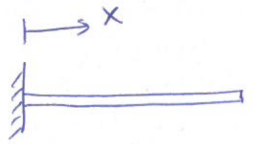
STATIKA – 10. gyakorlat

Síkgörbe rudak igénybevételei

Elméleti összefoglaló

~ Egyenes rúd:

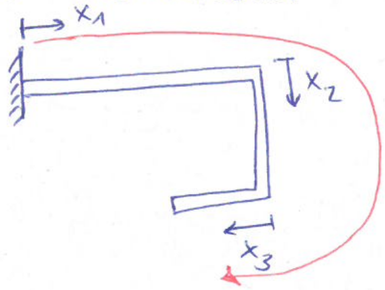


rúdirányú koordináta

balról: $V'(x) = p(x)$

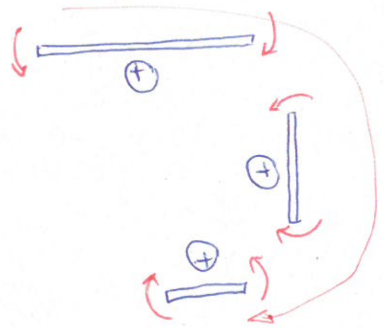
$M_h'(x) = -V(x)$

~ Egyenes rúdszerkezet



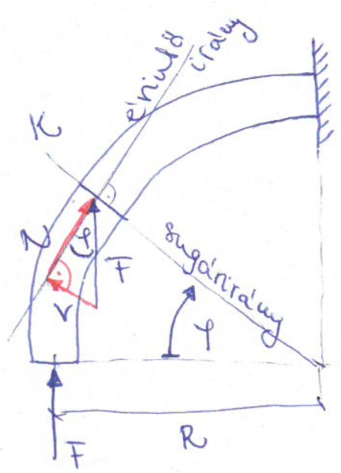
Egyenes rúdszakaszonként új koordináta!

Előjelkonvenció együtt forog a körüljárással!



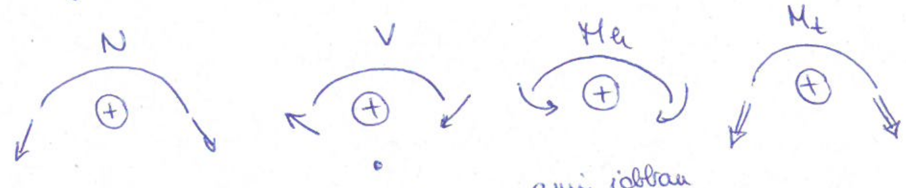
pl. M_h-ra

~ Síkgörbe rudak: véges görbületű rúdszakaszokból áll (körív)



F-et fel kell bontani km-re ⊥ és km-tel ∥ összetevőkre! (N és V)

Előjelkonvenció:



középpont felől nézve

ami jobbra görbít, az ⊕

egyenesnél is lehet így

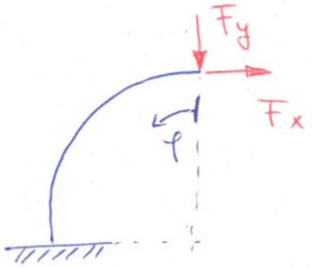
Ha φ az óramutató járásával megegyezik: $-V(\varphi) = \dfrac{dM_h(\varphi)}{d(R\varphi)}$

— 1 —

ellentétes: $V(\varphi) = \dfrac{dM_h(\varphi)}{d(R\varphi)}$

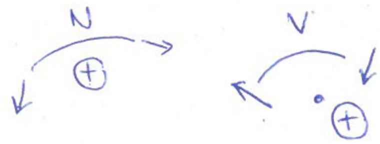
Feladatok:

1.

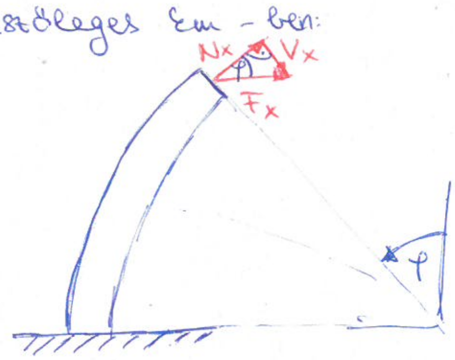


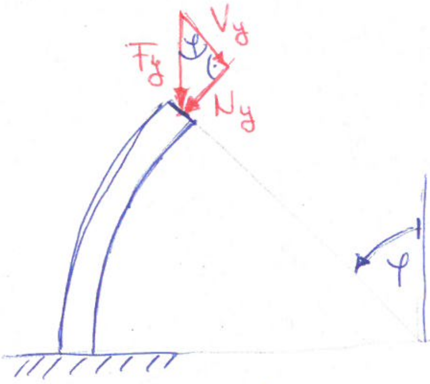
Jobbról írjuk fel, mert így nem kell reakciót számolni!

Előjelkonvenció:



Tetszőleges km-ben:





F_x erő

$N_x = F_x \cdot \cos\varphi$ ⊕

$V_x = F_x \cdot \sin\varphi$ ⊕

F_y erő

$N_y = F_y \sin\varphi$ ⊖

$V_y = F_y \cdot \cos\varphi$ ⊕

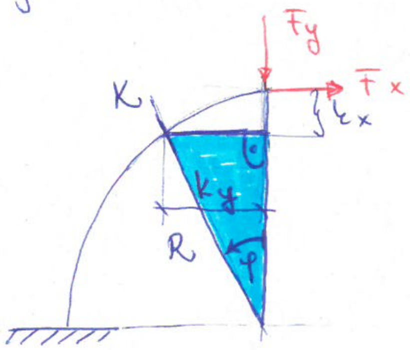
Tehát

$$N(\varphi) = N_x - N_y = F_x \cos\varphi - F_y \sin\varphi$$

$$V(\varphi) = V_x + V_y = F_x \sin\varphi + F_y \cos\varphi$$

$(N(\varphi) = V'(\varphi))$

Hajlítás:



Erőkarok:

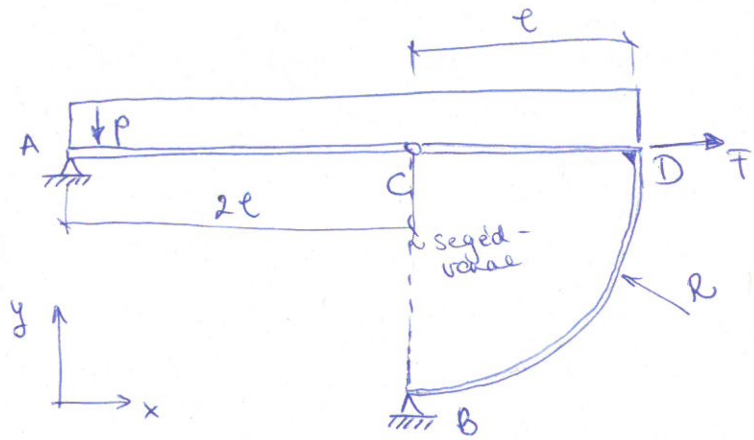
$k_y = R \cdot \sin\varphi$

$k_x = R - R\cos\varphi$

F_x és F_y is jobbra görbíti a rudat → ⊕ M_h.

$$M_h(\varphi) = F_x \cdot k_x + F_y k_y = F_x R(1-\cos\varphi) + F_y R\sin\varphi$$

(2.)



Adatok:

$l = 1m$

$R = 1m$

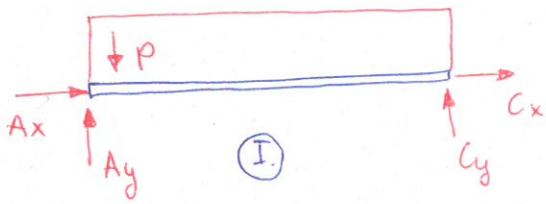
$p = 2\ \frac{kN}{m}$

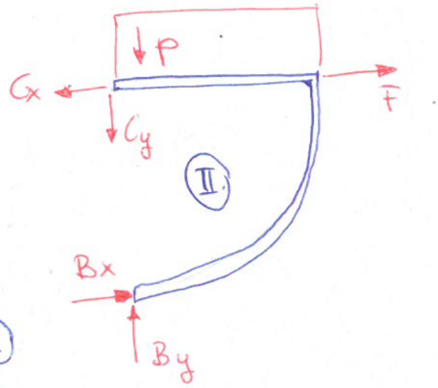
$F = 2kN$

Feladat: Igv. függvények, ábrák.

~ Reakcióerők: A_x, A_y, B_x, B_y → 4 van, de csak 3 egyenlet a teljes szerkezetre

szétbontjuk C-nél! → 6 ismeretlen, 6 egyenlet





I.

$\sum F_x = 0$: $\quad A_x + C_x = 0 \quad (1)$

$\sum F_y = 0$: $\quad A_y + C_y - p \cdot 2l = 0 \quad (2)$

$\sum M_{C(z)} = 0$: $\quad p2l \cdot l - A_y 2l = 0 \quad (3)$

II.

$-C_x + B_x + F = 0 \quad (4)$

$-C_y - pl + B_y = 0 \quad (5)$

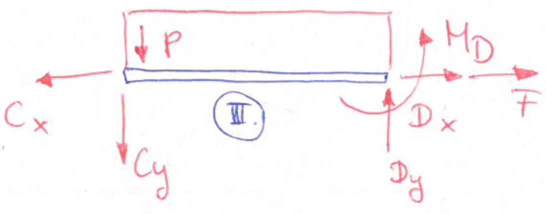
$-pl \cdot \frac{l}{2} + B_x R = 0 \quad (6)$

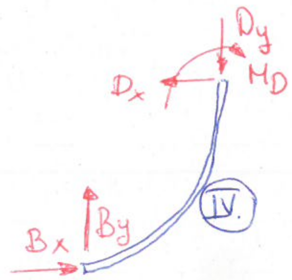
Megoldás sorrendje: (3) → (2) → (5) → (6) → (4) → (1)
(ismeretlen pirossal jelölve)

Eredmények: $A_y = 2kN$ $\quad B_y = 4kN$ $\quad C_x = 3kN$

$C_y = 2kN$ $\quad B_x = 1kN$ $\quad A_x = -3kN$ (irány megfordul)

Szétbontjuk (II.)-t:





Hegesztés miatt lesz nyomaték!

D_x, D_y, M_D számolása a negyedkörből.

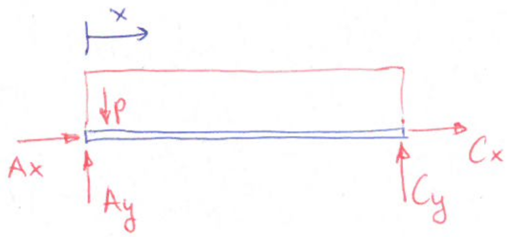
$$\sum F_x = 0 \qquad B_x - D_x = 0 \longrightarrow D_x = B_x = \underline{\underline{1\,kN}}$$

$$\sum F_y = 0 \qquad B_y - D_y = 0 \longrightarrow D_y = B_y = \underline{\underline{4\,kN}}$$

$$\sum M_D = 0 \qquad -M_D - B_y R + B_x R = 0 \rightarrow M_D = -B_x R + B_y R = \underline{\underline{-3\,kNm}}$$

Igénybevételi függvények:

(I.) szakasz: $x: 0 \ldots 2\ell$ (BALRÓL)

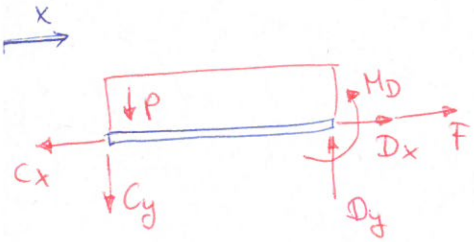


$$N_1(x) = -A_x = -(-3) = 3\,kN$$

$$V_1(x) = A_y - px = 2 - 2x \quad [kN]$$

$$M_{h1}(x) = -A_y \cdot x + p\frac{x^2}{2} = -2x + x^2 \quad [kNm]$$

(II.) szakasz: $x: 2\ell \ldots 3\ell$ (BALRÓL)



$$N_3(x) = C_x = 3\,kN$$

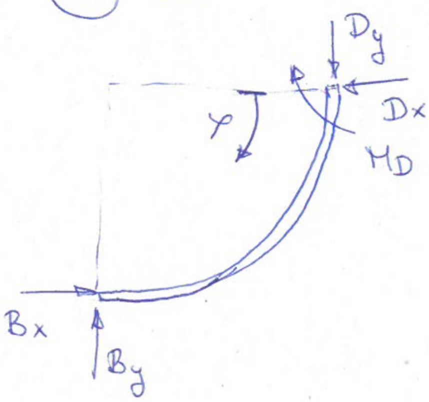
$$V_3(x) = -C_y - p(x - 2\ell) = -2 - 2(x-2) = 2 - 2x\,[kN]$$

$$M_{h3}(x) = C_y(x - 2\ell) + p\frac{(x-2\ell)^2}{2} = 2(x-2) + (x-2)^2 =$$

$$= 2x - 4 + x^2 - 4x + \cancel{4} = -2x + x^2 \quad [kNm]$$

$\boxed{\text{Megj.:}}$ $N_1(x) = N_3(x)$; $V_1(x) = V_3(x)$ és $M_{h1}(x) = M_{h3}(x)$ → elég lesz egyben ábrázolni majd őket!

(IV.) szakasz: $\varphi: 0 \ldots \frac{\pi}{2}$



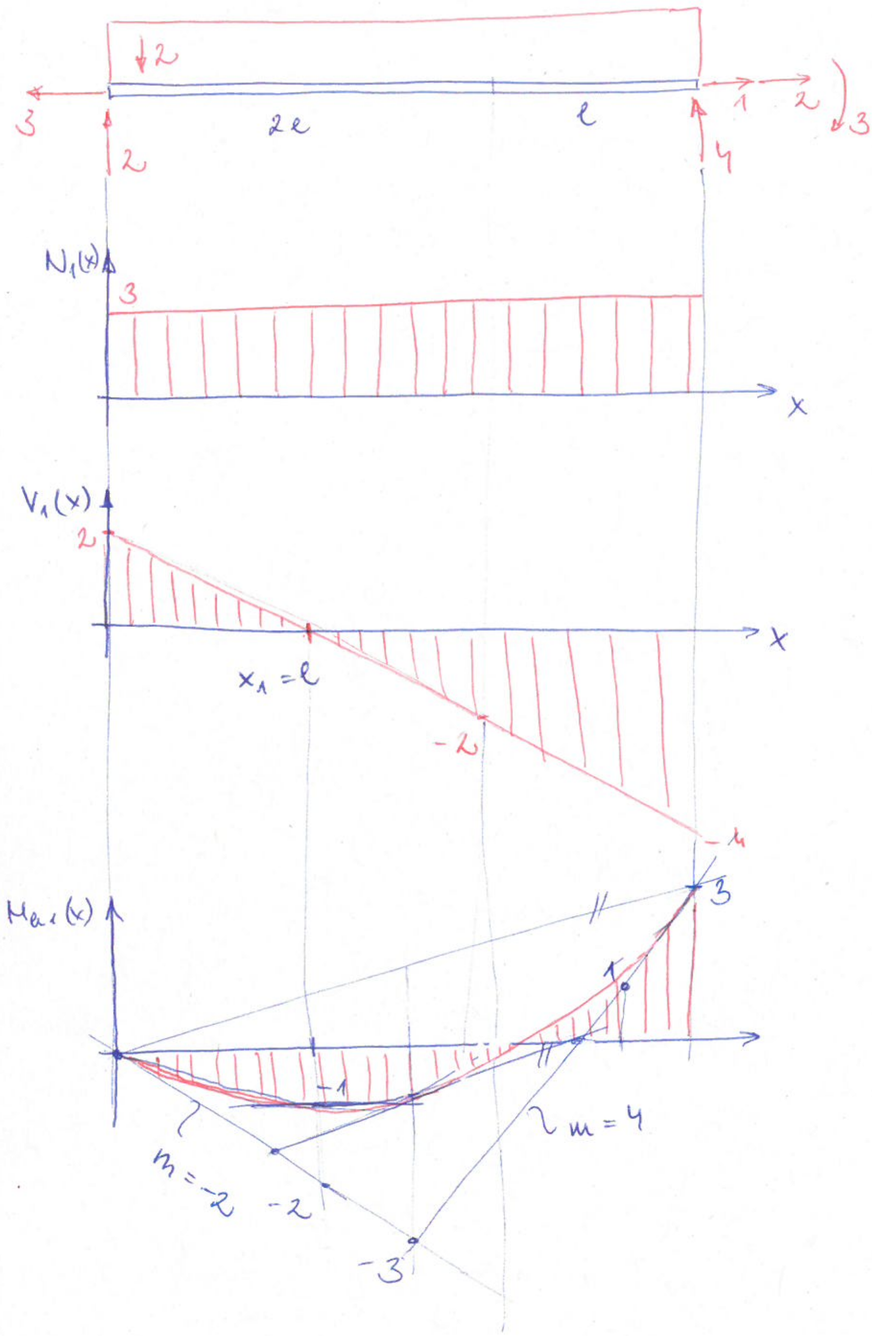
$$N_4(\varphi) = -D_y\cos\varphi - D_x\sin\varphi = -4\cos\varphi - \sin\varphi$$

$$V_4(\varphi) = D_y\sin\varphi - D_x\cos\varphi = 4\sin\varphi - \cos\varphi$$

$$M_{h4}(\varphi) = -M_D - D_y R(1 - \cos\varphi) + D_x R\sin\varphi =$$

$$= 3 - 4(1 - \cos\varphi) + \sin\varphi$$

Igénybevételi ábrák



← eredeti terhelések

$V_1(x_1) = 0$

$x_1 = 1m$

$M_{e1}(x)$:

~ szélsőértéke x_1-nél

~ $M_{e1}(0) = 0$

~ $M_{e1}(3l) = 3$

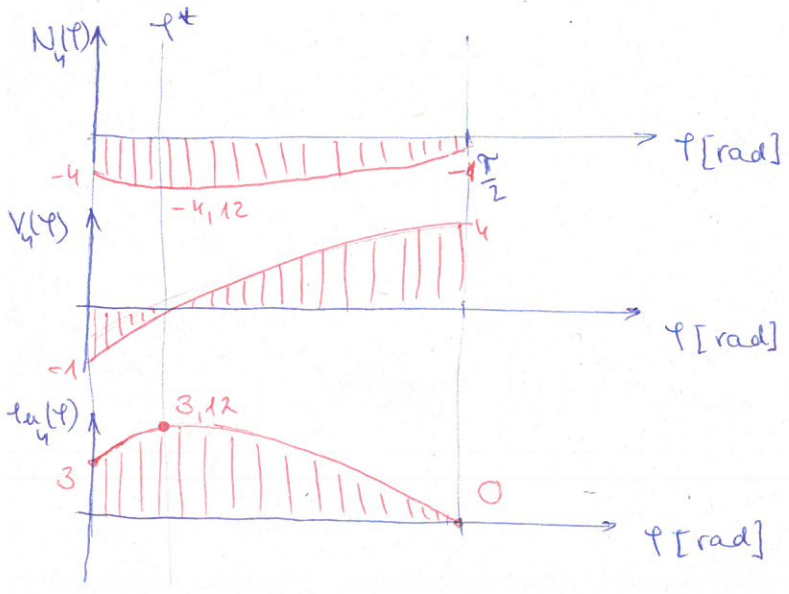
~ érintők (meredeksége)

$x=0$-nál: $-V_1(0) = -2$

$x=3l$-nél: $-V_1(3l) = 4$

~ $\underbrace{M_{e1}(x_1) = -1}_{\text{minimumérték}}$

Síkgörbe rúdrész igénybevételi ábrái:



$N_4(0) = -4$

$N_4(\frac{\pi}{2}) = -1$

$V_4(0) = -1$

$V_4(\frac{\pi}{2}) = 4$ } előjelet vált!

$V_4(\varphi^*) = 0$

$4 \sin\varphi^* - \cos\varphi^* = 0$

$\varphi^* = \operatorname{atan}\left(\frac{1}{4}\right) = 0{,}25 \text{ rad}$

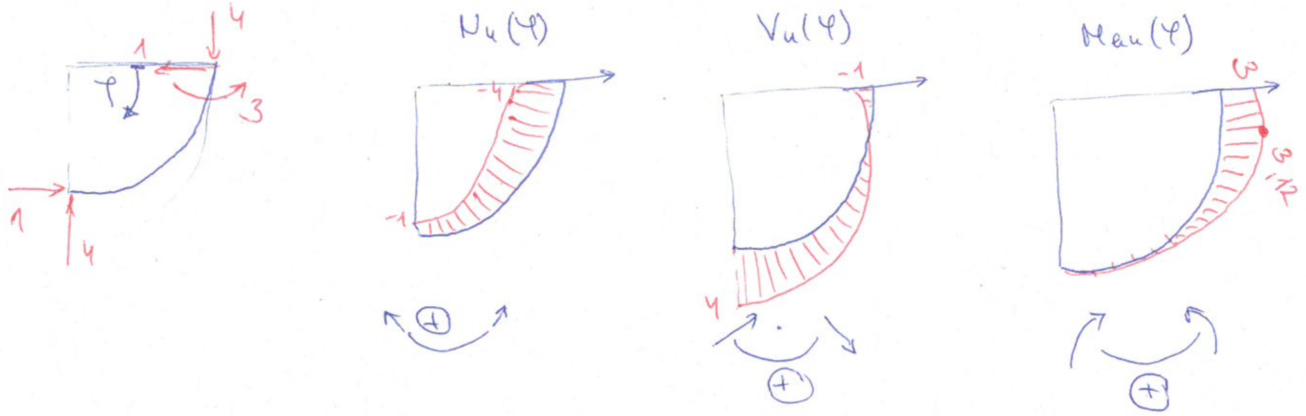
$N_4(\varphi^*) = -4{,}12 \text{ kN}$

$M_{e4}(0) = 3$

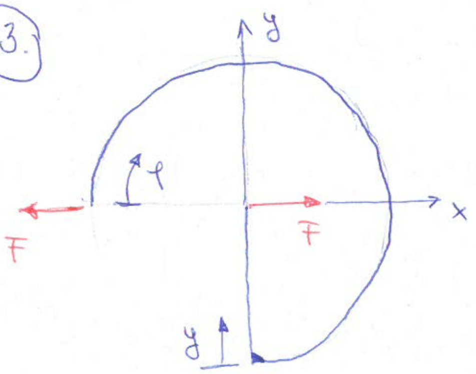
$M_{e4}(\varphi^*) = 3{,}12$

$M_{e4}(3l) = 0$

Ezt be lehet forgatni:



3.



Egyensúlyban van!

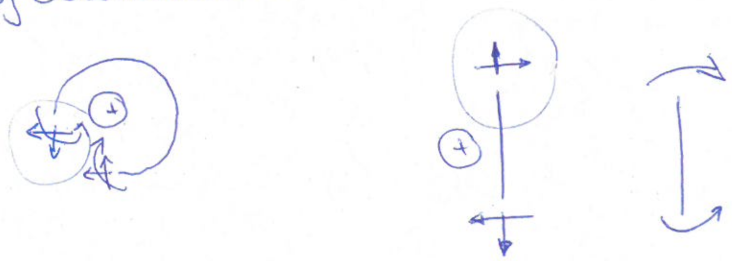
Adott: F, R

Feladat: szakaszos

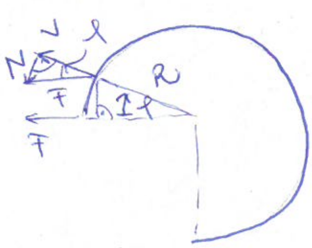
Két szakaszra bontjuk! görbe + egyenes

1. $\varphi: 0 \dots 270°$ $\left(0 \dots \frac{3\pi}{2}\right)$
2. $y: 0 \dots R$

Előjelkonvenció:



Igénybevételi függvények: balról görbe rúd



$$N_1(\varphi) = F \sin\varphi$$

$$V_1(\varphi) = F \cos\varphi$$

$$M_{h1}(\varphi) = -F R \sin\varphi$$

Egyenes rúd: fentről:

$$N_2(y) = 0$$

$$V_2(y) = +F$$

$$M_{h2}(y) = F(R - y)$$

Igénybevételi ábrák: