8.1
8.2
8.5
258-277.o.

14. gyakorlat

Membrán - elmélet

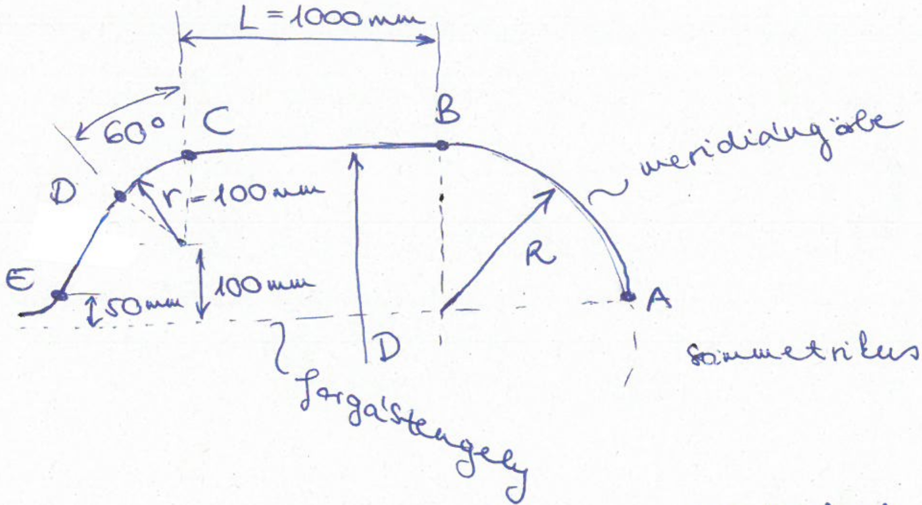
(8.1) $v = 5$ mm

$\boxed{p = 20 \text{ bar} = 2 \text{ MPa}}$!

$E = 200$ GPa

$\nu = 0{,}3$

$D = 400$ mm



Megoldás:

Feladat az, hogy kiszámoljuk a σ_m és σ_t feszültségeket a jellegzetes helyeken.

- Jellegzetes helyek: GÖMB : A...B
  HENGER : B...C
  TÓRUSZ : C...D
  KÚP : D...E

  $\boxed{A, B, C, D, E}$

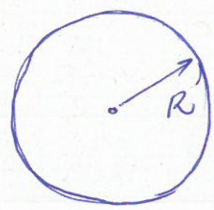
- Képletek: ~ meridián feszültség: $\boxed{\sigma_m = \dfrac{p \cdot \rho_t}{2 \cdot v}}$

  ~ tangenciális feszültség: $\boxed{\sigma_t = \sigma_m \left(2 - \dfrac{\rho_t}{\rho_m}\right)}$

(p, v ismert, a ρ_t-t és ρ_m-et kell kiszámolni mindegyik esetre → gömb, henger, tórusz, kúp)

- Görbületi sugarak számítása. (Jegyzet 262-263.o.)

GÖMBSÜVEG: (A...B) $\boxed{\rho_m = \rho_t = R}$



A pont: $\rho_t^A = \rho_m^A = 200$ mm

B pont: $\rho_t^B = \rho_m^B = 200$ mm

HENGER:
(B…C)

$$\boxed{\begin{aligned} \rho_t &= R \\ \rho_m &= \infty \end{aligned}}$$

B pont: $\rho_t^B = 200\text{ mm} = \frac{D}{2}$

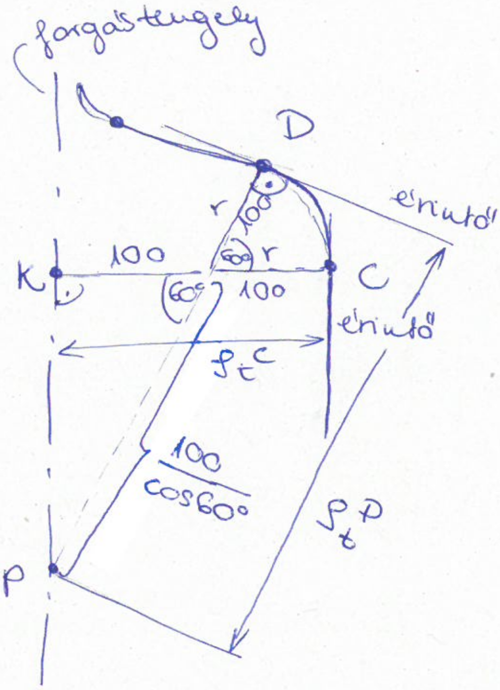
$\rho_m^B = \infty$

C pont: $\rho_t^C = 200\text{ mm}$

$\rho_m^C = \infty$

TÓRUSZ:
(C…D)

$$\boxed{\begin{aligned} \rho_m &= r \\ \rho_t &= \dots \text{ számolni kell} \dots \end{aligned}}$$



C pont: $\rho_m^C = 100\text{ mm}$

$\rho_t^C = 200\text{ mm}$
($\overline{CK}$ távolság)

D pont: $\rho_m^D = 100\text{ mm}$

$\rho_t^D = 300\text{ mm}$

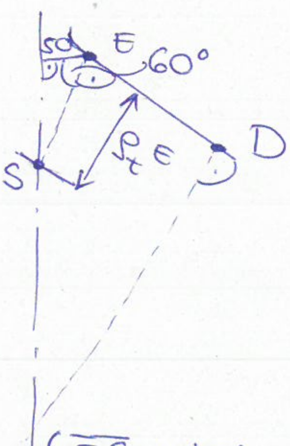
↓

(1. érintőt húzunk D pontba
2. merőlegest állítunk rá D-ben
3. merőleges elmetszi a forgástengelyt → P pont
4. ρ_t a P pont és D pont távolsága,
tehát $r + \frac{100}{\cos 60°} = 100 + 200 = 300\text{ mm}$)

KÚP:

$$\boxed{\begin{aligned} \rho_m &= \infty \\ \rho_t &= \dots \text{ számolni kell} \dots \end{aligned}}$$

ρ_t-t a tórusznál hasonlóan értelmezzük!



D pont: $\rho_m^D = \infty$

$\rho_t^D = 300\text{ mm}$

E pont: $\rho_m^E = \infty$

$\rho_t^E = \frac{50}{\cos 60°} = 100\text{ mm} \rightarrow$ ($\overline{ES}$ távolság)

- Ezután csak behelyettesítünk σ_m és σ_t képletébe:

Eredmények:

Rész	Pont	ρ_m [mm]	ρ_t [mm]	σ_m [MPa]	σ_t [MPa]
GÖMB	A	200	200	40	40
	B	200	200	40	40
HENGER	B	∞	200	40	80
	C	∞	200	40	80
TÓRUSZ	C	100	200	40	$\emptyset$
	D	100	300	60	-60
KÚP	D	∞	300	60	120
	E	∞	100	20	40

Fontos! Bekeretezett rész: görbületi sugárban ugrásszerű változás van (ρ_m) $\longrightarrow$ σ_t-ben is $\rightarrow$ közelítésre sem jók a membrán képletek itt

Megjegyzés: σ_m és σ_t képletébe behelyettesítünk, de akkor "gond" lehet, amikor $\rho_m = \infty$.

pl. a HENGER B pontja:

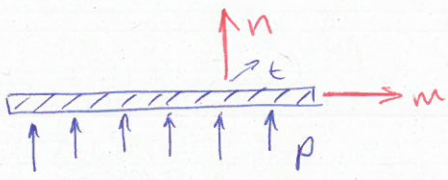
$$\sigma_m = \frac{p \cdot \rho_t}{2 \cdot v} = \frac{2 \cdot 200}{2 \cdot 5} = 40\,\text{MPa}$$

$$\sigma_t = \sigma_m \left(2 - \frac{\rho_t}{\rho_m}\right) = 40\left(2 - \underbrace{\frac{200}{\infty}}_{\approx 0}\right) = 80\,\text{MPa}$$

Hengeres rész hossz és átmérőváltozása?

$$\underline{\underline{\sigma}}_{(m,t,n)} = \begin{bmatrix} \sigma_m & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_t & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Főirányok: m, t, n



$\Longrightarrow$ hosszváltozás: m irány

átmérőváltozás: t irány $\rightarrow$ t lapra befelé mutat

$$\underline{\underline{\varepsilon}} = \begin{bmatrix} \varepsilon_m & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_t & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_n \end{bmatrix}$$

Hooke - törvényből:
$$\varepsilon_t = \frac{1}{E}\left(\sigma_t - \nu\sigma_m\right)$$
$$\varepsilon_m = \frac{1}{E}\left(\sigma_m - \nu\sigma_t\right)$$
$$\varepsilon_n = -\frac{\nu}{E}\left(\sigma_m + \sigma_t\right)$$

Hengeres részen:

~ hosszváltozás: $\Delta L = L \cdot \varepsilon_m = L\left(\frac{1}{E}\left(\sigma_m - \nu\sigma_t\right)\right) =$

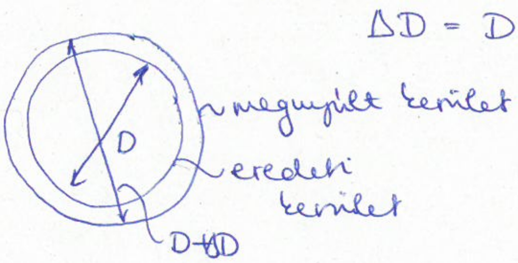
$$= 1000 \cdot \frac{1}{200\,000}\left(40 - 0{,}3 \cdot 80\right) = \underline{\underline{0{,}08\ \text{mm}}}$$

~ átmérőváltozás:
$$\underbrace{(D+\Delta D)\pi}_{\text{megnyúlt kerület}} - \underbrace{D\pi}_{\text{eredeti kerület}} = \varepsilon_t \cdot D\pi$$

$$\varepsilon_t = \frac{\Delta K}{K} = \frac{(D+\Delta D)\pi - D\pi}{D\pi} = \frac{\Delta D}{D}$$

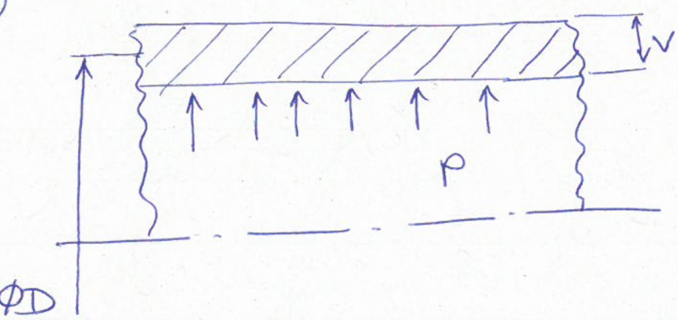
$$\frac{\Delta D}{D} = \varepsilon_t$$

$$\Delta D = D \cdot \varepsilon_t = D \cdot \frac{1}{E}\left(\sigma_t - \nu \cdot \sigma_m\right) = 400 \cdot \frac{1}{200000}\left(80 - 0{,}3 \cdot 40\right)$$



$$= \underline{\underline{0{,}136\ \text{mm}}}$$

8.2



$D = 250$ mm

$p = 15$ bar $= 1{,}5$ MPa

$\sigma_{meg} = 92$ MPa

Megoldás:
$$\underset{(m,t,n)}{\underline{\underline{\sigma}}} = \begin{bmatrix} \sigma_m & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_t & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_n \end{bmatrix}$$

Belső felületi pontokban:

$\sigma_n = -p$ (⊖, mert nyomja a felületet)

Külső — " — :

$\sigma_n = 0$

Henger, tehát használjuk a kazánformulát ($\rho_m = \infty$, $\rho_t = R$-rel membránelmélet):

$$\sigma_m = \frac{p \cdot D}{4v}\ (+) \qquad \sigma_t = 2\sigma_m\ (+) \Longrightarrow \sigma_t > \sigma_m$$

$$\left.\begin{array}{l}\sigma_1 = \sigma_t \\ \sigma_2 = \sigma_m\end{array}\right\}$$ pozitívak henger esetén és $\sigma_t > \sigma_m$

$\sigma_3 = -p$ } negatív

$$\boxed{\sigma_{egy}^{Mohr} = \sigma_1 - \sigma_3 = 2 \cdot \frac{pD}{4 \cdot v} - (-p) = \frac{pD}{2v} + p}$$

Méretezés $\rightarrow$ $\sigma_{egy}^{Mohr} = \sigma_{meg}$ $\longrightarrow$ $\sigma_{meg} = \frac{pD}{2v} + p$

$$v = \frac{p \cdot D}{2(\sigma_{meg} - p)} = \frac{1{,}5 \cdot 250}{2(92 - 1{,}5)} = \underline{\underline{2{,}07 \text{ mm}}}$$

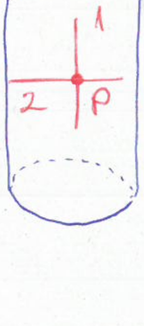
Megj.: Ha a külső felületi pontokon méretezünk, akkor $\sigma_3 = 0$.

$$\sigma_{meg} = \sigma_{egy}^{Mohr} = \sigma_1 - \sigma_3 = \frac{pD}{2v} \rightarrow v = \frac{pD}{2\sigma_{meg}} = \underline{\underline{2{,}03 \text{ mm}}}$$

Ez kisebb, mint a 2,07 mm, tehát a belső pontokon ezzel a falvastagsággal NEM felelne meg, $\sigma_{egy}^{Mohr} > \sigma_{meg}$ lenne.

Méretezéskor emiatt a biztonság irányába térünk el, ha a belső falon méretezünk!)

8.5



1-es irány: meridián

2-es irány: tangenciális

$$\Longrightarrow \varepsilon_1 = \varepsilon_m = \frac{1}{E}(\sigma_m - \nu\sigma_t)$$

$$\varepsilon_2 = \varepsilon_t = \frac{1}{E}(\sigma_t - \nu\sigma_m)$$

Henger: $\boxed{\begin{array}{l}\rho_m = \infty \\ \rho_t = \frac{d}{2}\end{array}}$ $\longrightarrow$ $\sigma_m = \frac{p \cdot d}{4 \cdot v}$; $\sigma_t = \sigma_m \cdot \left(2 - \underbrace{\frac{\rho_t}{\rho_m}}_{0}\right) = 2\sigma_m =$

$$= \frac{p \cdot d}{2 \cdot v}$$

Tehát a főalakváltozások:

$$\varepsilon_m = \frac{1}{E}\left(\sigma_m - \nu 2\sigma_m\right) = \frac{\sigma_m}{E}(1-2\nu) = \frac{d \cdot p}{4Ev}(1-2\nu) = \varepsilon_1$$

$$\varepsilon_t = \frac{1}{E}\left(2\sigma_m - \nu \cdot \sigma_m\right) = \frac{\sigma_m}{E}(2-\nu) = \frac{d \cdot p}{4Ev}(2-\nu) = \varepsilon_2$$

Két egyenlet, 2 ismeretlen (ν, p):

$$\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} = \frac{1-2\nu}{2-\nu} \longrightarrow \nu = \frac{2\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_1 - 2\varepsilon_2} = \frac{2 \cdot 375 \cdot 10^{-6} - 1312{,}5 \cdot 10^{-6}}{375 \cdot 10^{-6} - 2 \cdot 1312{,}5 \cdot 10^{-6}} =$$

$$= \underline{\underline{0{,}25}}$$

ε_m képletéből p:

$$p = \frac{4Ev \cdot \varepsilon_1}{d(1-2\nu)} = 2\,MPa = 20\,bar$$

$\longrightarrow$ éppen lehet üzemeltetni, de inkább a biztonság felé térünk el a valóságban és NEM

Így a feszültségek: $\sigma_m = 60\,MPa$

$\sigma_t = 120\,MPa$