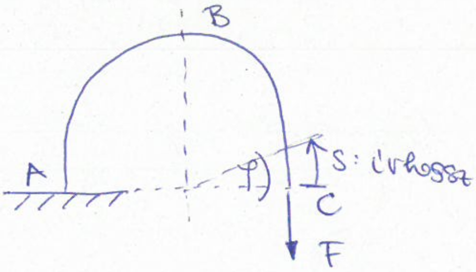
$\boxed{\text{12. gyakorlat}}$

Energia módszerek

7.1



a) Végkm. függőleges elmozdulása?

U_N-t elhanyagoljuk!

$\Longrightarrow \boxed{U = U_{Mh}}$

<u>Castigliano-tétel:</u> C km. lehajlását szeretnénk számolni → pont itt és pont "jó" irányban hat az F. M_h-t φ függvényében írjuk fel → ds helyett $d\varphi$ kellene.

$$f = \frac{1}{IE}\int_{(s)} M_h(\varphi)\cdot\frac{\partial M_h(\varphi)}{\partial F}\,ds$$

$ds = R\cdot d\varphi$ (előző gyakorlat anyaga)

$$f = \frac{1}{IE}\int_{0}^{\pi} M_h(\varphi)\cdot\frac{\partial M_h(\varphi)}{\partial F}\cdot R\cdot d\varphi$$

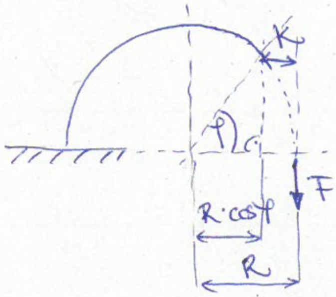
$0\ldots\pi$: integrálási határok.

C-nél: $\varphi = 0$ rad

A-nál: $\varphi = \pi$ rad

Írjuk fel $M_h(\varphi)$-t!

konvenció: $+$



k: erőkar

$k = R - R\cdot\cos\varphi = R(1-\cos\varphi)$

$M_h(\varphi) = F\cdot k = FR(1-\cos\varphi)$

Parciális deriválás: ($M_h(\varphi)$-ben sok változó van: F, R, φ)

$$\frac{\partial M_h(\varphi)}{\partial F} = R(1-\cos\varphi)$$

itt most F, és nem φ szerint deriválunk!

Tehát:

$$f = \frac{1}{IE}\int_0^{\pi}\underbrace{FR(1-\cos\varphi)}_{M_h(\varphi)}\cdot\underbrace{R(1-\cos\varphi)}_{\frac{\partial M_h(\varphi)}{\partial F}}\cdot R\cdot d\varphi = \frac{1}{IE}\int_0^{\pi} FR^3(1-\cos\varphi)^2\,d\varphi$$

$$f = \frac{1}{IE} \cdot \frac{FR^3}{1} \int_0^{\pi} \left(1 - 2\cos\varphi + \cos^2\varphi\right) d\varphi$$

⋮ (integrálunk)

$$f = \frac{FR^3}{IE}\left[\pi + \emptyset + \frac{\pi}{2}\right] \longrightarrow \boxed{f = \frac{3\pi FR^3}{2\,IE}}$$

$$\left(I = \frac{d^4\pi}{64}\right)$$

$$\downarrow$$

$$f = \frac{96FR^3}{d^4E}$$

b) U_N-t figyelembe vesszük!

$$U = U_{Mh} + U_N$$

$$f = \frac{\partial U}{\partial F} = \underbrace{\frac{\partial U_{Mh}}{\partial F}}_{\text{ezt az előbb kiszámoltuk}} + \frac{\partial U_N}{\partial F} = f_{Mh} + f_N$$

$$\left(f_N = \frac{1}{AE}\int_0^{\pi} N(\varphi)\frac{\partial N(\varphi)}{\partial F} \cdot R\,d\varphi\right)$$

így is lehet, ehhez $N(\varphi)$-t fel kellene írni, de inkább U_N-t deriváljuk, ez rövidebb számolás

Most nem írjuk fel $N(\varphi)$-t, hanem az előző órán számolt U_N-t deriváljuk:

$$U_N = \frac{F^2R}{d^2 \cdot E} \longrightarrow \frac{\partial U_N}{\partial F} = \boxed{\frac{2FR}{d^2E} = f_N}$$

$$\Longrightarrow f = f_{Mh} + f_N = \frac{96FR^3}{d^4E} + \frac{2FR}{d^2E}$$

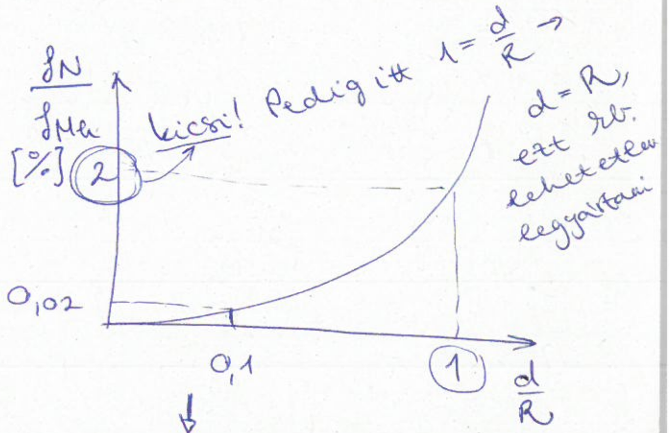
f_N és f_{Mh} aránya?

$$\frac{f_N}{f_{Mh}} = \frac{\frac{2\cancel{F}R}{d^{\cancel{2}}\cancel{E}}}{\frac{96\cancel{F}R^{\cancel{3}2}}{d^{\cancel{4}2}\cancel{E}}} = \underbrace{\frac{1}{48} \cdot \left(\frac{d}{R}\right)^2}_{\text{parabola}}$$

"$y = ax^2$"

$y : \frac{f_N}{f_{Mh}}$

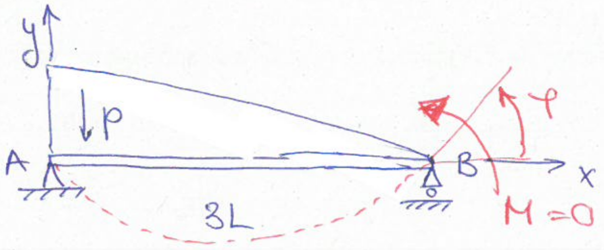
$x : \frac{d}{R}$



↓

N elhanyagolható!

7.5 Km. szögelfordulása a B helyen?

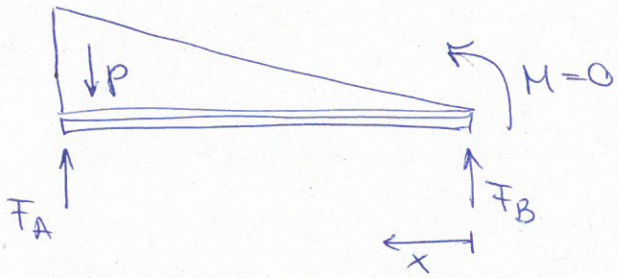


B-nél nincs nyomaték!

$\varphi = \dfrac{\partial U}{\partial M}$ képlettel tudnánk számolni a szögelfordulást → teszünk a B-hez egy $M=0$ nyomatékot.

Koord.-rsz. x tengelyét megfordítjuk, $M_h(x)$ előző gyak alapján felírható.

SZTA:



$$\sum M_{(A)} = 0$$

$$-F_B \cdot 3L - M + \frac{p \cdot 3L}{2} \cdot L = 0$$

$$\boxed{F_B = \frac{p \cdot L}{2} - \frac{M}{3L}}$$

$$\sum F_y = 0$$

$$F_A + F_B - p \cdot \frac{3L}{2} = 0$$

$$\boxed{F_A = p \cdot L + \frac{M}{3L}}$$

Hajlítónyomaték fv.:

$$M_h(x) = -M - F_B \cdot x - \frac{px}{2} \cdot \frac{x}{3L} \cdot \frac{x}{3} = -M + \frac{Mx}{3L} - \frac{Lpx}{2} + \frac{px^3}{18L}$$

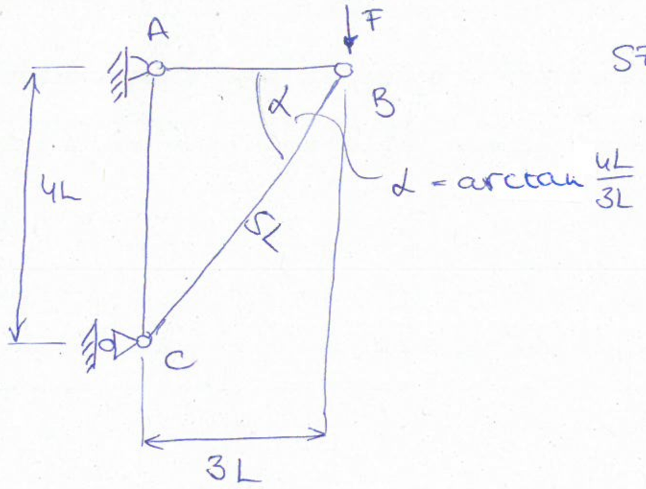
Nyírást elhanyagoljuk, N és M_t nincs:

$$\varphi = \frac{\partial U}{\partial M} = \frac{\partial U_{Mh}}{\partial M} = \frac{1}{IE}\int_0^{3L} M_h(x) \cdot \frac{\partial M_h(x)}{\partial M}\, dx = \frac{1}{IE}\int_0^{3L} \frac{(3L-x)^2(3Lpx+px^2)}{54L^2}\, dx =$$

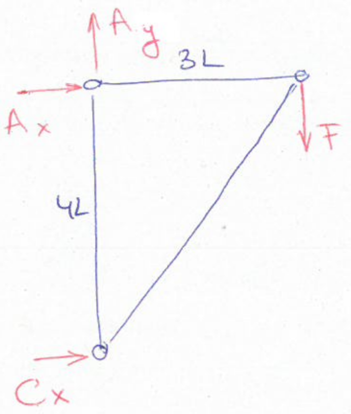
$$= \ldots = \underline{\underline{\frac{21L^3p}{40\,IE} = 2{,}82^\circ}}$$

$$\frac{\partial M_h(x)}{\partial M} = \frac{x}{3L} - 1$$

(7.7) Rácsos szerkezet: B km. függőleges elmozdulása?



SZTÁ



$$\sum M_{(A)} = 0 \qquad C_x \cdot 4\cancel{L} - F \cdot 3\cancel{L} = 0$$

$$C_x = \frac{3}{4} F$$

$$\sum F_x = 0 \qquad A_x + C_x = 0$$

$$A_x = -C_x = -\frac{3}{4} F$$

$$\sum F_y = 0 \qquad A_y - F = 0$$

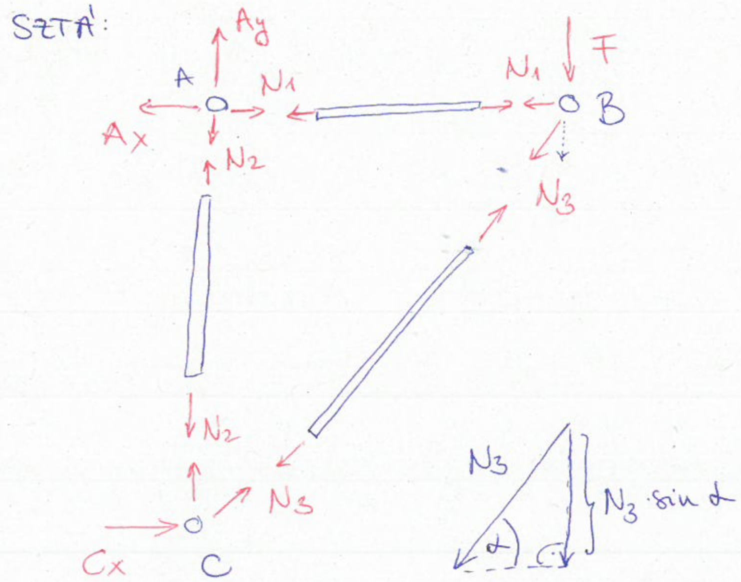
$$A_y = F$$

Rácsos szerkezet, terhelés csak a csomópontokban van.
→ Csak rúdirányú erők → Csak NORMÁL igénybevétel! $\boxed{U = U_N}$

B lehajlása: $f_B = \dfrac{\partial U}{\partial F} = \dfrac{\partial U_N}{\partial F}$

U_N a három rúd alakváltozási energiájából tevődik össze:

SZTÁ:



Csomópontokra egyensúlyi egyenletek:

A: $\sum F_x = 0 \qquad N_1 - |A_x| = 0$

$$N_1 = |A_x| = \frac{3}{4} F$$

$\sum F_y = 0 \qquad |A_y| - N_2 = 0$

$$N_2 = |A_y| = F$$

B: $\sum F_y = 0 \qquad -F - N_3 \cdot \sin\alpha = 0$

$$N_3 = -\frac{F}{\sin\alpha} = -\frac{5}{4} F$$

Alakváltozási energia ≥ 0, tehát abszt. értékek kellenek:

$$N_1 = \frac{3}{4}F \longrightarrow \frac{\partial N_1}{\partial F} = \frac{3}{4}$$

$$N_2 = F \longrightarrow \frac{\partial N_2}{\partial F} = 1$$

$$N_3 = \frac{5}{4}F \longrightarrow \frac{\partial N_3}{\partial F} = \frac{5}{4}$$

$$f_B = \frac{\partial U_1}{\partial F} + \frac{\partial U_2}{\partial F} + \frac{\partial U_3}{\partial F} = \frac{1}{AE}\left[\int_0^{3L} N_1 \frac{\partial N_1}{\partial F} ds + \int_0^{4L} N_2 \frac{\partial N_2}{\partial F} ds + \int_0^{5L} N_3 \frac{\partial N_3}{\partial F} ds\right] =$$

$$= \frac{1}{AE}\left[\int_0^{3L} \frac{3}{4}\cdot\frac{3}{4}F\,ds + \int_0^{4L} 1\cdot F\,ds + \int_0^{5L} \frac{5}{4}\cdot\frac{5}{4}F\,ds\right] = \frac{1}{AE}\left[\frac{27}{16}FL + 4FL + \frac{125}{16}FL\right]$$

$$\Rightarrow \boxed{f_B = \frac{27FL}{2AE}}$$