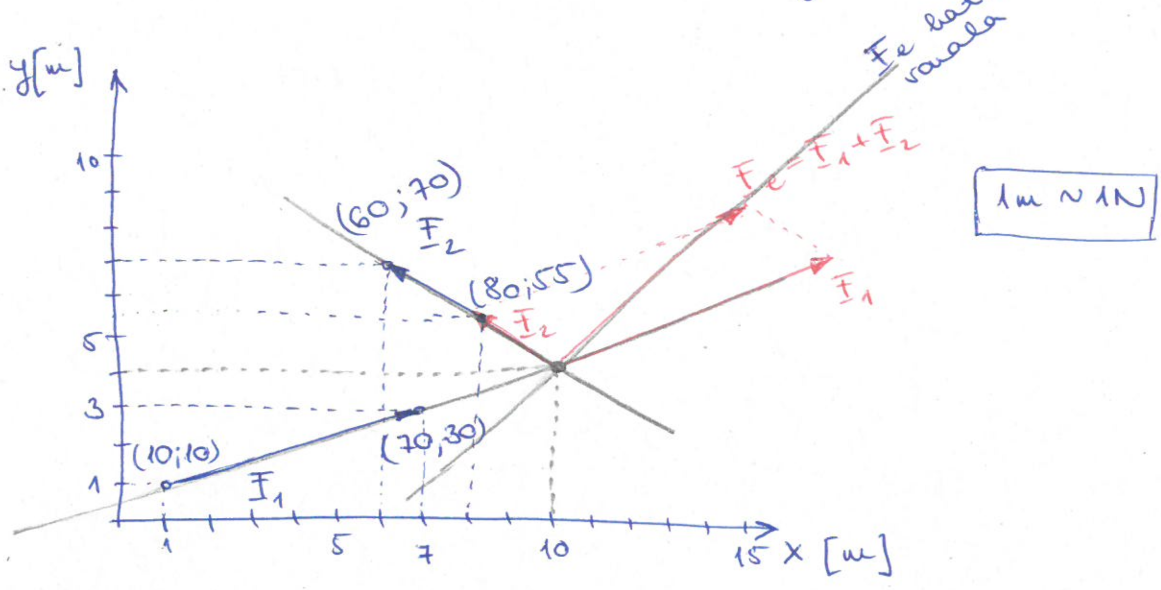
STATIKA - 1. gyakorlat

Alapfogalmak

(1.1)* $\underline{F}_1$ és $\underline{F}_2$ erők eredője? Hatásvonal egy pontja? x-tengely és hatásvonal által bezárt szög?



Eredő erő szerkesztése:

1. $\underline{F}_1$ és $\underline{F}_2$ hatásvonala → metszéspontjuk az eredő erő támadáspontja
2. $\underline{F}_1$ és $\underline{F}_2$ eltolása a hatásvonal mentén a metszéspontba
3. Kiegészítjük paralelogrammává
4. Eredő erő: paralelogramma átlója ($\underline{F}_e$)
5. Eredő erő nagysága: vonalzóval lemérjük a hosszát

Eredő erő számolása:

$$\underline{F}_1 = \underbrace{\begin{bmatrix} 70 \\ 30 \end{bmatrix}}_{\text{végpont}} - \underbrace{\begin{bmatrix} 10 \\ 10 \end{bmatrix}}_{\text{kezdőpont}} = \begin{bmatrix} 60 \\ 20 \end{bmatrix} [N] \qquad \underline{F}_2 = \begin{bmatrix} 60 \\ 70 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 80 \\ 55 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -20 \\ 15 \end{bmatrix} [N]$$

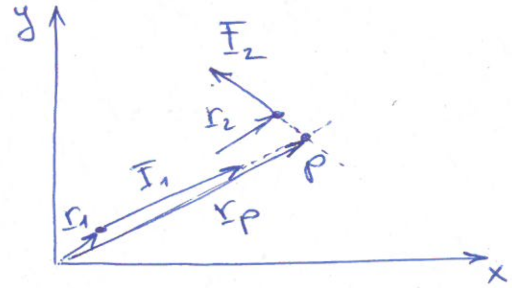
$$\boxed{\underline{F}_e = \underline{F}_1 + \underline{F}_2} = \begin{bmatrix} 40 \\ 35 \end{bmatrix} [N] \qquad F_e = |\underline{F}_e| = \sqrt{40^2 + 35^2} = 53N$$

F_e hatásvonalának egy pontja:

1.) Ábráról leolvassuk, pl. F_1 és F_2 hatásvonalának metszéspontját (ez rajta van az eredő erő hatásvonalán)

$$\underline{r} = \begin{bmatrix} 10 \\ 4 \end{bmatrix} [m] \quad \text{(pontos szerkesztés!)}$$

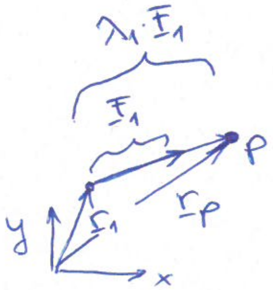
2.) F_1 és F_2 hatásvonalának metszéspontja számolással:



$$\underline{r}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} [m] \qquad \underline{r}_2 = \begin{bmatrix} 8 \\ 5{,}5 \end{bmatrix} [m]$$

$$\underline{r}_p = \underset{\checkmark}{\underline{r}_1} + \underset{?}{\lambda_1} \cdot \underset{\checkmark}{\underline{F}_1}$$

$$\underline{r}_p = \underset{\checkmark}{\underline{r}_2} + \underset{?}{\lambda_2} \cdot \underset{\checkmark}{\underline{F}_2}$$



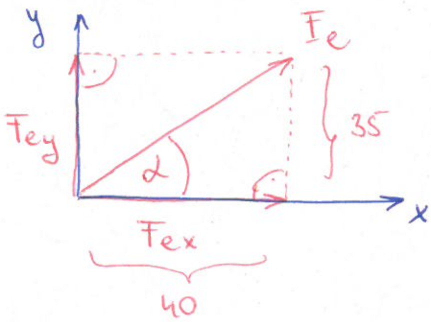
$$\boxed{\begin{bmatrix} 1 + 60 \cdot \lambda_1 \\ 1 + 20 \cdot \lambda_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 - 20\lambda_2 \\ 5{,}5 + 15\lambda_2 \end{bmatrix}}$$

2 egyenlet, 2 ismeretlen

$\hookrightarrow \lambda_1 = 0{,}15 \; ; \; \lambda_2 = -0{,}1$

$$\underline{r}_p = \underline{r}_1 + \lambda_1 \cdot \underline{F}_1 = \underline{\underline{\begin{bmatrix} 10 \\ 4 \end{bmatrix} [m]}}$$

F_e hatásvonala és az x tengely által bezárt szög:



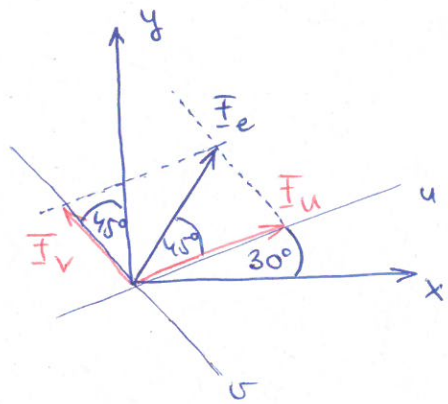
$$\underline{F}_e = \begin{bmatrix} F_{ex} \\ F_{ey} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 40 \\ 35 \end{bmatrix} [N]$$

$$\tan\alpha = \frac{F_{ey}}{F_{ex}} = \frac{35}{40} \longrightarrow \alpha = \arctan\frac{35}{40} = \underline{\underline{41{,}19°}}$$

* (1.2) $|\underline{F}_e| = 1000\,N \rightarrow$ u és v hatásvonalra bontsuk fel!

Komponensek nagysága?

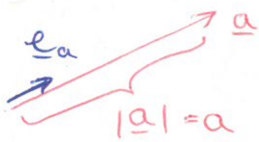
Szerkesztéssel:

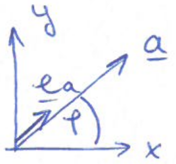


1. $\underline{F}_e$ végpontjában párhuzamost húzunk u-val és v-vel (.......)
2. Paralelogramma-módszer
3. Nagyság: vonalzóval, F_e-hez képest

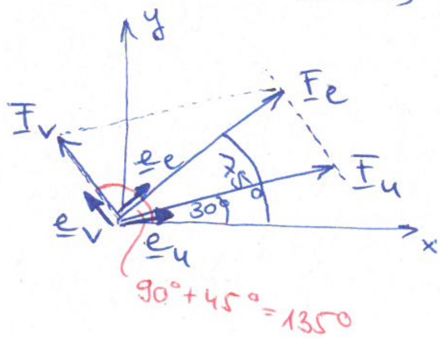
Számítással:

Vektor: irány ($\underline{e}_a$) (egység-vektor) + nagyság (a)





$$\underline{a} = a \cdot \begin{bmatrix} \cos\varphi \\ \sin\varphi \end{bmatrix}$$



$$\underline{F}_e = F_e \begin{bmatrix} \cos 75° \\ \sin 75° \end{bmatrix} = 1000 \begin{bmatrix} \cos 75° \\ \sin 75° \end{bmatrix} [N]$$

$$\underline{F}_u = F_u \begin{bmatrix} \cos 30° \\ \sin 30° \end{bmatrix} \qquad \underline{F}_v = F_v \cdot \begin{bmatrix} \cos 135° \\ \sin 135° \end{bmatrix}$$

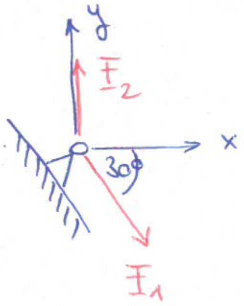
$$\underline{F}_e = \underline{F}_u + \underline{F}_v \Longrightarrow \underbrace{1000 \begin{bmatrix} \cos 75° \\ \sin 75° \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_u \cdot \cos 30° \\ F_u \cdot \sin 30° \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} F_v \cdot \cos 135° \\ F_v \cdot \sin 135° \end{bmatrix}}_{}$$

2 egyenlet, 2 ismeretlen (F_u, F_v)

Eredmény: $F_u = 897\,N$

$F_v = 732\,N$

1.3

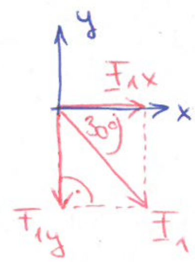


Eredő erő függőleges komponense 0 legyen

↳ $F_1 = ?$

$$\underline{F}_2 = F_2 \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 2000 \end{bmatrix} [N] \qquad (F_2 = |\underline{F}_2|)$$

$$|\underline{F}_1| = F_1 \to \underline{F}_1 = \begin{bmatrix} F_1 \cdot \cos 30° \\ -F_1 \cdot \sin 30° \end{bmatrix}$$



$$\underline{F}_e = \underline{F}_1 + \underline{F}_2 = \begin{bmatrix} F_1 \cdot \cos 30° \\ -F_1 \sin 30° + 2000 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{ex} \\ F_{ey} \end{bmatrix}$$

→ Azt akarjuk, hogy ez 0 legyen.

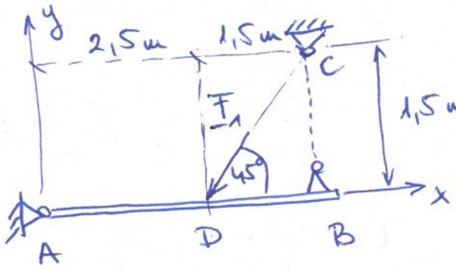
$$-F_1 \cdot \sin 30° + 2000 = 0$$

$$F_1 = \frac{2000}{\sin 30°} = \underline{\underline{4000\,N}}$$

$$F_{ex} = 4000 \cdot \cos 30° = \underline{\underline{3464\,N}}$$

*

1.4



$F_1 = 3000\,N$

Mekkora erő adódik át a rúdra az A csuklónál egyensúly esetén? Kötélben ébredő erő?

Kötél:

(csak húzni lehet kötélirányú erővel!

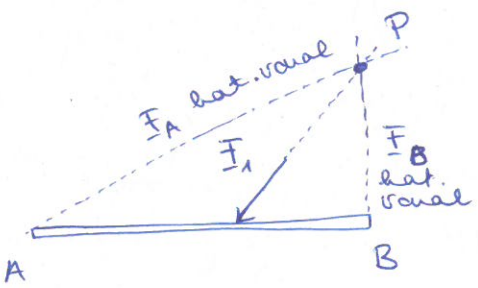
(Másnak fizikailag nincs értelme.)

Rúdra ható erők: ~ $\underline{F}_1$

~ $\underline{F}_A$: reakcióerő a csuklónál

~ $\underline{F}_B$: kötél húzza a rudat

Rúd egyensúlyban van → 3 erő hatásvonala egy pontban metsződik.



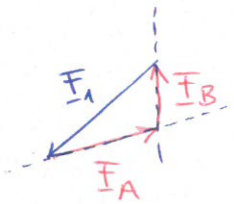
~ F_1 hatásvonalát tudjuk

~ kötélben csak kötél irányú erő → F_B hatásvonalát tudjuk

~ ezek P pontot megadják

~ "A" csuklónál a reakcióerő hatásvonala átmegy az "A" ponton és egyensúly miatt P-n

Másrészt: egyensúlyhoz folytonos nyílfolyammal záródó vektorháromszög kell!



~ F_1-et felvesszük

~ egyik végébe F_A hatásvonalával párhuzamos

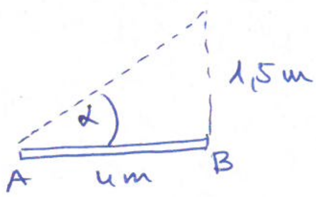
~ másik — " — F_B — " —

~ vektorokat berajzoljuk

~ nagyságot vonalzóval lemérjük

Számolással ellenőrizzük!

$$\underline{F}_A + \underline{F}_B + \underline{F}_1 = \underline{0}$$



$$\alpha = \operatorname{arctg}\frac{1{,}5}{4} = 20{,}56^\circ$$

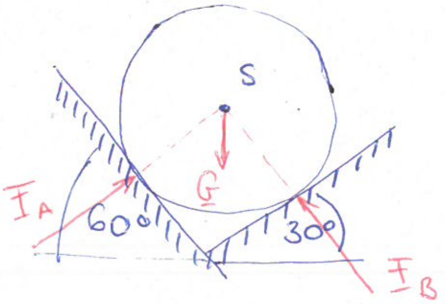
$$\underline{F}_A = F_A \cdot \begin{bmatrix} \cos\alpha \\ \sin\alpha \end{bmatrix} \qquad \underline{F}_B = \begin{bmatrix} 0 \\ F_B \end{bmatrix}$$

$$\underline{F}_1 = -F_1 \begin{bmatrix} \cos 45^\circ \\ \sin 45^\circ \end{bmatrix}$$

2 egyenlet, 2 ismeretlen (F_A, F_B) →

$$\underline{F}_A = \begin{bmatrix} 2121{,}3 \\ 795{,}495 \end{bmatrix} [N] \qquad \underline{F}_B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1325{,}83 \end{bmatrix} [N]$$

1.5 *



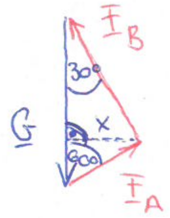
$G = 10\,N$

$F_A = ?$ $F_B = ?$

Sima fal: falra ⊥ erő! Kör érintőjére merőlegest állítunk → ez pont a sugár.

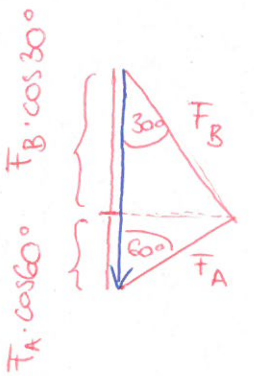
→ F_A és F_B hatásvonala S-ben metsződik!

Vektorháromszög: $F_B = |\underline{F}_B|$; $F_A = |\underline{F}_A|$



$$\left.\begin{aligned} x &= F_A \cdot \sin 60° \\ x &= F_B \cdot \sin 30° \end{aligned}\right\} \quad F_A \cdot \sin 60° = F_B \cdot \sin 30°$$

$$F_A \cdot \cos 60° + F_B \cdot \cos 30° = G$$



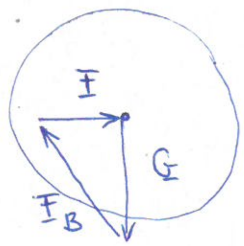
2 egyenlet,
2 ismeretlen (F_A, F_B)

$\Longrightarrow$ $F_A = 5\,N$
$F_B = 8{,}66\,N$

$$\underline{F}_A = F_A \cdot \begin{bmatrix} \cos 30° \\ \sin 30° \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4{,}33 \\ 2{,}5 \end{bmatrix} [N]$$

$$\underline{F}_B = F_B \begin{bmatrix} \cos 120° \\ \sin 120° \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4{,}33 \\ 7{,}5 \end{bmatrix} [N]$$

$\underline{F}_A = \underline{0}$ legyen $\rightarrow$ $\underline{F} = ?$-t kell alkalmazni?



$\underline{F}_B$ is változni fog! Nagysága csak, az iránya a fal miatt nem!

$$\underline{F} + \underline{G} + \underline{F}_B = \underline{0}$$

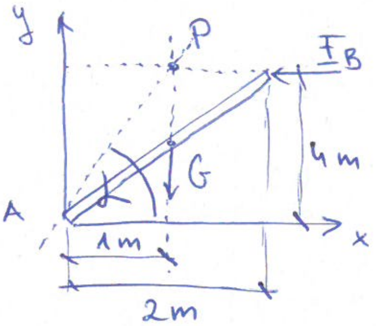
$$\underbrace{\begin{bmatrix} F \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -G \end{bmatrix} + F_B \begin{bmatrix} \cos 120° \\ \sin 120° \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}}_{\text{2 egyenlet, 2 ismeretlen } (F,\, F_B)}$$

$\Downarrow$

$F_B = 11{,}55\,N$; $F = 5{,}77\,N$

$$\underline{F}_B = \begin{bmatrix} -5{,}77 \\ 10 \end{bmatrix} [N] \; ; \; \underline{F} = \begin{bmatrix} 5{,}77 \\ 0 \end{bmatrix} [N]$$

1.6 $G = 500\,N$ $\quad F_A = ?\quad F_B = ?$



~ Sima fal: F_B hatásvonala vízszintes

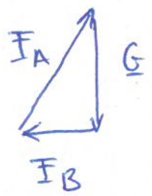
~ G hatásvonala ismert

~ megkapjuk P pontot (metszéspont)

~ F_A hatásvonala: A-n és P-n átmegy

$$\alpha = \text{arctg}\,\frac{4}{1} = 75{,}96°$$

Vektorháromszög:

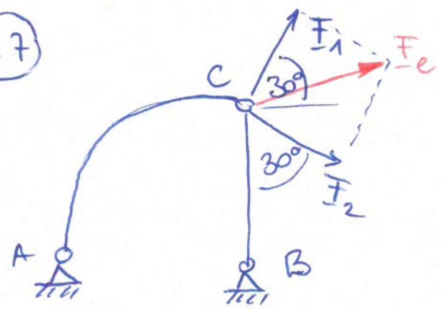


$$\underline{F}_A + \underline{F}_B + \underline{G} = \underline{\emptyset} \rightarrow F_A \begin{bmatrix} \cos\alpha \\ \sin\alpha \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -F_B \\ \emptyset \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \emptyset \\ -G \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \emptyset \\ \emptyset \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow F_A = 515{,}4\,N \qquad \underline{F}_A = \begin{bmatrix} 125 \\ 500 \end{bmatrix}[N] \qquad \underline{F}_B = \begin{bmatrix} -125 \\ \emptyset \end{bmatrix}[N]$$

$$F_B = 125\,N$$

1.7



$F_A = ?\quad F_B = ?$

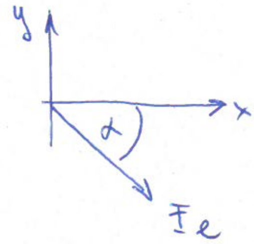
$$\sim \underline{F}_e = \underline{F}_1 + \underline{F}_2 = F_1 \cdot \begin{bmatrix} \cos 30° \\ \sin 30° \end{bmatrix} + F_2 \begin{bmatrix} \cos 300° \\ \sin 300° \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1206{,}22 \\ -689{,}23 \end{bmatrix}[N]$$

BC rúd: csak rúdirányú erő!
F_e hatásvonala ismert
} metszéspont: C

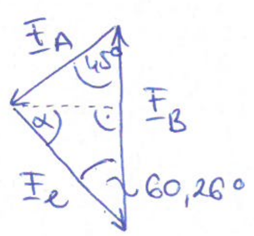
⇓

$\overline{AC}$ lesz az F_A erő hatásvonala

F_e:



$$\alpha = \text{arctg}\,\frac{689{,}23}{1206{,}22} = 29{,}74°$$



$$\underline{F}_A + \underline{F}_e + \underline{F}_B = \underline{\emptyset}\,!$$

$$F_A \sin 45° = F_e \cdot \sin 60{,}26°$$

$$F_A \cdot \cos 45° + F_e \cdot \cos 60{,}26° = F_B$$

⇓

$$\underline{F}_A = \begin{bmatrix} -1206{,}22 \\ 1206{,}22 \end{bmatrix}[N]\,;\; \underline{F}_B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1895{,}45 \end{bmatrix}[N]$$