STATIKA – 11. gyakorlat

Súlypontszámítás

1D testek: (rúd)

$$\underline{r}_s = \frac{\sum_{i=1}^{n} l_i \underline{r}_i}{\sum_{i=1}^{n} l_i}$$

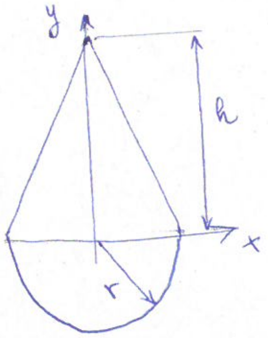
2D testek: (lemez)

$$\underline{r}_s = \frac{\sum_{i=1}^{n} A_i \underline{r}_i}{\sum_{i=1}^{n} A_i}$$

3D testek: (homogén)

$$\underline{r}_s = \frac{\sum_{i=1}^{n} V_i \underline{r}_i}{\sum_{i=1}^{n} V_i}$$

1.



Feladat: sp. helye

a, 2 egyenes és 1 félkör alakú rúd

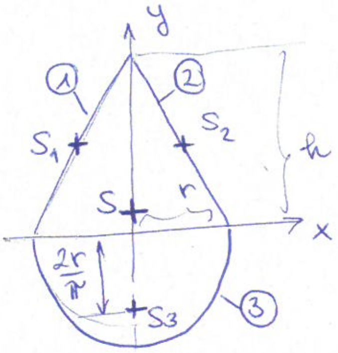
b, lemezek (△, ▽)

c, kúp + félgömb

$r = 0{,}5\,m$

$h = 1\,m$

a)



		rúdhossz
1-es test sp.:	$x_1 = -\frac{r}{2}$, $y_1 = +\frac{h}{2}$	$l_1 = \sqrt{r^2 + h^2} \approx 1{,}118\,m$
2-es test sp.:	$x_2 = \frac{r}{2}$, $y_2 = \frac{h}{2}$	$l_2 = l_1 = 1{,}118\,m$
3-as test sp.:	$x_3 = 0$, $y_3 = -\frac{2r}{\pi}$	$l_3 = r\pi = 1{,}571\,m$

Közös súlypont koordinátái:

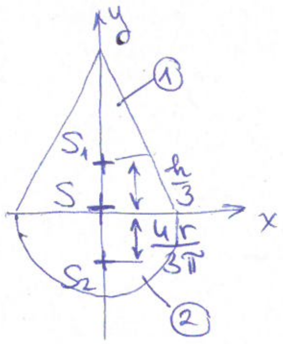
$$x_s = \frac{x_1 l_1 + x_2 l_2 + x_3 l_3}{l_1 + l_2 + l_3} = 0\,m$$

(ezt meg is lehet tippelni a szimm. tengely miatt)

$$y_s = \frac{y_1 l_1 + y_2 l_2 + y_3 l_3}{l_1 + l_2 + l_3} = 0{,}162\,m$$

(rajzon: S pont)

b)



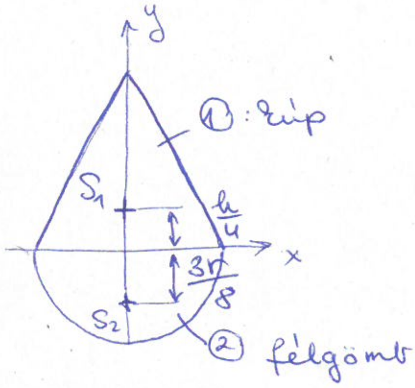
	x_i	y_i	A_i
1	0	$\frac{h}{3}$	$A_1 = \frac{2rh}{2} = 0{,}5\,m^2 \quad (= rh)$
2	0	$-\frac{4r}{3\pi}$	$A_2 = \frac{r^2\pi}{2} = 0{,}393\,m^2$

Közös súlypont:

$$x_S = \frac{x_1 A_1 + x_2 A_2}{A_1 + A_2} = 0\,m$$

$$y_S = \frac{y_1 A_1 + y_2 A_2}{A_1 + A_2} = \frac{\frac{h}{3}\cdot rh - \frac{4r}{3\pi}\frac{r^2\pi}{2}}{rh + \frac{r^2\pi}{2}} = 0{,}0933\,m$$

c)



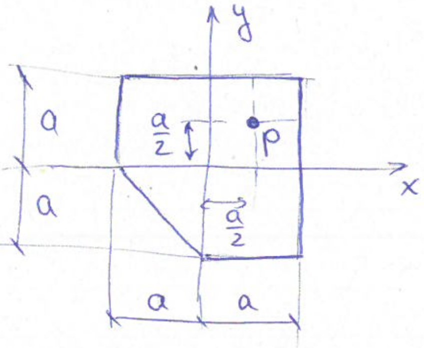
	x_i	y_i	V_i
1	0	$\frac{h}{4}$	$V_1 = \frac{r^2 h\pi}{3} = 0{,}262\,m^3$
2	0	$-\frac{3r}{8}$	$V_2 = \frac{2r^3\pi}{3} = 0{,}524\,m^3$

Közös súlypont:

$$x_S = \frac{x_1 V_1 + x_2 V_2}{V_1 + V_2} = 0\,m$$

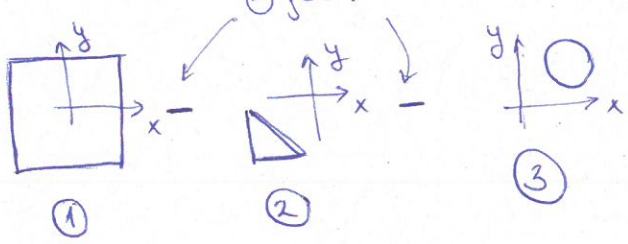
$$y_S = \frac{y_1 V_1 + y_2 V_2}{V_1 + V_2} = 0{,}03125\,m$$

2. Mekkora R sugarú kört kell P-be fúrni, hogy a lemez sp-ja (0,0) legyen?

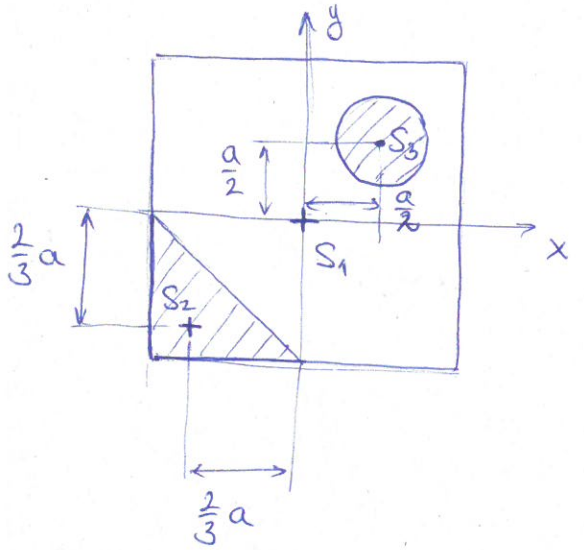


Gondolatmenet:

⊖ jel, mert a kivágást kivonjuk, nem hozzáadjuk



	szám	terület előjele	x_i	y_i	A_i
Négyzet	1	+	0	0	$A_1 = 2a \cdot 2a = 4a^2$
Háromszög	2	−	$-\frac{2}{3}a$	$-\frac{2}{3}a$	$A_2 = \frac{a^2}{2}$
Kör	3	−	$\frac{a}{2}$	$\frac{a}{2}$	$A_3 = R^2\pi$



Kivágott lemez súlypontja:

ELŐJELEK!

$$x_S = \frac{+x_1 A_1 - x_2 A_2 - x_3 A_3}{+A_1 - A_2 - A_3} \underbrace{= 0}$$

ezt akarjuk beállítani

$$y_S = \frac{+y_1 A_1 - y_2 A_2 - y_3 A_3}{+A_1 - A_2 - A_3} \underbrace{= 0}$$

Nézzük x_S egyenletét!

$$x_S = \frac{0 \cdot A_1 - \left(-\frac{2}{3}a\right)\cdot\frac{a^2}{2} - \frac{a}{2}R^2\pi}{4a^2 - \frac{a^2}{2} - R^2\pi} = \frac{\frac{a^3}{3} - \frac{a}{2}R^2\pi}{\frac{7}{2}a^2 - R^2\pi} = 0$$

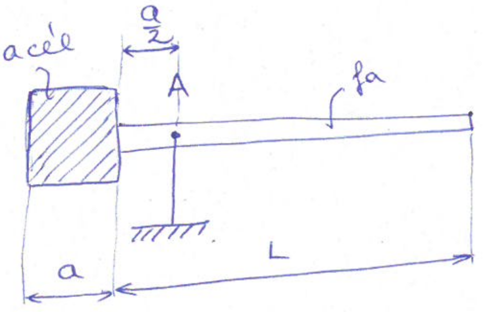
$\Longrightarrow$ számláló lesz 0:

$$\frac{a^{\cancel{3}2}}{3} - \frac{\cancel{a}}{2}R^2\pi = 0$$

$$2a^2 - 3R^2\pi = 0 \longrightarrow \boxed{R = \sqrt{\frac{2}{3\pi}} \cdot a} = 0{,}46\,a$$

($y_S = \dots = 0$ egyenletből is ezt kapnánk.)

4. acél



a: acél, kocka

L: fa

L = ?, hogy egyensúly legyen?

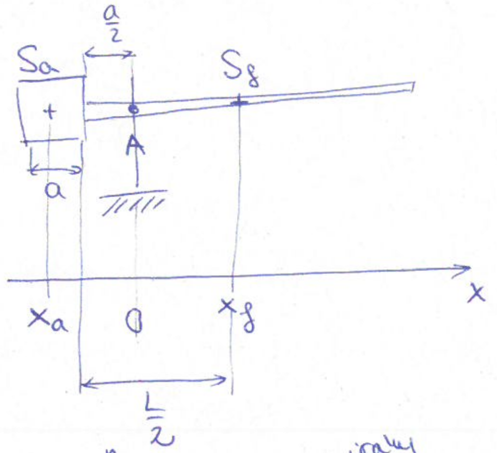
$a = 12$ cm

$\rho_{acél} = 7800\ kg/m^3$

$b = 40$ mm

$\rho_{fa} = 600\ kg/m^3$

Acél tömb és a fa rúd súlypontjai:



Egyensúly esetén az A pontban van a szerkezet súlypontja, tehát az ide számolt statikai nyomaték zérus:

$$x_a \cdot m_a + x_f m_f = 0$$

$$x_a = -a$$

$$x_f = \frac{L}{2} - \frac{a}{2}$$

$$m_a = V_a \rho_{acél} = a^3 \cdot \rho_{acél}$$

$$m_f = V_f \rho_{fa} = b^2 L \rho_{fa}$$

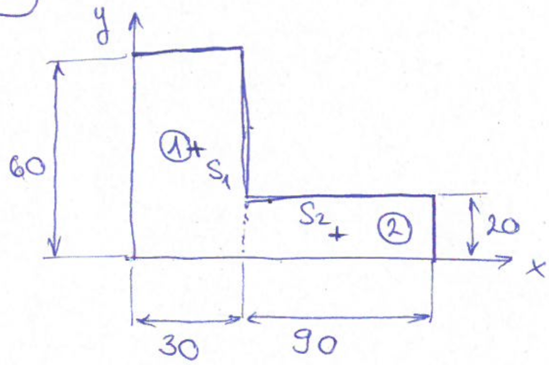
x irány

$$r_s = \underline{0} = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i \cdot r_{si}}{\sum_{i=1}^{n} m_i} = \frac{m_a x_a + x_f m_f}{m_a + m_f} = 0$$

Behelyettesítés:

$$(-a)\, a^3 \rho_{acél} + \left(\frac{L}{2} - \frac{a}{2}\right) b^2 L \rho_{fa} = 0 \rightarrow L = \underline{\underline{1{,}896 \text{ m}}}$$

3.



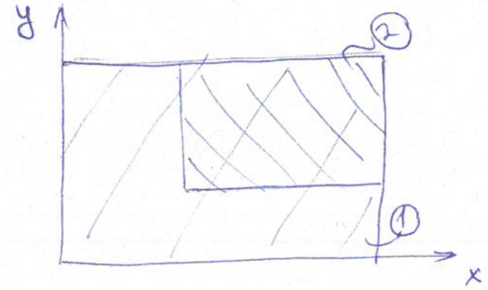
súlypont?

	x_i	y_i	A_i
1	15	30	$A_1 = 30 \cdot 60 = 1800$
2	75	10	$A_2 = 90 \cdot 20 = 1800$

$$x_S = \frac{x_1 A_1 + x_2 A_2}{A_1 + A_2} = 45$$

$$y_S = \frac{y_1 A_1 + y_2 A_2}{A_1 + A_2} = 20$$

Másik módszer:



	x_i	y_i	A_i
1	60	30	$A_1 = 7200$
2	75	40	$A_2 = 3600$

$$x_S = \frac{x_1 A_1 - x_2 A_2}{A_1 - A_2}$$

$$y_S = \frac{y_1 A_1 - y_2 A_2}{A_1 - A_2}$$