SZILÁRDSÁGTAN

1. gyakorlat

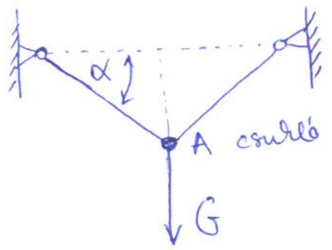
Rudak, gerendák feszültségi állapota - Normál igénybevétel

1.1 $G = 700\,N$

$d = 3\ mm$

$\sigma_{meg} = 285\ MPa$

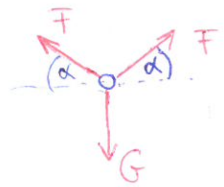
$\alpha_{meg} = ?$



Acélhuzalban a megengedhető normálfeszültség:

$$\sigma_{meg} = \frac{F}{A}$$

A csukló SZTÁ



F függ α-tól, A csuklóra felírjuk az erőegyensúlyt:

$$2 \cdot F \sin\alpha = G$$

$$F = \frac{G}{2 \sin\alpha}$$

A huzal területe:

$$A = \frac{d^2 \pi}{4} = \frac{3^2 \pi}{4} = 7{,}06858\ mm^2$$

α_{meg} számolása:

$$\sigma_{meg} = \frac{F}{A} = \frac{G}{2 \cdot \sin\alpha \cdot A} \ (> \sigma)$$

$$\Longrightarrow \arcsin\left(\frac{G}{2A\sigma_{meg}}\right) = \underline{\underline{\alpha_{meg} = 10^\circ}}$$

Mértékegységre figyelni!

$MPa = \frac{N}{mm^2}$, adatok így voltak megadva

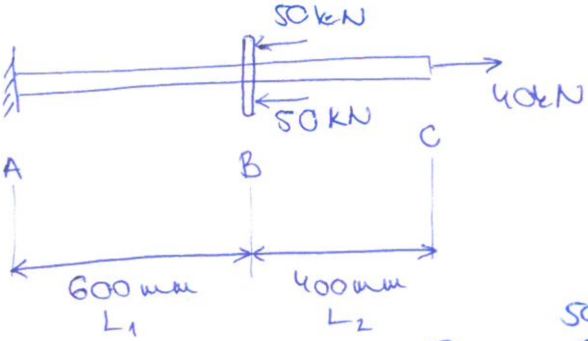
1.2 $d = 20\ mm$

$E = 200\ GPa$

a, igénybevételi ábra? (normál)

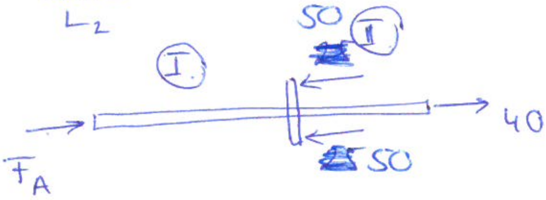
b, végkm. elmozdulása?

c, feszültségek az egyes szakaszokon?



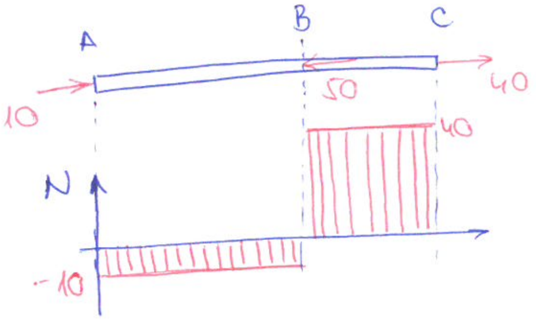
Példatárban: terhelés körkörösen van ráadva!

a) SZTÁ:



$$40 - 50 + F_A = 0$$

$$F_A = 10\,kN$$



$N_1 = -10000\ N$

$N_2 = 40000\ N$

Később a feszültségek számolásához szükség lesz a km. területére:

$$A = \frac{d^2\pi}{4} = \frac{20^2\pi}{4} = 314{,}159\ mm^2 = A_1 = A_2$$

b) rúd végének a hosszváltozása: ΔL

600 mm hosszú (I.) szakasz hosszváltozása: ΔL_1

400 mm hosszú (II.) — " — : ΔL_2

$$\boxed{\Delta L = \Delta L_1 + \Delta L_2}$$

$$\Delta L_1 = \frac{N_1 \cdot L_1}{A_1 \cdot E_1} = \frac{-10000 \cdot 600}{314{,}159 \cdot 200000} = \underline{\underline{-0{,}0955\ mm}}$$

$$\Delta L_2 = \frac{N_2 \cdot L_2}{A_2 \cdot E_2} = \frac{40000 \cdot 400}{314{,}159 \cdot 200000} = \underline{\underline{0{,}255\ mm}}$$

(Mértékegység: N : [N]

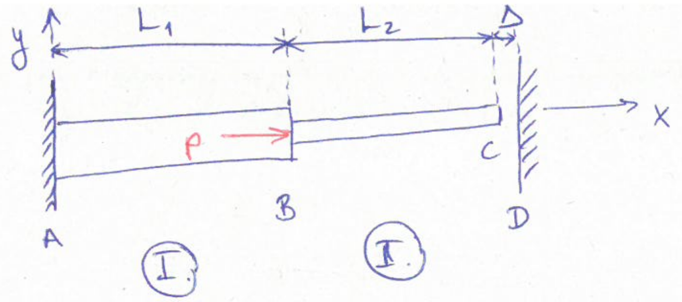
L : [mm]

A : [mm²]

E : [MPa = N/mm²]

$$\Longrightarrow \frac{[N]\cdot[mm]}{[mm^2]\cdot\left[\frac{N}{mm^2}\right]} = [mm]$$)

c) $\sigma_1 = \frac{N_1}{A_1} = -31{,}83\ MPa$; $\sigma_2 = \frac{N_2}{A_2} = 127{,}324\ MPa$



(1.3) Adatok:

$L_1 = 600\ mm$

$L_2 = 600\ mm$

$\Delta = 0{,}15\ mm$

$p = 300\ kN$

$E = 70\ GPa$

$d_1 = 50\ mm$

$d_2 = 25\ mm$

a) $F_A = ?$ $F_C = ?$

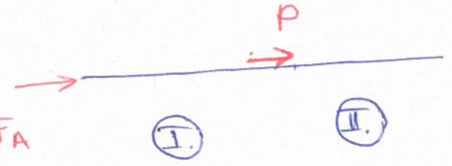
b) $\Delta L_1 = ?$ $\Delta L_2 = ?$

c) $\sigma_1 = ?$ $\sigma_2 = ?$

Kérdés: ha p-vel terheljük, megnyúlik? Hozzáér a falhoz, vagy nem?

(1.)

SZTA:



(TFH nem ér hozzá)

Egyensúlyi egyenlet:

$$\sum F_x = 0 \qquad F_A + p = 0 \qquad \underline{\underline{F_A = -p}}$$

Hosszváltozás:

$$\Delta L_1 = \frac{N_1 \cdot L_1}{A_1 \cdot E} = \frac{300000 \cdot 600}{1963{,}495 \cdot 70000} = \underline{\underline{1{,}31\ mm}} > 0{,}15\ mm,$$ tehát hozzáér!

$N_1 = p$ (húzott) $= 300\ kN$

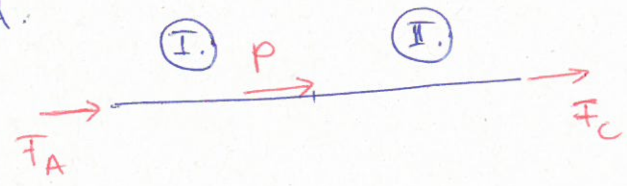
$$A_1 = \frac{d_1^2 \pi}{4} = 1963{,}495\ mm^2$$

$$A_2 = \frac{d_2^2 \pi}{4} = 490{,}874\ mm^2$$

($\Delta L_2 = 0$, mert itt a normál igénybevétel 0)

(2.) hozzáér a szemközti falhoz!

SZTA.



Normáligénybevétel

$N_1 = -F_A$

$N_2 = -F_A - p = F_C$

Egyensúlyi egyenlet.

$$F_A + p + F_C = 0$$

(2 ismeretlen! 1 egyenlet! Tehát kell még egy egyenlet a hosszváltozásra)

Kinematikai feltétel:

$$\Delta L_1 + \Delta L_2 = \Delta \longrightarrow \frac{N_1 \cdot L_1}{A_1 \cdot E} + \frac{N_2 \cdot L_2}{A_2 \cdot E} = \Delta$$

Behelyettesítjük N_1, N_2-t!

$$-\frac{F_A L_1}{A_1 E} + \frac{(-F_A - p)L_2}{A_2 E} = \Delta$$

$$-F_A L_1 \cdot A_2 \cancel{E} - F_A L_2 A_1 \cancel{E} - p L_2 A_1 \cancel{E} = \Delta A_1 A_2 E \cdot \cancel{E}$$

$$-pL_2 A_1 - \Delta A_1 A_2 E = F_A (L_1 A_2 + L_2 A_1)$$

$$F_A = \frac{-pL_2 A_1 - \Delta A_1 A_2 E}{L_1 A_2 + L_2 A_1} = \underline{\underline{-246{,}872\ kN}}$$

F_C egyensúlyi egyenletből:

$$F_C = -p - F_A = \underline{\underline{-53{,}128\ kN}}$$

negatív, tehát pozitív lesz!

b) $\Delta L_1 = -\frac{F_A \cdot L_1}{A_1 E} = \underline{\underline{1{,}078\ mm}}$

ell.: 2 különbsége 0,15!

$\Delta L_2 = \frac{F_C \cdot L_2}{A_2 E} = \underline{\underline{-0{,}928\ mm}}$

negatív, tehát poz. feszültség! húzott!

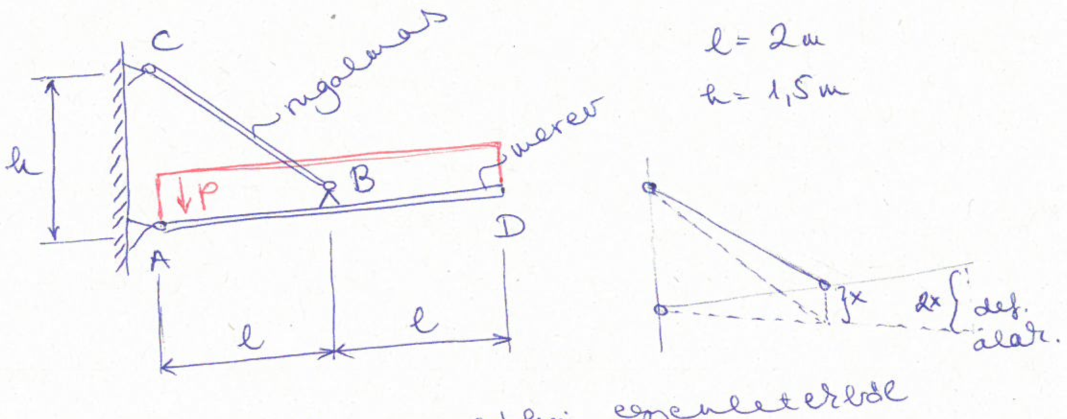
c) $\sigma_1 = \frac{N_1}{A_1} = \frac{-F_A}{A_1} = \underline{\underline{125{,}731\ MPa}}$

$\sigma_2 = \frac{N_2}{A_2} = \frac{F_C}{A_2} = \frac{-p - F_A}{A_2} = \underline{\underline{-108{,}231\ MPa}}$

1.4

$p = 300\ N/m$
$A = 150\ mm^2$
$E = 100\ GPa$

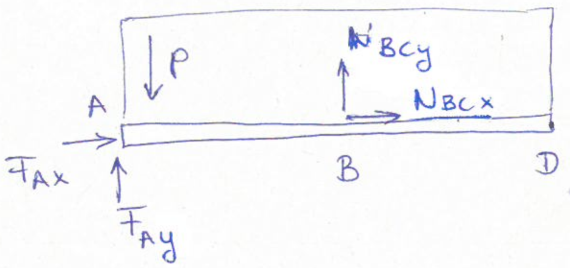
D szm. függőleges elmozdulása?



$l = 2\ m$
$h = 1{,}5\ m$

Merev rúd egyensúlyban van → egyensúlyi egyenletekből kiszámolható a B csuklónál ható erő, N_{BC}. Ez az erő rúdirányú, mert a BC rúdon nincs más terhelés és csuklókkal van megtámasztva. Ebből az ~~erőbő~~ erőből számolható a rúd megnyúlása, annak a D pont elmozdulása.

Merev rúd SZTÁ:



Egyensúlyi egyenletek:

$\sum F_x = 0 \qquad F_{Ax} + N_{BCx} = 0$

$\sum F_y = 0 \qquad F_{Ay} + N_{BCy} - p \cdot 2\ell = 0$

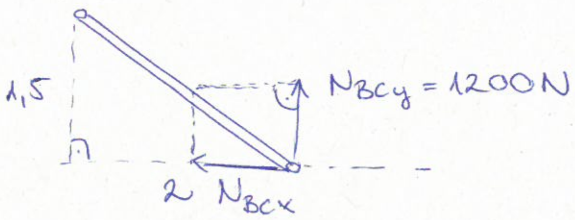
$\sum M_{(A)} = 0 \qquad -p \cdot \ell \cdot 2 \cdot \cancel{\ell} + N_{BCy} \cdot \cancel{\ell} = 0$

$N_{BCy} = p \cdot 2\ell = \underline{\underline{1200 N}}$

DE! Ez csak 3 egyenlet, 4 ismeretlen van.

Kihasználjuk, hogy N_{BC} rúdirányú → ez a 4. egyenlet.

(N_{BCx} a "rúdirányúság" miatt negatív irányba mutat.)



$\frac{N_{BCy}}{N_{BCx}} = \frac{1{,}5 \text{ m}}{2 \text{ m}} \rightarrow N_{BCx} = 1200 \cdot \frac{2}{1{,}5} = \underline{\underline{1600N}}$

$N_{BC} = \begin{bmatrix} -1600 \\ +1200 \end{bmatrix} N$ → rugalmas rúd normáligénybevétele:

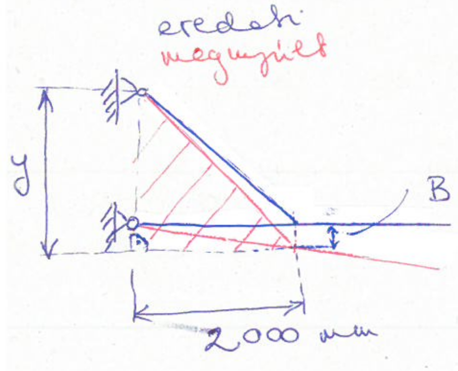
$N_{BC} = \sqrt{1600^2 + 1200^2} = \underline{\underline{2000N}}$

Rugalmas rúd hosszváltozása:

$\Delta L_{BC} = \frac{N_{BC} \cdot L_{BC}}{A \cdot E} = \frac{2000 \cdot 2500}{150 \cdot 100000} = \underline{\underline{0{,}333 \text{ mm}}}$

$L_{BC} = \sqrt{1500^2 + 2000^2} = \underline{\underline{2500 \text{ mm}}}$

Új rúdhossz: 2500,333 mm



$2500{,}333^2 = y^2 + 2000^2 \rightarrow y = 1500{,}55$ m

B pont lehajlása: $1500{,}55 - 1500 = \underline{\underline{0{,}55 \text{ mm}}}$

D pontnál: $\overline{AB} = 2$ m, $\overline{AD} = 4$ m $\rightarrow 0{,}55 \cdot 2 = \underline{\underline{1{,}1 \text{ mm}}}$