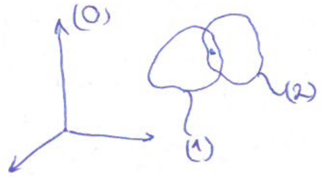
DINAMIKA - 6. gyakorlat

Elmélet: relatív dinamika

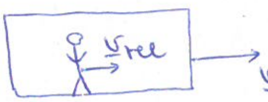


(0): koordináta-rendszer

(1), (2): egymáshoz képest mozgó testek (vonatkoztatási rendszer)

~**Sebesség**: sétálunk a buszon

$\underline{v}_{abs} = \underline{v} + \underline{v}_{rel}$



$$\boxed{\begin{aligned} \underline{v}_{abs} &= \underline{v}_{száll} + \underline{v}_{rel} = \underline{v}_{sz} + \beta \\ \underline{v}_{20} &= \underline{v}_{10} + \underline{v}_{21} \end{aligned}}$$

$\underline{v}_{21}$: (2)-es test sebessége az (1)-es test sebességéhez képest

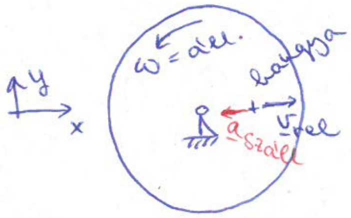
$\underline{v}_{száll}$: a busz azon pontjának a sebessége, amivel érintkezik a lábunk

$\underline{v}_{rel}$: lábunk sebessége

~**Szögsebesség**:

$$\boxed{\begin{aligned} \underline{\omega}_{20} &= \underline{\omega}_{10} + \underline{\omega}_{21} \\ \underline{\omega}_{abs} &= \underline{\omega}_{száll} + \underline{\omega}_{rel} \end{aligned}}$$

~**Gyorsulás**: forgó tárcsán kifelé mászik a hangya $(\varepsilon = 0)$

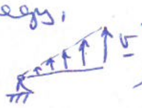


$$\boxed{\begin{aligned} \underline{a}_{abs} &= \underline{a}_{száll} + \underline{a}_{rel} + \underline{a}_{cor} = \underline{a}_{sz} + \underline{\alpha} + \underline{a}_{cor} \\ \underline{a}_{21} &= \underline{a}_{10} + \underline{a}_{21} + \underline{a}_{cor} \end{aligned}}$$

$\underline{a}_{száll}$: a tárcsának ("szállító" testnek) azon pontja, ahol a hangya (vizsgált test) éppen van

$\omega = áll. \rightarrow \underline{a}_{száll}$ x irányú (körmozgásból tudjuk)

$\underline{a}_{rel}$: a hangya sugárirányban állandó sebességgel megy a tárcsán → irány sem, nagyság sem változik → $\underline{a}_{rel} = 0$

$\underline{a}_{száll} + \underline{a}_{rel} \parallel x$ tengely. Viszont! Ha a hangya kijjebb megy, nagyobb sugáron fog mozogni, ahol nagyobb a sebesség () A sebesség nagysága y irányban változik → lesz y irányban gyorsulás, ez lesz a Coriolis gyorsulás.

$$\boxed{\underline{a}_{cor} = 2\,\underline{\omega}_{10} \times \underline{\beta}}$$

(2: sebesség nagysága és iránya is változik)

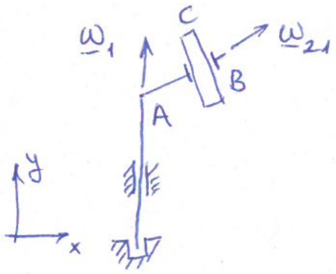
$$\underline{r}_{hangya}(t) = \begin{bmatrix} r(t)\cdot\cos\varphi(t) \\ r(t)\cdot\sin\varphi(t) \\ 0 \end{bmatrix} \rightarrow \underline{v}_{hangya}(t) \rightarrow \underline{a}_{hangya}(t)$$

HF azonosítani a gyorsulásokat

~ Szöggyorsulás:

$$\boxed{\begin{aligned} \underline{\varepsilon}_{abs} &= \underline{\varepsilon}_{száll} + \underline{\varepsilon}_{rel} + \underline{\omega}_{száll} \times \underline{\omega}_{rel} \\ \underline{\varepsilon}_{20} &= \underline{\varepsilon}_{10} + \underline{\varepsilon}_{21} + \underbrace{\underline{\omega}_{10} \times \underline{\omega}_{21}}_{\text{irányváltozás}} \end{aligned}}$$

1.) Robotkar



Adatok

$\underline{\omega}_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \left[\frac{rad}{s}\right]$

$\underline{\varepsilon}_1 = \underline{0}$

$\omega_{21} = |\underline{\omega}_{21}| = 2\,[rad/s] \quad \varepsilon_{21} = \underline{0}$

$\underline{r}_{AB} = \begin{bmatrix} 0{,}8 \\ 0{,}6 \\ 0 \end{bmatrix} \qquad \underline{r}_{BC} = \begin{bmatrix} -0{,}3 \\ 0{,}4 \\ 0 \end{bmatrix}$

Kérdések:

1., Seb. állapot? $\underline{\omega}_2$, $\underline{v}_C$

2., gyorsulásá.? $\underline{\varepsilon}_2$, $\underline{a}_C$

Megoldás:

1.) ~ $\underline{\omega}_{20} = \underline{\omega}_{10} + \underline{\omega}_{21} = \underline{\omega}_1 + \omega_{21} \dfrac{\underline{r}_{AB}}{\underbrace{|\underline{r}_{AB}|}_{=1}} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} + 2 \begin{bmatrix} 0{,}8 \\ 0{,}6 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1{,}6 \\ 2{,}2 \\ 0 \end{bmatrix} \left[\frac{rad}{s}\right]$

~ $\underline{v}_C^{20} = \underline{v}_C^{10} + \underline{v}_C^{21} = \underline{v}_{C,száll} + \underline{v}_{C,rel}$

$\underline{v}_C^{10}$: (1)-es test C helyen levő fiktív pontjának a sebessége

$\underline{v}_C^{10} = \underbrace{\underline{v}_A^{10}}_{\underline{0}} + \underline{\omega}_{10} \times \underline{r}_{AC} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0{,}5 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -0{,}5 \end{bmatrix} \left[\frac{m}{s}\right]$ (végiggondolva is befele mutat)

$\underline{r}_{AC} = \underline{r}_{AB} + \underline{r}_{BC} = \begin{bmatrix} 0{,}8 \\ 0{,}6 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -0{,}3 \\ 0{,}4 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0{,}5 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} [m]$

$\underline{v}_C^{21}$ relatív sebesség? Ehhez képzeletben átülünk a szállító testre.

(pl. a B pontba)

$\underline{v}_C^{\boxed{21}} = \underbrace{\underline{v}_B^{\boxed{21}}}_{\underline{0}} + \underline{\omega}_{\boxed{21}} \times \underline{r}_{BC} = \begin{bmatrix} 1{,}6 \\ 2{,}2 \\ 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -0{,}3 \\ 0{,}4 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \left[\frac{m}{s}\right]$ $(= \beta_C)$

$\Longrightarrow \underline{v}_C^{20} = \underline{v}_C^{10} + \underline{v}_C^{21} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0{,}5 \end{bmatrix} \left[\frac{m}{s}\right]$

2.) ~ szöggyorsulás: $\underline{\varepsilon}_{20} = \underbrace{\underline{\varepsilon}_{21}}_{\underline{0}} + \underbrace{\underline{\varepsilon}_{10}}_{\underline{0}} + \underline{\omega}_{10} \times \underline{\omega}_{21} = \underline{0} + \underline{0} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1,6 \\ 1,2 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1,6 \end{bmatrix} \left[\frac{1}{s^2}\right]$

mert a szögseb-ek állandóak

~ C pont gyorsulása:

$$\underline{a}_C^{20} = \underline{a}_C^{10} + \underline{a}_C^{21} + \underline{a}_{cor}$$

$$\underline{a}_C^{\boxed{10}} = \underbrace{\underline{a}_A^{\boxed{10}}}_{\underline{0}} + \underbrace{\underline{\varepsilon}_{\boxed{10}}}_{\underline{0}} \times \underline{r}_{AC} + \underline{\omega}_{\boxed{10}} \times \underbrace{(\underline{\omega}_{\boxed{10}} \times \underline{r}_{AC})}_{\underline{v}_C^{\boxed{10}}} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -0,5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,5 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \left[\frac{m}{s^2}\right]$$

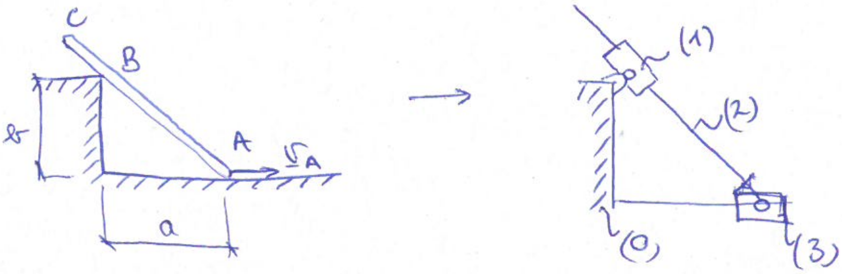
(körmozgás)

$$\underline{a}_C^{\boxed{21}} (= \underline{t}_C) = \underbrace{\underline{a}_B^{\boxed{21}}}_{\underline{0}\ (\underline{t}_B)} + \underbrace{\underline{\varepsilon}_{\boxed{21}}}_{\underline{0}} \times \underline{r}_{BC} + \underline{\omega}_{\boxed{21}} \times \underbrace{(\underline{\omega}_{\boxed{21}} \times \underline{r}_{BC})}_{\underline{v}_C^{\boxed{21}}} = \begin{bmatrix} 1,6 \\ 1,2 \\ 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1,2 \\ -1,6 \\ 0 \end{bmatrix} \left[\frac{m}{s^2}\right]$$

$$\underline{a}_C^{cor} = 2 \cdot \underline{\omega}_{10} \times \underbrace{\underline{v}_C^{21}}_{\beta_C} = 2 \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \left[\frac{m}{s^2}\right]$$

$$\Longrightarrow \quad \underline{a}_C = \underline{a}_C^{10} + \underline{a}_C^{21} + \underline{a}_C^{cor} = \begin{bmatrix} 2,7 \\ -1,6 \\ 0 \end{bmatrix} \left[\frac{m}{s^2}\right]$$

2.) Elcsúszó rúd



Adatok:

$v_A = 2,5 \frac{m}{s} = \text{áll.} \rightarrow a_A = 0$

$a = 4\,m$

$b = 3\,m$

Kérdés: a) $\underline{\omega}_2, \underline{v}_B$?

b) $\underline{\varepsilon}_2, \underline{a}_B$?

Megoldás:

a) (2)-es test B pontjának sebessége:

$$\underline{v}_B^{20} = \underline{v}_A^{20} + \underline{\omega}_{20} \times \underline{r}_{AB} = \begin{bmatrix} v_A \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega_2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -a \\ b \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_A - b\omega_2 \\ -a\omega_2 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\omega_2 = ?)$$

Ugyanez relatív kinematikával:

$$\underline{v}_B^{20} = \underbrace{\underline{v}_B^{10}}_{} + \underline{v}_B^{21}$$

$v_{száll}$: (1) es test B pontja, $\underline{v}_B^{10} = \underline{0}$ a csukló miatt

$\underline{v}_B^{21}$: átülünk az (1)-es testre, a csúszkára. Mit látunk?

Azt, hogy a B pont rúdirányban mozog.

$$\rightarrow \underline{v}_B^{21} \parallel \underline{r}_{AB} \rightarrow \underline{v}_B^{21} = \beta_B \cdot \underline{e}_{AB}$$

$$\underline{e}_{AB} = \frac{\underline{r}_{AB}}{|\underline{r}_{AB}|} = \begin{bmatrix}-4\\3\\0\end{bmatrix} \cdot \frac{1}{\sqrt{4^2+3^2}} = \begin{bmatrix}-4/5\\3/5\\0\end{bmatrix} [1]$$

$$\underline{v}_B^{20} = \underbrace{\underline{v}_B^{21}}_{\underline{0}} + \underline{v}_B^{21} = \beta_B \cdot \begin{bmatrix}-4/5\\3/5\\0\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\beta_{Bx}\\\beta_{By}\\0\end{bmatrix}$$

Felírtuk kétféleképpen B pont sebességét, a 2 egyenlő:

$$\left.\begin{aligned} v_A - b\,\omega_2 &= \beta_{Bx} = -\frac{4}{5}\beta_B \\ -a\,\omega_2 &= \beta_{By} = \frac{3}{5}\beta_B \end{aligned}\right\} \text{ 2 egyenlet, 2 ismeretlen } (\beta_B, \omega_2)$$

$$\omega_2 = \frac{3}{10}\ \frac{rad}{s}$$

$$\underline{v}_B^{21} = \begin{bmatrix}1,6\\-1,2\\0\end{bmatrix} \left[\frac{m}{s}\right] \quad (= \underline{v}_B)$$

Megint felírjuk $\underline{a}_B$-t két módszerrel:

b) $$\underline{a}_B^{20} = \underbrace{\underline{a}_A^{20}}_{\underline{0}} + \underline{\varepsilon}_{20} \times \underline{r}_{AB} - \omega_{20}^2\, \underline{r}_{AB} = \begin{bmatrix}0\\0\\\varepsilon_2\end{bmatrix} \times \begin{bmatrix}-a\\b\\0\end{bmatrix} - \omega_2^2 \begin{bmatrix}-a\\b\\0\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}-b\varepsilon_2 + a\,\omega_2^2\\-a\,\varepsilon_2 - b\,\omega_2^2\\0\end{bmatrix}$$

Relatív kinematikával:

$$\underline{a}_B^{20} = \underbrace{\underline{a}_B^{10}}_{\underline{0}} + \underline{a}_B^{21} + \underline{a}_B^{cor}$$

$\underline{0}$ (csukló, tartósan álló pont)

$\underline{a}_B^{21}$: relatív gyorsulás rúdirányú ((1)-es testről nézve)

$$\underline{a}_B^{21} = \underline{\alpha}_B = \alpha_B \cdot \underline{e}_{AB} \longrightarrow \underline{\alpha}_B = \begin{bmatrix}\alpha_{Bx}\\\alpha_{By}\\0\end{bmatrix} \quad \longrightarrow \frac{\alpha_{Bx}}{\alpha_{By}} = -\frac{a}{b}$$

$$\underline{a}_B^{cor} = 2\cdot\underline{\omega}_{10}\times \underline{\beta}_B = 2\cdot\underset{?}{\underline{\omega}_{10}}\times \underline{v}_B^{21}$$

$\underline{\omega}_{10}$ mennyi? $\rightarrow$ $\underline{\omega}_{21} = \underline{\omega}_{10} + \underbrace{\underline{\omega}_{21}}_{\underline{0}}$ $\longrightarrow$ $\underline{\omega}_{20} = \underline{\omega}_{10}$

$\underline{0}$ mert együtt forog a rúd és a csúszka

Ezzel: $\underline{a}_B^{cor} = 2\cdot\underline{\omega}_{20}\times\underline{v}_B^{21} = 2\cdot\begin{bmatrix}0\\0\\\omega_2\end{bmatrix}\times\begin{bmatrix}\beta_{Bx}\\\beta_{By}\\0\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}-2\omega_2\beta_{By}\\2\omega_2\beta_{Bx}\\0\end{bmatrix}$

$(\omega_2 = \omega_1)$

$$\underline{a}_B^{20} = \begin{bmatrix}\alpha_{Bx} - 2\omega_2\beta_{By}\\ \alpha_{By} + 2\omega_2\beta_{Bx}\\ 0\end{bmatrix}$$

Kétféleképpen felírtuk $\underline{a}_B$-t, a kettő $\ominus$ egyenlőssal:

$$\begin{bmatrix}-b\,\varepsilon_2 + a\,\omega_2^2\\ -a\,\varepsilon_2 - b\,\omega_2^2\\ 0\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\alpha_{Bx} - 2\omega_2\beta_{By}\\ \alpha_{By} + 2\omega_2\beta_{Bx}\\ 0\end{bmatrix}$$

$$\frac{\alpha_{Bx}}{\alpha_{By}} = -\frac{a}{b}$$

3 egyenlet, 3 ismeretlen $(\varepsilon_2, \alpha_{Bx}, \alpha_{By})$

$\underline{a}_B = \begin{bmatrix}1{,}08\\0{,}9\\0\end{bmatrix}\left[\frac{m}{s^2}\right]$ $\quad \varepsilon_2 = -0{,}24\ \frac{rad}{s^2}$

Számolás menete:

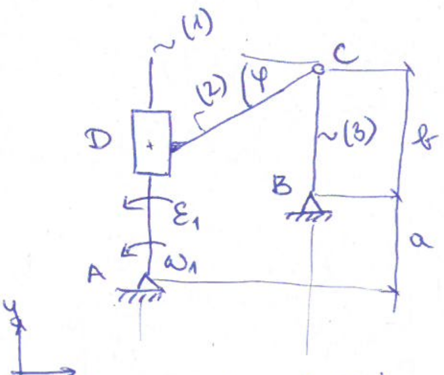
$$\left.\begin{aligned}-b\varepsilon_2 + a\omega_2^2 &= \alpha_{Bx} - 2\omega_2\beta_{By}\\ -a\varepsilon_2 - b\omega_2^2 &= \alpha_{By} + 2\omega_2\beta_{Bx}\\ \boxed{\frac{\alpha_{Bx}}{\alpha_{By}} = -\frac{a}{b}}\end{aligned}\right\} \rightarrow \begin{aligned}-b\varepsilon_2 + \omega_2^2\cdot a + 2\beta_{By}\omega_2 &= -\frac{a}{b}\alpha_{By}\\ \frac{a^2}{b}\varepsilon_2 + \omega_2^2\cdot a + \frac{a}{b}\omega_2\cdot 2\beta_{Bx} &= -\frac{a}{b}\alpha_{By}\end{aligned} \ominus$$

$$-b\varepsilon_2 + \omega_2^2 a + 2\beta_{By}\omega_2 = \frac{a^2}{b}\varepsilon_2 + \cancel{\omega_2^2 a} + \frac{a}{b}\omega_2 2\beta_{Bx}$$

$$2\omega_2\left(\beta_{By} - \frac{a}{b}\beta_{Bx}\right) = \left(\frac{a^2+b^2}{b}\right)\cdot\boxed{\varepsilon_2}$$

$\varepsilon_2 = -0{,}24\ \frac{rad}{s^2}$ $\longrightarrow$ ebből lehet α_{By}-t, α_{Bx}-t számolni, utána $\underline{a}_B$-t

3. Csúszkás mechanizmus



(2): 2a hosszú

Adatok:

$a = 0{,}15\ \mathrm{m}$

$b = 0{,}25\ \mathrm{m}$

$\varphi = 30°$

$\omega_1 = 5\ \frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}$

$\varepsilon_1 = 8\ \frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}^2}$

Kérdés: a, $\underline{\omega}_3$, $\underline{v}_C$

b, $\underline{\varepsilon}_3$, $\underline{a}_C$

Megoldás:

a, D pont sebességét felírjuk A és B pontból:

B pontból:

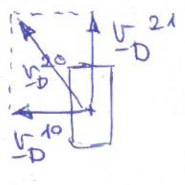
$$\underline{v}_C^{30} = \underbrace{\underline{v}_B^{30}}_{\underline{0}} + \underline{\omega}_{30} \times \underline{r}_{BC} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega_3 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 \\ b \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -b\omega_3 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\underline{v}_C^{20} = \underline{v}_C^{30}$$

$$\underline{v}_D^{20} = \underline{v}_C^{20} + \underline{\omega}_{20} \times \underline{r}_{CD} = \begin{bmatrix} -b\omega_3 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega_2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -2a\cos\varphi \\ -2a\sin\varphi \\ 0 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} -b\omega_3 + 2a\omega_2\sin\varphi \\ -2a\omega_2\cos\varphi \\ 0 \end{bmatrix}$$

A pontból relatívval:



$$\underline{v}_D^{20} = \underline{v}_D^{10} + \underline{v}_D^{21}$$

$$\underline{v}_D^{10} = \underbrace{\underline{v}_A^{10}}_{\underline{0}} + \underline{\omega}_{10} \times \underline{r}_{AD} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega_1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 \\ a+b-2a\sin\varphi \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega_1\left((2\sin\varphi - 1)a - b\right) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$\underline{v}_D^{21} \parallel \underline{r}_{AD}$ ((1)-es testről nézzük)

$$\underline{v}_D^{21} = \underline{\beta}_D = \begin{bmatrix} 0 \\ \beta_D \\ 0 \end{bmatrix}$$ (y irányú a rúd)

$$\underline{\omega}_{20} = \underline{\omega}_{10} + \underbrace{\underline{\omega}_{21}}_{\underline{0}\text{, együtt forognak}} \longrightarrow \underline{\omega}_{20} = \underline{\omega}_{10} \longrightarrow \omega_2 = \omega_1$$

$$\underline{v}_D^{20} = \underline{v}_D^{21} + \underline{v}_D^{10} = \begin{bmatrix} 0 \\ \beta_D \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \omega_1\left((2\sin\varphi - 1)a - b\right) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Kétféleképpen kiszámoltat ⊖-vel tesszük egyenlővé:

$$\left.\begin{aligned} -b\omega_3 + 2a\omega_2 \sin\varphi &= \omega_1\left((2\sin\varphi - 1)a - b\right) \\ -2a\omega_2\cos\varphi &= \beta_D \\ \omega_1 &= \omega_2 \end{aligned}\right\}$$

3 egyenlet, 3 ismeretlen: $\omega_2, \omega_3, \beta_D$

$$\omega_3 = \left(1 + \frac{a}{b}\right)\omega_1 = \underline{\underline{8\,\frac{\text{rad}}{\text{s}}}}$$

$$\beta_D = -1{,}299\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\ ;\ \omega_2 = 5\,\frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

b) Gyorsulást ugyanígy:

3-ból: $$\underline{a}_C^{30} = \underbrace{\underline{a}_B^{30}}_{\underline{0}} + \underline{\varepsilon}_{30} \times \underline{r}_{BC} - \omega_{30}^2 \cdot \underline{r}_{BC} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \varepsilon_3 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 \\ b \\ 0 \end{bmatrix} - \omega_{30}^2 \begin{bmatrix} 0 \\ b \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\varepsilon_3 \cdot b \\ -b\omega_3^2 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\underline{a}_C^{20} = \underline{a}_C^{30}$$

$$\underline{a}_D^{20} = \underline{a}_C^{20} + \underset{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \varepsilon_2 \end{bmatrix}}{\underline{\varepsilon}_{20}} \times \underline{r}_{CD} - \omega_{20}^2 \cdot \underline{r}_{CD} = \begin{bmatrix} -\varepsilon_3 b + 2a\varepsilon_2\sin\varphi + 2a\omega_2^2\cos\varphi \\ -\omega_3^2 b - 2a\varepsilon_2\cos\varphi + 2a\omega_2^2\sin\varphi \\ 0 \end{bmatrix} \quad (*)$$

Relatívval A pontból:

$$\underline{a}_D^{20} = \underline{a}_D^{10} + \underline{a}_D^{21} + \underline{a}_D^{cor}$$

$$\underline{a}_D^{10} = \underbrace{\underline{a}_A^{10}}_{\underline{0}} + \underset{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \varepsilon_1 \end{bmatrix}}{\underline{\varepsilon}_1} \times \underline{r}_{AD} - \omega_{10}^2\,\underline{r}_{AD} = \begin{bmatrix} -\varepsilon_1(a + b - 2a\sin\varphi) \\ -\omega_1^2(a + b - 2a\cos\varphi) \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\underline{a}_D^{21} = \begin{bmatrix} 0 \\ \alpha_D \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\parallel \underline{r}_{AD})$$

$$\underline{a}_D^{cor} = 2\,\underline{\omega}_{10} \times \underline{\beta}_D = 2\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega_1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 \\ \beta_D \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2\omega_1\beta_D \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\underline{\varepsilon}_{20} = \underline{\varepsilon}_{10} + \underbrace{\underline{\varepsilon}_{21}}_{\underline{0}} + \underline{\omega}_{10} \times \underbrace{\underline{\omega}_{21}}_{\underline{0}} = \underline{\varepsilon}_{1} \longrightarrow \quad \varepsilon_1 = \varepsilon_2$$

$$\underline{a}_D^{20} = \begin{bmatrix} -\varepsilon_1(a+b-2a\sin\varphi) - 2\omega_1\beta_D \\ -\omega_1^2(a+b-2a\cos\varphi + \alpha_D \\ 0 \end{bmatrix} \quad (**)$$

Egyenlővé tesszük: $\left((*) = (**) \right)$

2 egyenlet, 2 ismeretlen $(\varepsilon_2, \varepsilon_3)$

$$\varepsilon_3 = -42{,}8 \ \frac{rad}{s^2}$$

$$\underline{a}_D = \begin{bmatrix} 10{,}7 \\ -16 \\ 0 \end{bmatrix} \frac{m}{s^2}$$