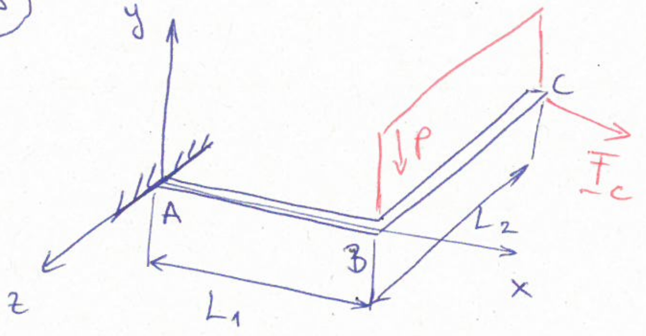
5. gyakorlat

## Összetett igénybevételek

(1.25)




Adatok

$L_1 = 3m$

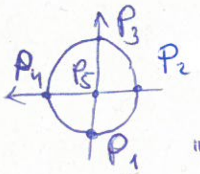
$L_2 = 2m$

Megoszló terhelés: $p = 40 \frac{N}{m}$

Erő: $\underline{F}_c = \begin{bmatrix} -150 \\ 200 \\ -50 \end{bmatrix} N$

Feladat: a, befogás km-ében az igénybevételekből adódó feszültségeloszlások

b, $P_1, \dots, P_5$ pontokban feszültségek ábrázolása




"A" km.

Megoldás

a, Milyen igénybevételeket ismerünk? Milyen feszültségek ébrednek?

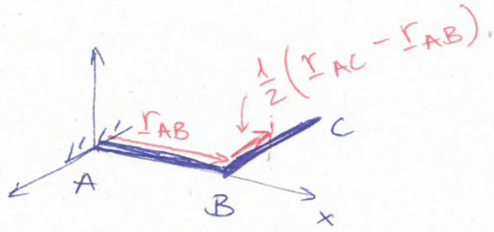
- normál $\left(\sigma = \frac{N}{A}\right)$ } normálfeszt.
- hajlító $\left(\sigma = \frac{M_h}{I} y\right)$ }
- nyíró $\left(\tau = \frac{V \cdot S}{I \cdot a}\right)$ } csúsztatófeszt.
- csavaró $\left(\tau = \frac{M_t}{I_p} \rho\right)$ }

~ Meghatározzuk a befogás km-ének az igénybevételét → redukáljuk az erőrendszert az "A" km. súlypontjába.

Erő: $\underline{F} = \underline{F}_c + \underbrace{p \cdot L_2 (-\underline{j})} = \begin{bmatrix} -150 \\ 200 \\ -50 \end{bmatrix} + 80 \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -150 \\ 120 \\ -50 \end{bmatrix} N$

megoszló terhelés negatív y irányba mutat, nagysága $p \cdot L_2$ $\left( \left[\frac{N}{m}\right] \cdot [m] \right)$

Nyomaték: $\underline{M}_A = \underline{r}_{AC} \times \underline{F}_C + \underbrace{\left(\underline{r}_{AB} + \frac{1}{2}(\underline{r}_{AC} - \underline{r}_{AB})\right)} \times (-pL_2 \underline{j}) =$

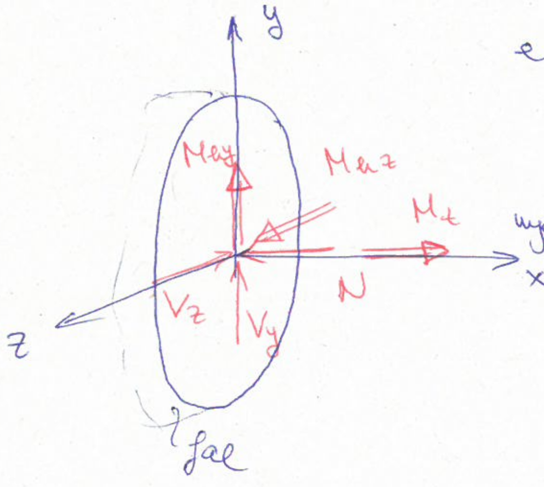



BC rúdrész súlypontja, a megoszló terhelést mindig a súlypontba redukáljuk, a rúd felénél van

$$= \underline{r}_{AC} \times \underline{F}_C + \frac{1}{2}(\underline{r}_{AC} + \underline{r}_{AB}) \times (-pL_2 \underline{j}) = \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \\ -2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -150 \\ 200 \\ -50 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 \\ -80 \\ 0 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} 320 \\ 450 \\ 360 \end{bmatrix} \text{Nm}$$

~ Befogás km-ét lerajzoljuk, rárajzoljuk az erő- és nyomatékkomponenseket előjelhelyesen, tehát az igénybevételeket




erő $\begin{cases} N: \text{normáligv. (km-re } \perp) \\ V: \text{nyíróigv. (km-tel } \parallel) \end{cases}$

nyomaték $\begin{cases} M_h: \text{hajlítónyom. igv. (km-tel } \parallel) \\ M_t: \text{csavaró igv. (km-re } \perp) \end{cases}$

($\parallel$ erőknél és nyomatékoknál indexszel jelöljük, hogy melyik tengellyel párhuzamos)

Előjelek az ábrán szerepelnek, az abszolútértékek:

$N = 150\,N$ $\qquad M_t = 320\,000\ Nmm$

$V_y = 120\,N$ $\qquad M_{hy} = 450\,000\ Nmm$

$V_z = 50\,N$ $\qquad M_{hz} = 360\,000\ Nmm$

~ Keresztmetszeti jellemzők.

$$A = \frac{d^2\pi}{4} = 706{,}858\ mm^2$$ (terület)

$$I_y = I_z = \frac{d^4\pi}{64} = 39760{,}8\ mm^4$$ (másodrendű nyom.)

$$I_p = \frac{d^4\pi}{32} = 79521{,}6\ mm^4$$ (poláris másodrendű nyom.)

$$K_y = K_z = \frac{d^3\pi}{32} = 2650{,}72\ mm^3$$ (keresztmetszeti tényező)

$$K_p = \frac{d^3\pi}{16} = 5301{,}44\ mm^3$$ (poláris km. tényező)

~ Különböző igénybevételekből adódó feszültségek:

$\boxed{N}$ $\sigma_x = -\frac{N}{A} = -0{,}212\ MPa$

nyomott

$\boxed{V_y}$ $\tau_{xy} = \underbrace{\frac{4}{3}\frac{V_y}{A}}\left[1-\left(\frac{y}{r}\right)^2\right] = 0{,}226 - 0{,}001006\, y^2$ [mm]

(*) (**)

$\tau_{max} = 0{,}226\ MPa\ (y=0)$ (ez egyszerűsítések után jön ki, körszelet területe és súlypontja kell hozzá)

(*): a $\tau$ fesz. az x normálisú síkkal (y-z) sík párhuzamos

(**): $V_y$ az y tengellyel párhuzamos

$\boxed{V_z}$ $\tau_{xz} = -\underbrace{\frac{4}{3}\frac{V_z}{A}}\left[1-\left(\frac{z}{r}\right)^2\right] = -0{,}094 - 0{,}000419\, z^2$ [mm]

$V_z$ negatív irányba mutat $|\tau_{max}| = 0{,}094\ MPa$ (z = 0)

$\boxed{M_t}$ $\tau_{xt} = \frac{M_t}{I_p}\rho = 4{,}024\rho$

$\tau_{xz}$

$$\tau_{max} = \tau_{xt}\Big|_{\rho = 15\ mm\ \left(\frac{d}{2}\right)} = \frac{M_t}{K_p} = 60{,}36\ MPa$$

$\boxed{M_{hy}}$ $\sigma_x = \frac{M_{hy}}{I_y} \cdot z = 11,318 \cdot z$

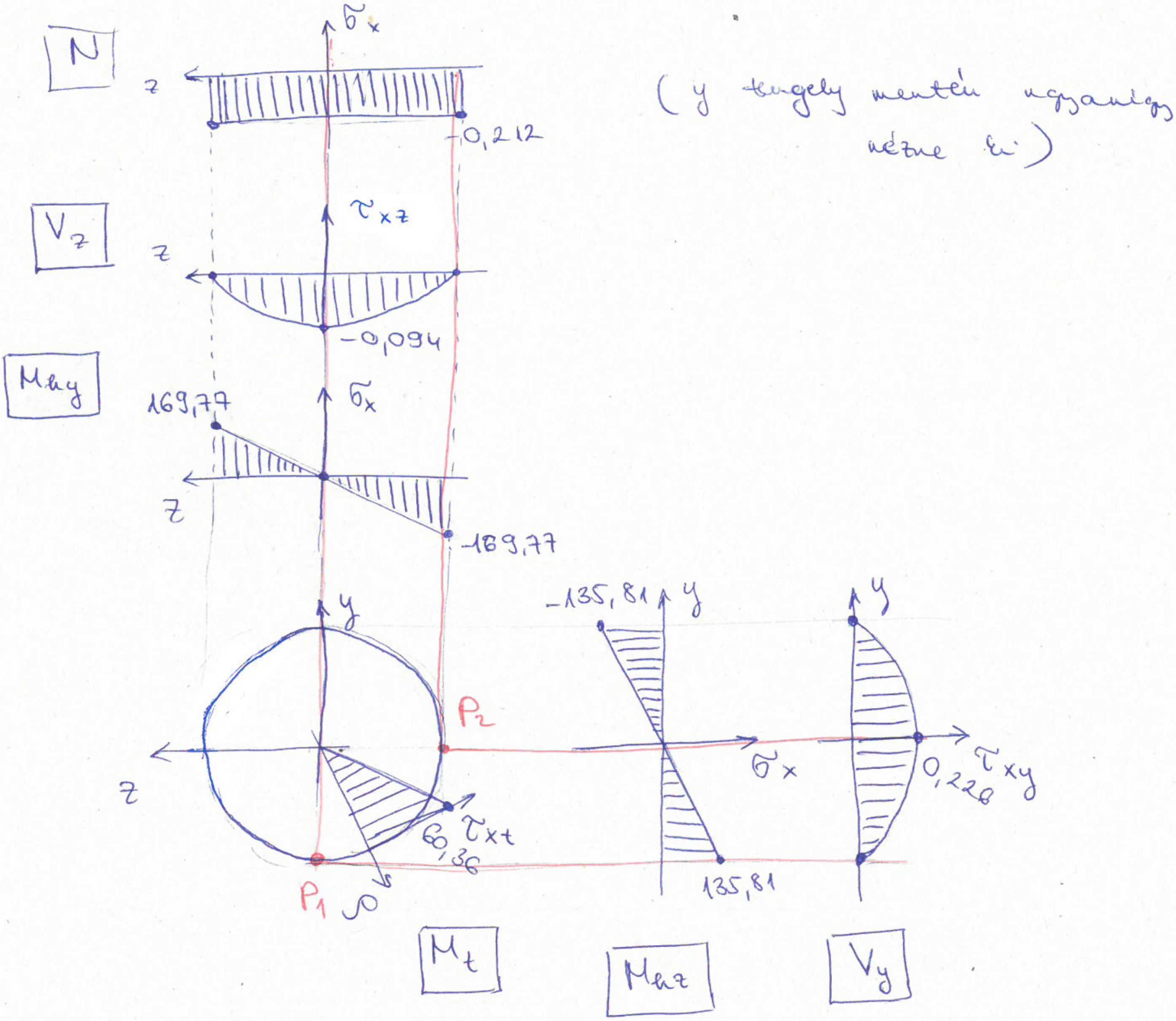
$$\sigma_{max} = \frac{M_{hy}}{K_y} = \sigma_x \Big|_{z=15\,mm} = 169,77 \text{ MPa}$$

$\boxed{M_{hz}}$ $\sigma_x = - \frac{M_{hz}}{I_z} \cdot y = -9,054\, y$

ha elképzeljük, a húzott -nyomott szál így jön ki jól

$$\sigma_{max} = \frac{M_{hz}}{K_z} = 135,81 \text{ MPa}$$

~ Feszültségeloszlások ábrázolása



b) $P_1, \dots, P_5$ pontok feszültségi állapota
($\sigma_x, \tau_{xy}, \tau_{xz}$ feszültségek vannak, összeadjuk az ábráról leolvasott értékeket.)

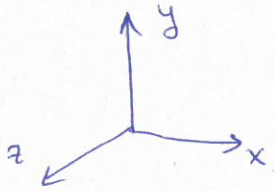
$\boxed{P_1}$

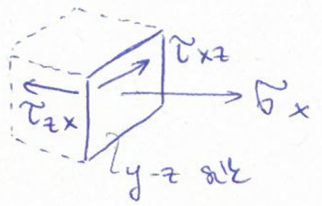
$$\sigma_x = \underbrace{-0{,}212}_{N} + \underbrace{135{,}81}_{M_{hz}} + \underbrace{\emptyset}_{M_{hy}} = 135{,}598 \text{ MPa}$$

(piros vonal előző oldalon)

$$\tau_{xy} = \underbrace{\emptyset}_{V_y} \text{ MPa}$$

$$\tau_{xz} = \underbrace{-0{,}094}_{V_z} \underbrace{-60{,}36}_{M_t} = -60{,}454 \text{ MPa}$$



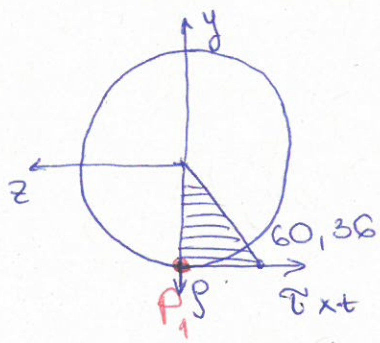

$\tau_{xz}$: x normálisú y-z sík,
$\tau_{xz}$ negatív, tehát ⊖ z irányba mutat

$\tau_{xz} - \tau_{zx}$

$\tau_{zx}$: z normálisú x-y sík, ⊖ x irányba mutat

$$\underline{\underline{\sigma}} = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 135{,}598 & \emptyset & -60{,}454 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset \\ -60{,}454 & \emptyset & \emptyset \end{bmatrix}$$

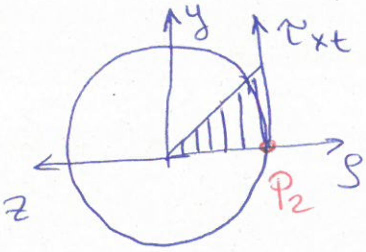
$M_t$ -ből származó $\tau_{xt}$ miért a $\tau_{xz}$ -hez adódik hozzá és miért negatív?




Előző oldalon lévő $\tau_{xt}$ fesz. eloszlást elforgatjuk a $P_1$ pontig. A fesz. eloszlás a z tengellyel párhuzamos, és az x normálisú síkban van $\longrightarrow$ $\tau_{xz}$ lesz belőle.

Negatív, mert a z és $\tau_{xt}$ tengelyek ellentétesen mutatnak.

$\boxed{P_2}$




→ $\tau_{xt}$ -ből $\tau_{xy}$ lesz. Mindig be kell forgatni a pontba a $\rho - \tau_{xt}$ ábrát (mert egy adott sugárnál ugyanaz a $\tau$ körben.)

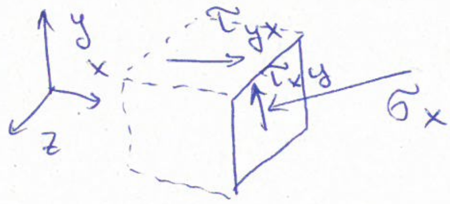
$\tau_{xt}$ és y ugyanarra mutatnak

→ $\tau_{xy}$ pozitív lesz!

$$\sigma_x = \underbrace{-0{,}212}_{N} + \underbrace{\emptyset}_{M_{hz}} \underbrace{-169{,}77}_{M_{hy}} = -169{,}982 \text{ MPa}$$

$$\tau_{xy} = \underbrace{0{,}226}_{V_y} + \underbrace{60{,}36}_{M_t} = 60{,}586 \text{ MPa}$$

$$\tau_{xz} = \underbrace{\emptyset}_{V_z}$$




$$\underline{\underline{\sigma}} = \begin{bmatrix} -169{,}982 & 60{,}586 & \emptyset \\ 60{,}586 & \emptyset & \emptyset \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{bmatrix}$$

$P_3, P_4, P_5$: HF, hasonlóan.