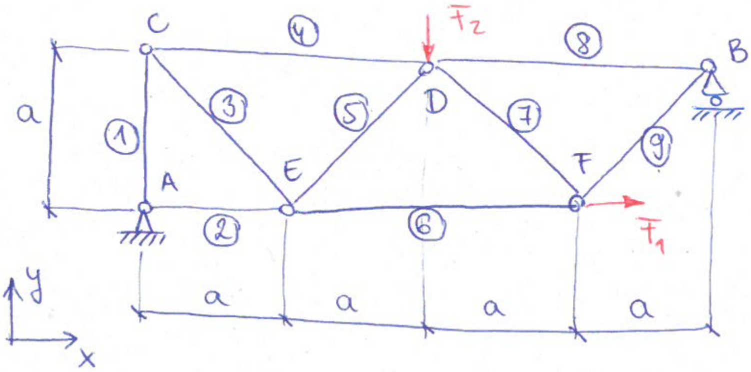
STATIKA – 5. gyakorlat

Rácsos szerkezetek

(5.2) Reakcióerők? N_6, N_7?



Adatok:

$a = 1m$

$F_1 = 100N$

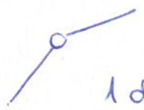
$F_2 = 200N$

<u>Feladat:</u> a, rúderők csomóponti módszerrel?

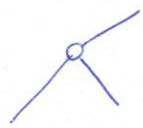
b, (6) és (7) rúdban ébredő erő átmetsző módszerrel?

<u>Megoldás:</u>

a, csukló:



1 db csukló



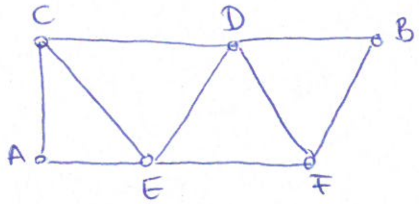
2 db csukló → $\boxed{\text{rudak száma} - 1}$

9 db rúd van → $9 \cdot 3 = 27$ DoF (1 rúd: 3 DoF: x, y, φ)

Csuklók száma:

A: 1
B: 1
C: 2

D: 3
E: 3
F: 2 → $\sum 12$



DoF összesen: 1 csukló 2 DoF-ot vesz el → ez csak forogni tud

$$3 \cdot n - 2 \cdot cs = 3 \cdot 9 - 2 \cdot 12 = 27 - 24 = \underline{\underline{3 \text{ DoF}}}$$

n: rúd, cs: csukló

Egy merev testnek síkban 3 DoF-ja van, tehát ez egy merev test. Ehhez jönnek a kényszerek:

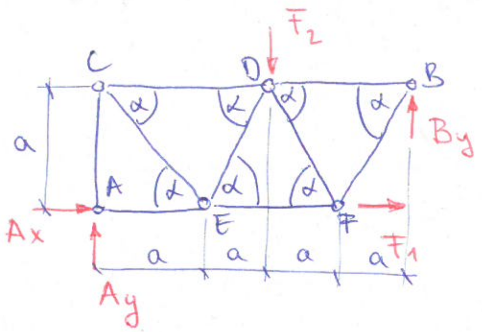
A: csukló: −2 DoF

B: görgő: −1 DoF

→ egyensúlyban van, statikailag határozott

a) ~ Először reakcióerőket számolunk: eltávolítjuk a kényszereket és hatásukat erőkkel helyettesítjük: A_x, A_y, B_y

$\alpha = 45°$



(Mindig ⊕-nak feltételezzük.)

Egyensúlyi egyenletek:

$\sum F_x = 0 \qquad A_x + F_1 = 0 \qquad (1)$

$A_x = -F_1 = \underline{\underline{-100N}}$

$\sum F_y = 0 \qquad A_y + B_y - F_2 = 0 \qquad (2)$

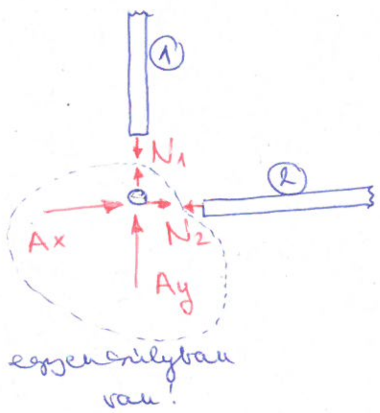
$\sum M_{z(A)} = 0 \qquad -F_2 \cdot 2a + B_y \cdot 4a = 0 \qquad (3)$

(3)-ból: $B_y = \frac{1}{2} F_2 = \underline{\underline{100N}}$

(2)-ből: $A_y = F_2 - B_y = \underline{\underline{100N}}$

~ Csuklók egyensúlyi egyenletei

$\boxed{A}$



Mindig húzottnak feltételezzük a rudat:

Rácsos szerkezetnél, csak a csomópontokban ható erők esetén rúdirányú erők lesznek.

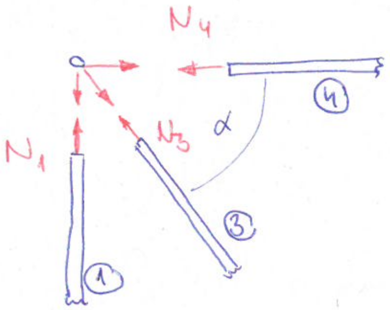
$\sum F_x = 0 \qquad A_x + N_2 = 0$

$N_2 = -A_x = -(-100) = \underline{\underline{100N}}$ $\boxed{\text{húzott}}$

$\sum F_y = 0 \qquad A_y + N_1 = 0$

$N_1 = -A_y = \underline{\underline{-100N}}$ $\boxed{\text{nyomott}}$

$\boxed{C}$



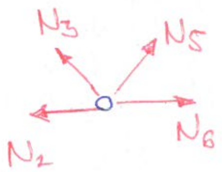
$\sum F_x = 0 \qquad \underset{?}{N_4} + \underset{?}{N_3} \cdot \cos\alpha = 0$

$\sum F_y = 0 \qquad -N_1 - N_3 \cdot \sin\alpha = 0$

$N_3 = \frac{N_1}{-\sin\alpha} = \frac{-100}{-\sin 45°} = \underline{\underline{100 \cdot \sqrt{2}\, N}}$ $\boxed{\text{húzott}}$

$N_4 = -N_3 \cdot \cos\alpha = \underline{\underline{-100\,N}}$ $\boxed{\text{nyomott}}$

E



$\sum F_x = 0 \qquad -N_2 + N_6 + N_5 \cdot \cos\alpha - N_3 \cdot \cos\alpha = 0$

$\sum F_y = 0 \qquad N_3 \cdot \cancel{\sin\alpha} + N_5 \cdot \cancel{\sin\alpha} = 0$

$$N_5 = -N_3 = \underline{\underline{-100 \cdot \sqrt{2}\,N}}$$

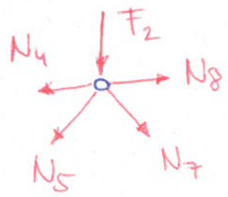
$\boxed{\text{nyomott}}$

$$N_6 = N_2 + N_3 \cos\alpha - N_5 \cdot \cos\alpha =$$

$$= N_2 + \cos\alpha \cdot (N_3 - N_5) = 100 + \frac{1}{\sqrt{2}}\left(100\sqrt{2} + 100\sqrt{2}\right) =$$

$$= \underline{\underline{300\,N}} \quad \boxed{\text{húzott}}$$

D



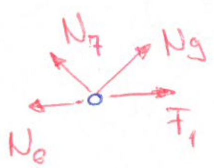
$\sum F_x = 0 \qquad -N_4 + N_8 + N_7 \cdot \cos\alpha - N_5 \cdot \cos\alpha = 0$

$\sum F_y = 0 \qquad -F_2 - N_5 \cdot \sin\alpha - N_7 \cdot \sin\alpha = 0$

$$N_7 = \frac{F_2 + N_5 \cdot \sin\alpha}{-\sin\alpha} = \underline{\underline{-100N}}$$

$$N_8 = N_4 - N_7 \cdot \cos\alpha + N_5 \cdot \cos\alpha = \underline{\underline{-100N}}$$

F

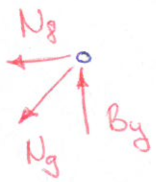


$\sum F_y = 0 \qquad N_7 \cdot \cancel{\sin\alpha} + N_9 \cdot \cancel{\sin\alpha} = 0$

$$N_9 = -N_7 = \underline{\underline{-100\,N}}$$

$\sum F_x = 0 \qquad F_1 - N_6 = 0$ ✓ teljesül!

B



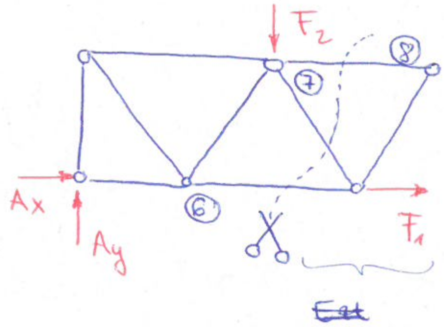
$\sum F_x = 0$

$\sum F_y = 0$

ez a 3 egyenlet a 3 reakcióerő számolására lenne jó, de ezeket már kiszámoltuk. (HF) ellenőrizni, hogy teljesülnek-e

b) Átmetsző módszer

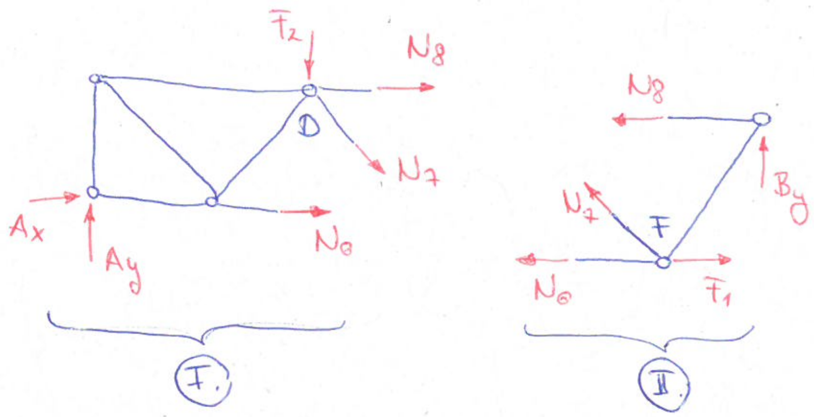
~ Ha az egész szerkezet egyensúlyban van, akkor egy levágott része is.



~ Elvágni 3 rudat kell (3 egyensúlyi egyenletet tudunk felírni, 3 ismeretlen rúderők lesz.)

~ Olyan rudakat, amik nem egy csomópontban metsződnek.

~ Szétvágás eredménye: elhagyott részt erőkkel helyettesítjük.
(+), húzott rudakat feltételezzük!



~ Egyensúlyi egyenletek (I.) -re:

$$\sum F_x = 0 \rightarrow A_x + N_6 + N_8 + N_7 \cdot \cos\alpha = 0$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow A_y - F_2 - N_7 \cdot \sin\alpha = 0$$

$$\sum M_{z(D)} = 0 \rightarrow A_x \cdot a - A_y \cdot 2a + N_6 \cdot a = 0$$

~ Egyensúlyi egyenletek (II.) -re:

$$\sum F_x = 0 \rightarrow -N_6 - N_7 \cdot \cos\alpha - N_8 + F_1 = 0 \qquad (1)$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow B_y + N_7 \cdot \sin\alpha = 0 \qquad (2)$$

$$\sum M_{z(F)} = 0 \rightarrow B_y \cdot a + N_8 \cdot a = 0 \qquad (3)$$

6 egyenlet, 6 ismeretlen: $A_y, A_x, B_y, N_6, N_7, N_8$

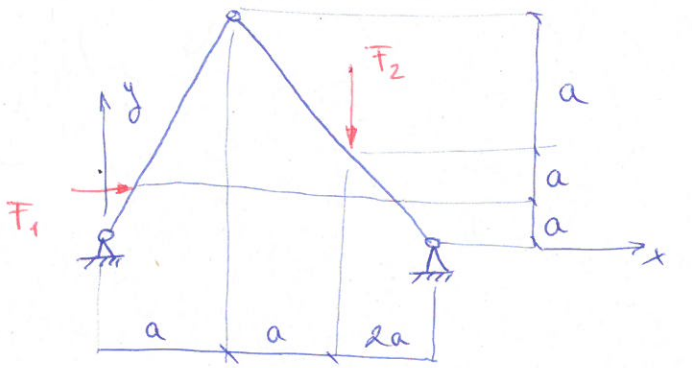
De mi tudjuk A_y, A_x, B_y -t → elég 3 egyenlet, csak a (II.) -re felírt egyenletek

(2) $\rightarrow$ $N_7 = \dfrac{-B_y}{\sin\alpha} = -100\cdot\sqrt{2}\ N$

(3) $\rightarrow$ $N_8 = -B_y = -100\,N$

(1) $\rightarrow$ $N_6 = F_1 - N_7\cdot\cos\alpha - N_8 = 100 + 100\sqrt{2}\cdot\dfrac{1}{\sqrt{2}} + 100 = 300\,N$

(5.4) Reakcióerők szerkesztéssel? Számítással?

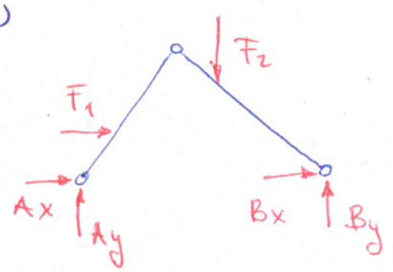


$F_1 = 300N$

$F_2 = 400N$

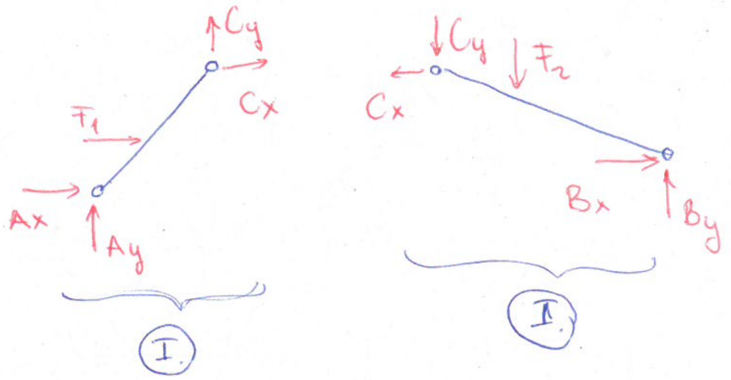
Megoldás: 2 rúd, 3 csukló $\rightarrow$ egyensúly

a)



4 ismeretlen, és csak 3 egyensúlyi egyenlet. (A_x, A_y, B_x, B_y)

Ötlet: szétszedjük 2 rúdra, azok is egyensúlyban lesznek



I. $\sum F_x = 0 \rightarrow A_x + C_x + F_1 = 0$ (1)

$\sum F_y = 0 \rightarrow A_y + C_y = 0$ (2)

$\sum M_{z(C)} = 0 \rightarrow A_x\cdot 3a - A_y\cdot a + F_1\cdot 2a = 0$ (3)

II. $\sum F_x = 0 \rightarrow B_x - C_x = 0$ (4)

$\sum F_y = 0 \rightarrow B_y - F_2 - C_y = 0$ (5)

$\sum M_{z(C)} = 0 \rightarrow -F_2 a + B_x 3a + B_y\cdot 3a = 0$ (6)

$\hookrightarrow$ 6 egyenlet,

6 ismeretlen: $A_x, A_y, B_x, B_y, C_x, C_y$

Plusz felírhatjuk a teljes szerkezetre az egyensúlyi egyenleteket:

$$\sum F_x = 0 \rightarrow A_x + B_x + F_1 = 0 \qquad (7)$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow A_y + B_y - F_2 = 0 \qquad (8)$$

$$\sum M_{z(A)} = 0 \rightarrow -F_1 \cdot a - F_2 \cdot 2a + B_y \cdot 4a = 0 \qquad (9)$$

Oldjuk meg!

$$(9) \rightarrow B_y = \frac{1}{4} F_1 + \frac{1}{2} F_2 = \underline{\underline{275\,N}}$$

$$(8) \rightarrow A_y = F_2 - B_y = \underline{\underline{125\,N}}$$

$$(6) \rightarrow B_x = \frac{1}{3} F_2 - B_y = \underline{\underline{-141{,}667\,N}}$$

$$(3) \rightarrow A_x = \frac{1}{3} A_y - \frac{2}{3} F_1 = \underline{\underline{-158{,}333\,N}}$$

$$(1) \rightarrow C_x = -A_x - F_1 = \underline{\underline{-141{,}667\,N}}$$

$$(2) \rightarrow C_y = -A_y = \underline{\underline{-125\,N}}$$

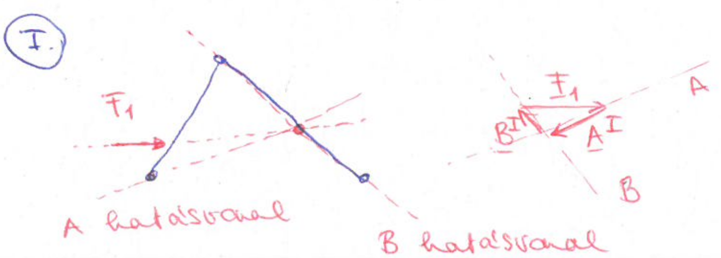
Szerkesztéssel: Szuperpozíció elve

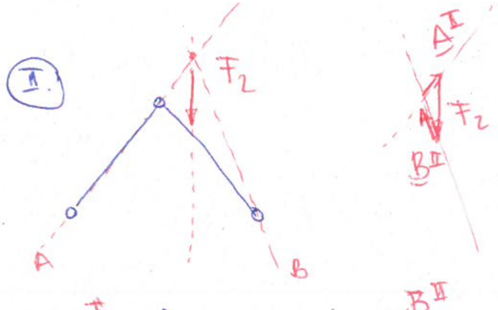
~ ha az egyik rúdon nincs terhelés → csak rúdirányú erő ébred benne → tudjuk a reakcióerő irányát → másik reakcióerő 3 erő egyensúlyának szerkesztéséből kijön

~ terheléseket (F_1, F_2) külön rakjuk rá és az eredményt összegezzük

~ két eset: (I.) $F_2 = 0$

(II.) $F_1 = 0$





Eredő: