összerendelések tárolása mátrixban:

$$\underline{\underline{en}} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \begin{matrix} \leftarrow 1.\ \text{sor} - 1.\ \text{elem} \\ \leftarrow 2.\ \text{sor} - 2.\ \text{elem} \\ \leftarrow 3.\ \text{sor} - 3.\ \text{elem} \end{matrix}$$

3. Merevségi mátrixok az egyes elemekhez:

$$\underline{K}^e = \underbrace{\frac{A^e \cdot E^e}{L^e}}_{k} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

~ k: elem merevsége, konstans, mindegyik elemre kiszámolható (ez legyen k_1, k_2, k_3)

~ ezután a mátrixok definiálhatók:

$$\underline{\underline{K}}_1 = k_1 \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

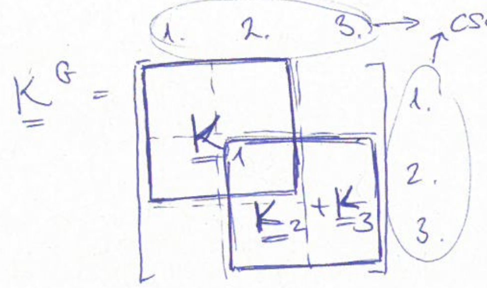
$$\underline{\underline{K}}_2 = k_2 [\ \ldots$$

$$\underline{\underline{K}}_3 = k_3 \ldots$$

4.) Globális merevségi mátrix definiálása:

(3 × 3-as lesz a 3 csomópont miatt)

Struktúrája:



(össze kell adni az elemeket)

Programozása: sokféle módon lehet, pdf-ben van rá példa. (Létrehozunk egy zéró-mátrixot, és az feltöltjük.)

Pl. Nézzük a középső (2,2) elemet!

Itt: $\underline{\underline{K}}^G(2,2) = \underline{\underline{K}}_1(2,2) + \underline{\underline{K}}_2(1,1) + \underline{\underline{K}}_3(1,1)$

Indexelés: (sor, oszlop) MINDIG ÍGY!!!

5.) Terhelés vektorba behelyettesítünk:

Rajzon egy erő van, F_{T_1} ami az ① -es csomópontban hat.

Tehát: $\underline{F} = \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_T \\ 0 \\ F_3 \end{bmatrix}$

→ ezt tudjuk
→ itt hatás-ellenhatás miatt nulla
→ ez lesz a reakcióerő, még nem tudjuk, ki kell számolni

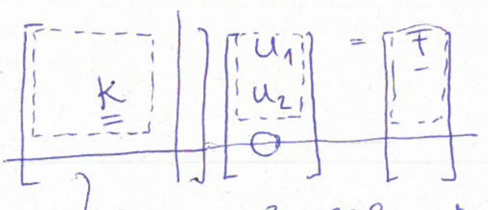
6.) Peremfeltételek:

③-as csomópont a befogás, nem tud mozogni! $u_3 = 0$

$\underline{u} = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ 0 \end{bmatrix}$

7.) $\underline{\underline{K}}\,\underline{u} = \underline{F}$,

kondenzált merevségi mátrix, vektorok



3. sort, 3. oszlopot $u_3 = 0$ miatt töröljük!

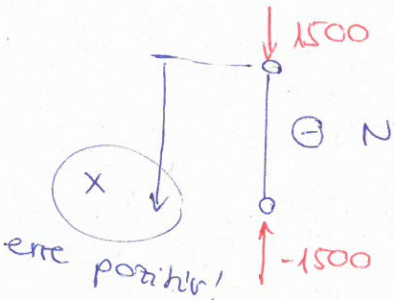
Mert:

$$\left.\begin{aligned} \underline{\underline{K}}(1,1)\cdot u_1 + \underline{\underline{K}}(1,2)\cdot u_2 &= F_T \\ \underline{\underline{K}}(2,1)\cdot u_1 + \underline{\underline{K}}(2,2)\cdot u_2 &= 0 \end{aligned}\right\} \text{2 egyenlet, 2 ismeretlen}$$

8. $\underline{u}$ - t megkaptuk, ebből $\underline{F}$ számolható a 3x3-as merevségi mátrixszal.

9. Elemekhez tartozó vektorokat kiszedjük $(\underline{u}, \underline{F})$

Pl. 1 elem $\underline{F}$ vektora: $\underline{F}_1 = \underline{\underline{K}}_1 \cdot \underline{u}_1 = \begin{bmatrix} 1500 \\ -1500 \end{bmatrix}$



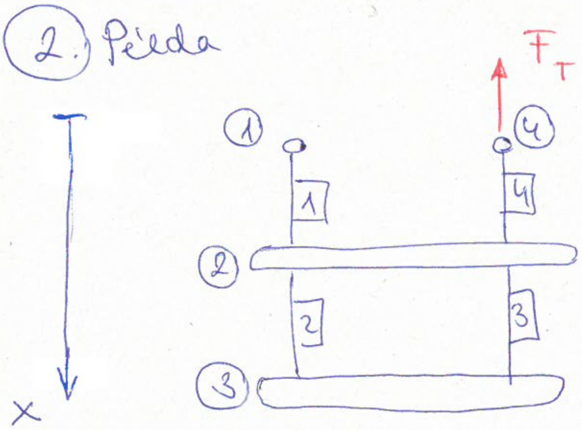
⊖ NYOMOTT RÚD

$$\sigma_1 = \frac{F_1}{A_1} = -\frac{1500}{A_1} = \underline{\underline{-250\,MPa}}$$

$$\varepsilon_1 = \frac{\sigma_1}{E_1} = -0{,}0025$$

---

2. Példa



ELEM	KOORD 1	KOORD 2
1	1	2
2	2	3
3	4	2
4	2	3

$$\underline{F} = \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ F_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_1 \\ 0 \\ F_3 \\ -F_T \end{bmatrix} \qquad \underline{u} = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ u_2 \\ 0 \\ u_4 \end{bmatrix}$$

(Kond.: 1. és 3. sort, oszlopot töröljük)