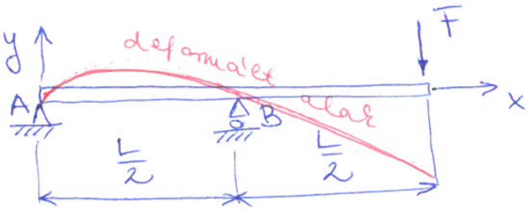
$\boxed{\text{2. labor}}$

Feladat: A rugalmas szál differenciálegyenletének megoldásával határozzuk meg az alábbi tartó súlypontvonalának lehajlását megadó függvényeket!
Mekkora az AB szakaszon a maximális lehajlás értéke, és hol helyezkedik el?

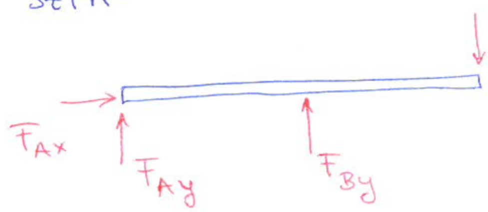


Adatok:
$L = 3\,m$
$F = 7000\,N$
$I \cdot E = 200\,000\ Nm^2$

Megoldás:

① Reakcióerők meghatározása:

SZTÁ:



Egyensúlyi egyenletek

(1) $\sum F_x = 0 \rightarrow \boxed{F_{Ax} = 0}$

(2) $\sum F_y = 0 \rightarrow F_{Ay} + F_{By} - F = 0$

(3) $\sum M_{(A)} = 0 \rightarrow F_{By} \cdot \frac{L}{2} - F \cdot L = 0$

(3)-ból kiszámoljuk F_{By}-t: $F_{By} = 2 \cdot F = 2 \cdot 7000\,N = 14000\,N$

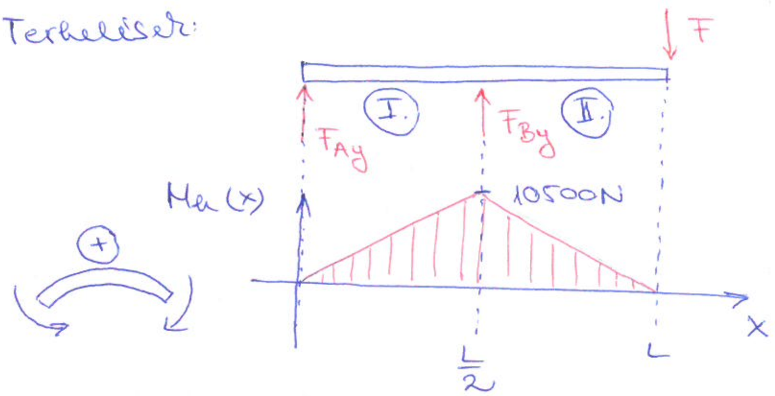
(2)-ből kiszámoljuk F_{Ay}-t: $F_{Ay} = F - F_{By} = 7000N - 14000N = -7000N$

Tehát: $\boxed{F_{By} = 14000N}$ $\boxed{F_{Ay} = -7000N}$

Paraméteresen: $\boxed{\begin{array}{l} F_{Ay} = -F \\ F_{By} = 2F \end{array}}$

② Hajlítónyomatéki igénybevétel:

Terhelések:



2 szakaszra osztjuk:

I. $x: 0 \ldots L/2$

$M_{hI}(x) = -F_{Ay} \cdot x = -F \cdot x$

II. $x: L/2 \ldots L$

$M_{hII}(x) = -F_{Ay} \cdot x - F_{By}\left(x - \frac{L}{2}\right) = F(L-x)$

(Mindent előjelhelyesen helyettesítünk be!!!)

3.) Rugalmas szál differenciálegyenlete

$$\boxed{M_h(x) = -I \cdot E \cdot y''(x)}$$

$y(x)$: lehajlásfüggvény

IE: hajlítómerevség

$y'(x)$: szögelfordulás $(\varphi(x))$

Mindkét szakaszon meg kell csinálni!

I.) szakasz:

$$y_1''(x) = -\frac{M_{hI}(x)}{I \cdot E} = -\frac{Fx}{IE} \quad \Big/ \int \ldots dx$$

$$\varphi_1(x) = y_1'(x) = -\frac{Fx^2}{2IE} + C_1 \quad \Big/ \int \ldots dx$$

$$y_1(x) = -\frac{Fx^3}{2 \cdot 3IE} + C_1 x + C_2$$

Konstansokat nem elfelejteni!!!

II.) szakasz:

$$y_2''(x) = -\frac{M_{hII}(x)}{I \cdot E} = -\frac{FL - Fx}{IE} \quad \Big/ \int \ldots dx$$

$$\varphi_2(x) = y_2'(x) = \frac{\frac{Fx^2}{2} - FLx}{IE} + C_3 \quad \Big/ \int \ldots dx$$

$$y_2(x) = \frac{\frac{Fx^3}{2 \cdot 3} - \frac{FLx^2}{2}}{IE} + C_3 x + C_4$$

4.) Peremfeltételek

C_1, C_2, C_3, C_4: ismeretlenek $\longrightarrow$ 4 peremfeltétel kell

~ A, B helyeken a lehajlás 0

~ $y_1(x)$ és $y_2(x)$ függvényei és az első deriváltak azonosak B-nél

Peremfeltételek egyenletekben:

(1) $y_1(0) = 0$ $\left(\rightarrow y_1(0) = -\frac{F \cdot 0}{6IE} + C_1 \cdot 0 + C_2 = 0 \downarrow C_2 = 0\right)$ stb.

(2) $y_1\left(\frac{L}{2}\right) = 0$

(3) $y_1\left(\frac{L}{2}\right) = y_2\left(\frac{L}{2}\right)$

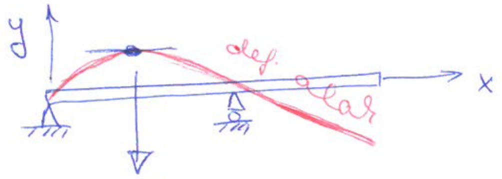
(4) $y_1'\left(\frac{L}{2}\right) = y_2'\left(\frac{L}{2}\right) \longrightarrow \varphi_1\left(\frac{L}{2}\right) = \varphi_2\left(\frac{L}{2}\right)$

4 egyenlet, 4 ismeretlen, Maximával kiszámoljuk az integrálási konstansokat!

A c_1, c_2, c_3, c_4 konstansokat $y_1(x)$, $\varphi_1(x)$, $y_2(x)$, $\varphi_2(x)$ - be beírva megkapjuk numerikusan a lehajlás és szögelfordulás függvényeket.

Programmal ábrázoljuk!

5.) Szélsőérték számítás



$x_0 = ?$

Szélsőértéke van a lehajlásfv-nek!

Tehát itt $y_1'(x_0) = 0 \rightarrow \varphi_1(x_0) = 0 \rightarrow$ x_0 kiszámolható Maximával

$x_0 = \underline{\underline{0{,}866\ m}}$

Maximális lehajlás értéke az AB szakaszon:

$$y_1(x_0) = y_1(0{,}866) = \underline{\underline{0{,}00758\ m}}$$