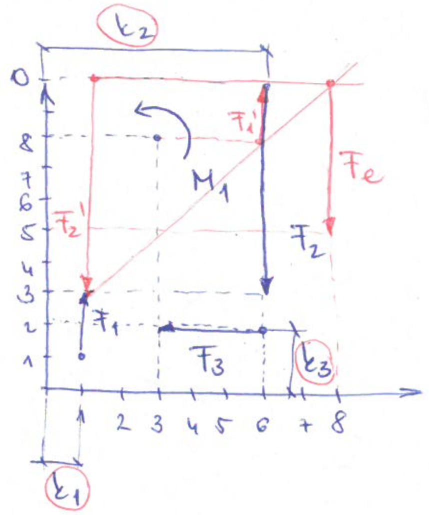
STATIKA – 6. gyakorlat

Minta ZH

(1.)



$F_1 = 4$ kN

$F_2 = 14$ kN

$F_3 = 6$ kN

$M_1 = 18$ kNm

a) F_1 és F_2 erők eredőjének hatásvonala szerkesztéssel?

ábrán pirossal: F_1', F_2', összekötés, metszéspont, hatásvonal

($F_e = 4 - 14 = -10$ kN)

b) Teljes erőrendszer redukáltja az origóba?

$[\underline{F} ; \underline{M}_0]_0$

$\underline{F}_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 4 \\ 0 \end{bmatrix}$ kN $\quad \underline{F}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ -14 \\ 0 \end{bmatrix}$ kN $\quad \underline{F}_3 = \begin{bmatrix} -6 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ kN $\rightarrow \underline{F} = \underline{F}_1 + \underline{F}_2 + \underline{F}_3 = \begin{bmatrix} -6 \\ -10 \\ 0 \end{bmatrix}$ kN

$$\underbrace{\underline{M}_{0F}}_{\text{erőkből}} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ F_1 \cdot k_1 + F_3 \cdot k_3 - F_2 \cdot k_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \underbrace{4 \cdot 1 + 6 \cdot 2 - 14 \cdot 6}_{4 \; + \; 12 \; - \; 84} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -68 \end{bmatrix} \text{kNm}$$

$$\underline{M}_0 = \underline{M}_1 + \underline{M}_{0F} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 18 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -68 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -50 \end{bmatrix} \text{kNm}$$

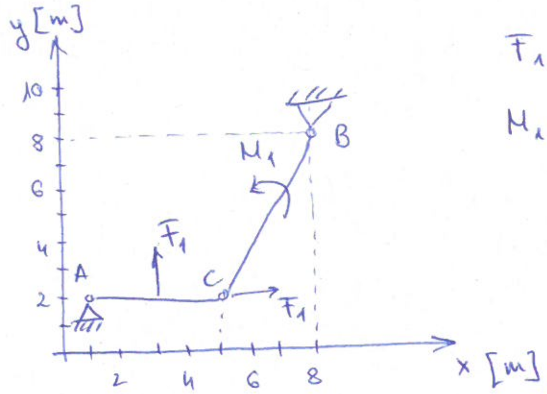
c) Egyensúlyozó?

$\underline{F}^* = -\underline{F} = \begin{bmatrix} 6 \\ 10 \\ 0 \end{bmatrix}$ kN $\qquad \underline{M}_0^* = -\underline{M}_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 50 \end{bmatrix}$ kNm

d) Teljes erőrendszert helyettesítő egyetlen erő hatásvonalának metszéspontja x tengellyel? (EA2.)

$$M_0 = F_y \cdot x_F \rightarrow x_F = \frac{M_0}{F_y} = \frac{-50}{-10} = 5 \text{ m}$$

2.



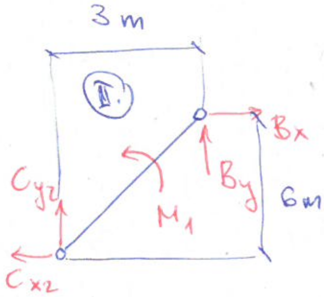
$F_1 = 20\,kN$

$M_1 = 12\,kNm$

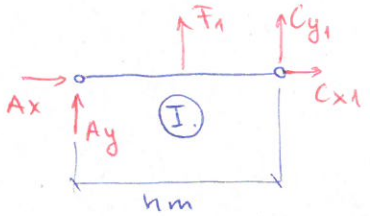
a) Reakcióerők? $\underline{F}_A$; $\underline{F}_B$?

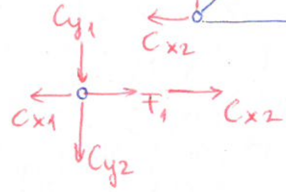
SZTÁ

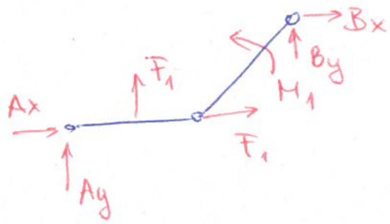
(külön bontva)



(egyben)







Egyensúlyi egyenletek: 4 kell, mert 4 ismeretlen van (A_x, A_y, B_x, B_y)

Egyben: ① → ② → ③ → ④

$\sum F_x = 0$ ④ $A_x + F_1 + B_x = 0 \rightarrow A_x = -F_1 - B_x = -20-(-3) = \underline{\underline{-17\,kN}}$

$\sum F_y = 0$ ② $A_y + F_1 + B_y = 0 \rightarrow B_y = -F_1 - A_y = -20-(-10) = \underline{\underline{-10\,kN}}$

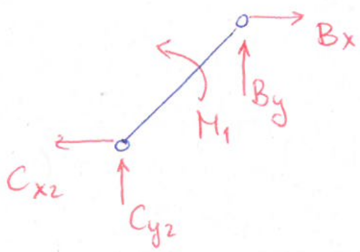
Külön: I. $\sum M_{z(C)} = 0$ ① $-A_y \cdot 4 - F_1 \cdot 2 = 0 \rightarrow A_y = -F_1 \cdot \frac{2}{4} = \underline{\underline{-10\,kN}}$

II. $\sum M_{z(C)} = 0$ ③ $M_1 + B_y \cdot 3 - B_x \cdot 6 = 0 \rightarrow B_x = \frac{M_1 + B_y \cdot 3}{6} = \frac{12+(-10)\cdot 3}{6} = \underline{\underline{-3\,kN}}$

$\underline{F}_A = \begin{bmatrix} A_x \\ A_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -17 \\ -10 \end{bmatrix} kN$ $\quad \underline{F}_B = \begin{bmatrix} B_x \\ B_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 \\ -10 \end{bmatrix} kN$

b) CB rúdról a C csuklóra átadódó erő?

SZTÁ



(egyensúlyban van)

$\underline{N}_{CB} = \begin{bmatrix} -C_{x2} \\ C_{y2} \end{bmatrix}$

$\sum F_x = 0$ $\quad B_x - C_{x2} = 0$

$C_{x2} = B_x = -3\,kN$

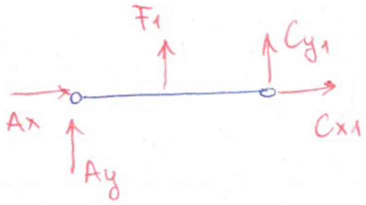
$\sum F_y = 0$ $\quad B_y + C_{y2} = 0$

$C_{y2} = -B_y = 10\,kN$

$\underline{N}_{CBcs} = \begin{bmatrix} 3 \\ 10 \end{bmatrix} kN \rightarrow \underline{N}_{CB} = \begin{bmatrix} -3 \\ -10 \end{bmatrix} kN$

(csuklóról a rúdra)

c) AC rúdról a C csuklóra átadódó $\underline{N}_{AC}$ erővektor?



$$\underline{N}_{AC} = \begin{bmatrix} C_{x1} \\ C_{y1} \end{bmatrix}$$

$\sum F_x = 0 \qquad A_x + C_{x1} = 0 \rightarrow C_{x1} = -A_x = 17\,kN$

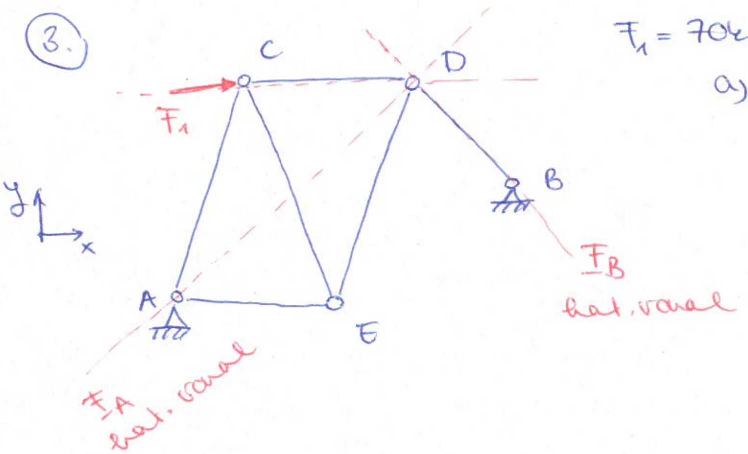
$\sum F_y = 0 \qquad A_y + F_1 + C_{y1} = 0 \rightarrow C_{y1} = -A_y - F_1 = -10\,kN$

(egyensúlyban van)

Ezeknek a -1-szerese kell, mert ezek az erők a rúdra hatnak.
A csuklóra a -1-szeresük hat.

$$\underline{N}_{AC} = \begin{bmatrix} -17 \\ 10 \end{bmatrix} kN$$

3.



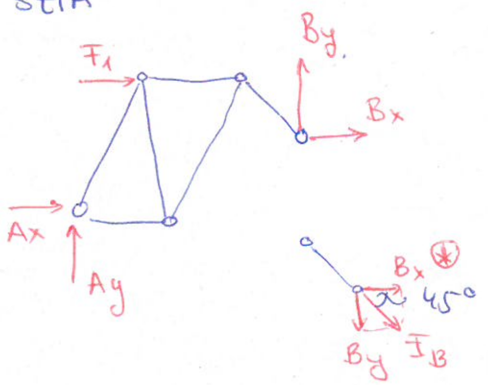
$F_1 = 70\,kN$

a) F_A hatásvonala?

3 erő egyensúlya! F_B iránya rúdirányú, mert csuklók vannak a DB rúd végein és nincs rajta erő / nyomaték.

b) F_A és F_B értékei?

SZTÁ



$-B_y = B_x$ (*)

$\sum F_x = 0 \qquad A_x + F_1 + B_x = 0$

$\sum F_y = 0 \qquad A_y + B_y = 0$

$\sum M_{z(D)} = 0 \qquad -A_y \cdot 6 + A_x \cdot 8 = 0$

↓

F_B-nek nincs nyomatéka D-re, és F_1-nek se.

$A_x \cdot 8 = A_y \cdot 6$

$A_x = A_y \cdot \frac{3}{4}$

$B_y = -A_y$

$A_y \cdot \frac{3}{4} + F_1 + A_y = 0 \rightarrow A_y \underbrace{\left(\frac{3}{4} + 1\right)}_{\frac{7}{4}} = -F_1$

$A_y = -\frac{4}{7} F_1 = -40\,kN$

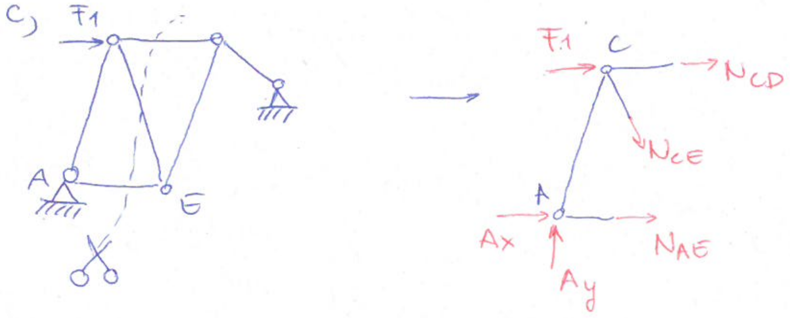
$B_y = +40\,kN$

$A_x = -40 \cdot \frac{3}{4} = -30\,kN$

$B_x = -A_x - F_1 = -(-30) - 70 = -40\,kN$

$F_A = \begin{bmatrix} -30 \\ -40 \end{bmatrix} kN$ $\quad F_B = \begin{bmatrix} -40 \\ +40 \end{bmatrix} kN$

c)



Nem A pontra írjuk a $\sum M_z = 0$ egyenletet, mert ezen a ponton átmegy N_{AE}. Írjuk fel C-re!

$$\sum M_{z(C)} = 0$$

$$A_x \cdot 8 + N_{AE} \cdot 8 - A_y \cdot 2 = 0$$

$$\underline{\underline{N_{AE} = -A_x + \frac{1}{4} A_y}}$$