1.15
1.16
(1.18)

3. gyakorlat

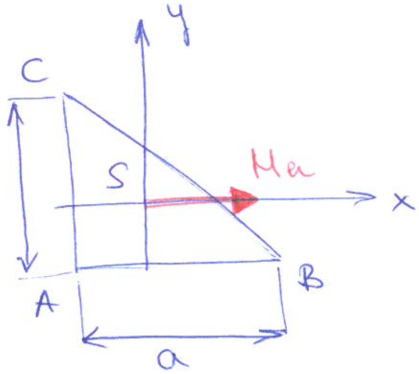
Ferde hajlítás

1.15 $M_h = 3k\,Nm$
$a = 9\,cm$

a, σ eloszlás?

b, $\sigma_{meg} = 150\,MPa \rightarrow n = ?$

c, zérustengely $\leftrightarrow$ x tengely szöge? (β)

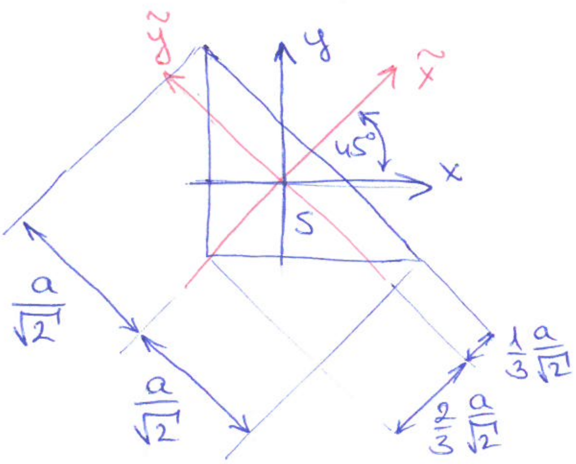


Megoldás:

~ Alapgondolat: Megkeressük a főtengelyeket, és az M_h-t felbontjuk főtengely-irányú komponensekre $\rightarrow$ "2 db tiszta egyenes hajlítás szuperpozíciója".

a)

~ Főtengelyek helyzete: szimmetriatengely mindig főtengely! (másik erre merőleges) súlyponton átmennek!



$\tilde{x}$: 1-es főtengely (I_1)

$\vee$

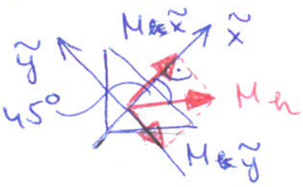
$\tilde{y}$: 2-es főtengely (I_2)

~ Segédletből másodrendű nyomaték: (vagy Statika füzetből)

$$I_1 = I_{\tilde{x}} = \frac{a^4}{24} = 2\,733\,750\ mm^4$$

$$I_2 = I_{\tilde{y}} = \frac{a^4}{72} = 911\,250\ mm^4$$

~ Hajlítónyomaték felbontása: (Pitagorasz-tétel, 45°)



$$M_{h\tilde{x}} = M_{h\tilde{y}} = \frac{M_h}{\sqrt{2}} = 1500000\sqrt{2}\ Nmm =$$

$$= \underline{\underline{2\,121\,132\ Nmm}}$$

~ $\tilde{x}$ és $\tilde{y}$ tengely körüli hajlítást külön-külön kiszámoljuk, utána összeadjuk: (előjeleket végig kell gondolni, húzott-nyomott szál miatt)

$\tilde{x}$ tengely körül

$$\sigma_z^{(\tilde{x})} = \frac{M_{\tilde{x}}}{I_{\tilde{x}}} \cdot \tilde{y} \cong 0{,}775975 \cdot \tilde{y} \ [\mathrm{MPa}]$$

[mm]-ben kell behelyettesíteni!

abs. érték

$\tilde{y}$ tengely körül

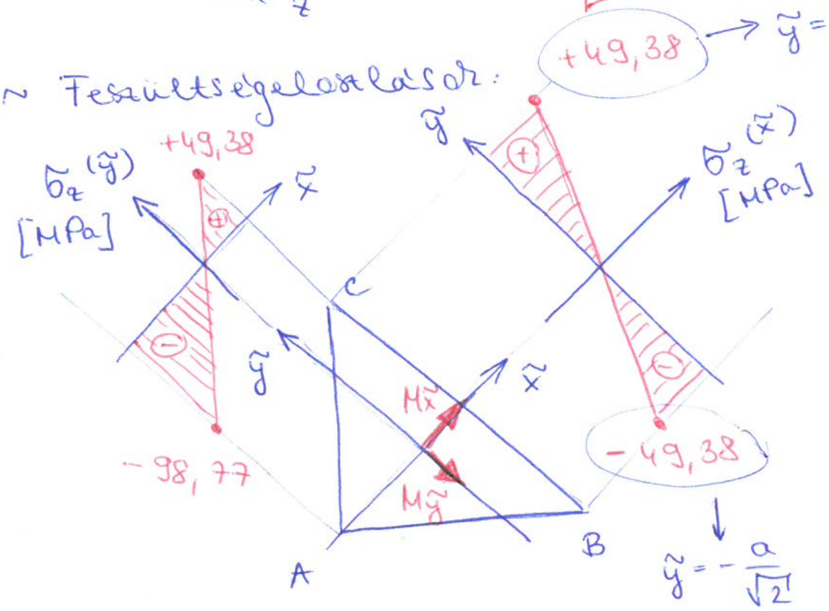
$$\sigma_z^{(\tilde{y})} = \frac{M_{\tilde{y}}}{I_{\tilde{y}}} \cdot \tilde{x} \cong 2{,}32792\, \tilde{x} \ [\mathrm{MPa}]$$

ez az index arra utal, hogy a km. az x-y síkban van, aminek a normálisa z

$$\boxed{\sigma_z(\tilde{x},\tilde{y}) = \frac{M_{\tilde{x}}}{I_{\tilde{x}}}\tilde{y} - \frac{M_{\tilde{y}}}{I_{\tilde{y}}}\tilde{x}}$$

jobb rendszerre általános képlet, előjelhelyesen helyettesítünk (pl. $M_{\tilde{y}}$ ⊖)

~ Feszültségeloszlások:



($\tilde{x}$ körüli hajlításból származó normálfeszt. az $\tilde{y}$ tengely mentén)

húzott szál: ⊕

nyomott szál: ⊖

(jobbkéz-szabály: hüvelykujj mutatja a nyomaték irányába, többi ujj mutatja a km. deformációját)

b) $\frac{\sigma_{meg}}{\sigma_{max}} = n \longrightarrow \sigma_{max} = ? \longrightarrow$ Valamelyik szélső pontban (A, B vagy C) lesz.

Ábráról leolvasva, <u>előjelhelyesen</u> összeadva:

$\sigma_A = -98{,}77 + \emptyset = \boxed{-98{,}77\ \mathrm{MPa}}$

$\sigma_B = +49{,}38 - 49{,}38 = \emptyset\ \mathrm{MPa}$

$\sigma_C = +49{,}38 + 49{,}38 = \boxed{98{,}77\,\mathrm{MPa}}$

$|\sigma_{max}| = 98{,}77\ \mathrm{MPa}$

$$n = \frac{150\,\mathrm{MPa}}{98{,}77\,\mathrm{MPa}} = \underline{\underline{1{,}52}}$$

c)

~ Az eredő fesz. elosztás: kettő összege

$$\sigma_z(\tilde{x},\tilde{y}) = \sigma_z^{(\tilde{x})} + \sigma_z^{(\tilde{y})} = 2{,}32792\,\tilde{x} + 0{,}775975\cdot\tilde{y}$$

eredő fesz. elo.

két változós függvény!

Szemléltetés: Kossa kidolgozás, kontúrvonal által.

A kon. minden pontjában más, $\tilde{x}$ - $\tilde{y}$-t behelyettesítve számolható.

~ zérustengely: $\sigma_z(\tilde{x},\tilde{y}) = 0$

$2{,}32792\,\tilde{x} + 0{,}775975\,\tilde{y} = 0$

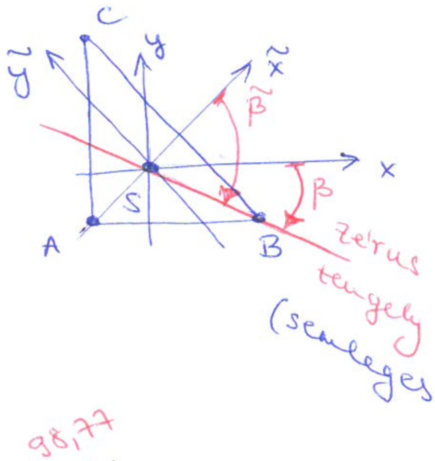
$\tilde{x}$ - $\tilde{y}$ - koord. rsz-ben origón átmenő egyenes egyenlete $\boxed{\tilde{y} = -3\tilde{x}}$

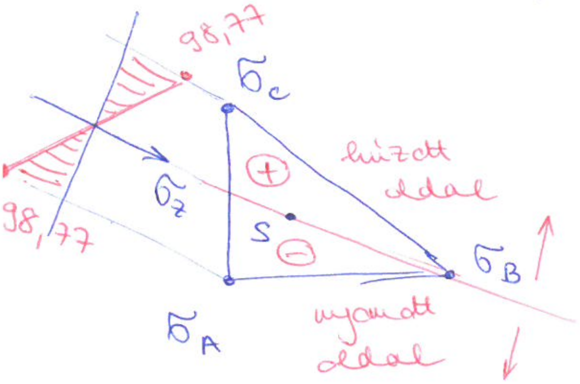
meredekség: $-3 = \mathrm{tg}\,\tilde{\beta}$ — $\tilde{x}$ és zérustengely által bezárt szög

$\tilde{y} = \mathrm{tg}(\tilde{\beta})\,\tilde{x} \rightarrow \tilde{\beta} = -71{,}57°$

(jobb sodrású koord. rsz: ⊕↺, ~~...~~ tehát ez negatív!)

$\beta = -71{,}57° + 45° = \underline{\underline{-26{,}57°}}$





σ_A: ⊖

σ_B: 0

σ_C: ⊕

ezekből megállapítható, hogy melyik oldal ⊕, ⊖

(Megj.: zérustengely abból is kijön, hogy tudunk 2 pontot, ahol $\sigma = 0$ ~~a~~ → B pont, és a súlypont. Ezt a kettőt össze kell kötni.)

(1.16) $\sigma_{meg} = 200\,MPa$

$I = 332{,}03125\,cm^4 = I_x$

$A = 3750\,mm^2$

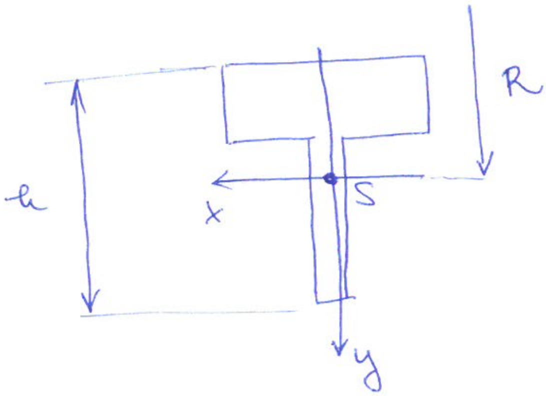
$P = ?$

$\frac{R}{h} < 1$:	Nem használható Grashof
$1 < \frac{R}{h} < 2$:	használható, I_0!
$2 < \frac{R}{h} < 8$:	$I_0 \sim I_z$
$8 < \frac{R}{h}$:	Navier

Megoldás: görbe rudak hajlítása → Grashof képlet? Navier?

~ Görbe rudaknál az első mindig az $\frac{R}{h}$ viszony ellenőrzése!

Alkalmazott koord. rsz. a vizsgált km-ben:



$h = 100\,mm$

$\boxed{2 < \frac{R}{h} < 8}$

$R = \underbrace{337{,}5\,mm}_{300+37{,}5}$, súlyponti görbület kell!

$\frac{R}{h} = 3{,}375$ → Grashof-képlet,

de $I_0 \sim I_x (\sim I)$

hajlítás tengelye adott

~ Grashof-képlet, $I_0 \approx I_x$:

$$\sigma(y) = \frac{M_h}{R \cdot A} + \frac{M_h}{I_x} \cdot y \cdot \frac{R}{R+y}$$

$1\,cm^4 = 1\,(10\,mm)^4 = 10000\,mm^4$

$M_h = -600 \cdot P$

ami csökkenti a görbületet, az negatív

Ezzel a Grashof képlet:

$$\sigma(y) = \frac{-600P}{337{,}5 \cdot 3750} - \frac{600P}{3320312{,}5} y \frac{337{,}5}{337{,}5+y} =$$

$$= -0{,}000474074P - \frac{0{,}0609882 \cdot P \cdot y}{337{,}5+y}$$

nem lineáris, "bonyolult" képlet

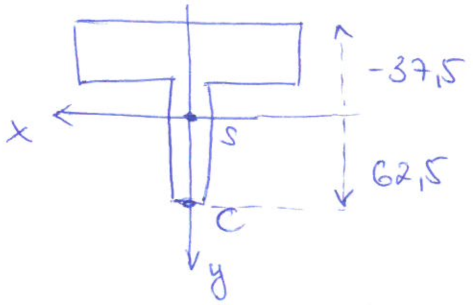
~ P terhelés nagysága?

Alapgondolat: $\sigma(y)$ maximuma $\sigma_{meg} = 200\,MPa$ lehet.

Tudjuk, hogy a $\sigma(y)$ maximuma valamelyik szélső számban lesz, tehát:

$$\left.\begin{aligned}\sigma(-37{,}5) &= 0{,}00714946\cdot P \\ \sigma(62{,}5) &= -0{,}0100035\cdot P\end{aligned}\right\}$$

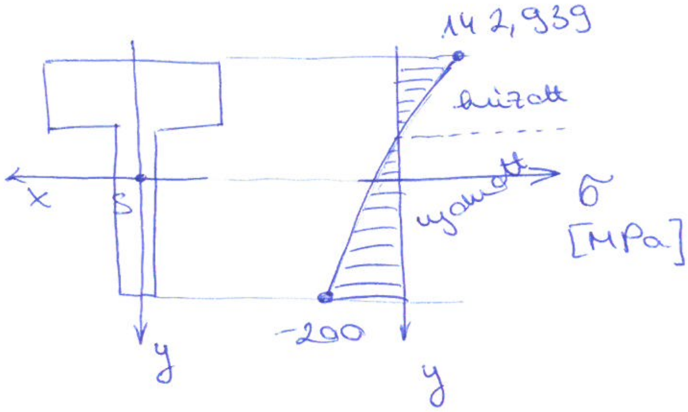
$|\sigma(62{,}5)| > |\sigma(-37{,}5)|$, mert a P-t itt abszt. értékben nagyobb számmal szorozzuk. Tehát erre a részre (C) végeztük el a P számolását!



~ $|\sigma(62{,}5)| = \sigma_{meg}$

$$0{,}0100035\cdot P = 200 \longrightarrow \underline{\underline{P = 19993\,N}}$$

~ Fesz. eloszlás:



~ súlyponti szálban:

$$\sigma(\phi) = -\underline{\underline{9{,}478\,MPa}}$$

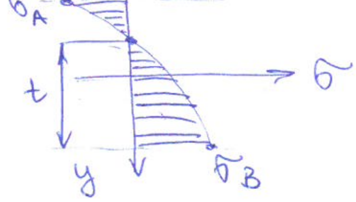
(1.18) $\dfrac{R}{h} = \dfrac{R}{d} = \dfrac{300}{200} = 1{,}5 \longrightarrow$ Grashof, de I_0 nem közelíthető.

Előadáson: $I_0 \approx 83\,229\,715\,mm^4$

$$\sigma(y) = \frac{M_h}{RA} + \frac{M_h}{I_0}\,y\,\frac{R}{R+y} = 0{,}530516 + \frac{18{,}0224y}{300+y}$$

$\sigma(-\frac{d}{2}) = \sigma_A = -8{,}48\,MPa$

$\sigma_B = \sigma(\frac{d}{2}) = 5{,}04\,MPa$



$\sigma(y^*) = 0$

$y^* = -8{,}578$

$t = \frac{d}{2} + |y^*| = 108{,}578\,mm$