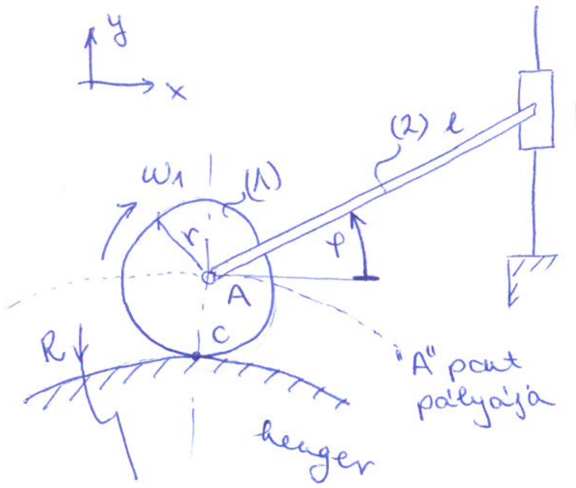
DINAMIKA - 5. gyakorlat



Adatok:

$R = 2{,}1\,m$

$r = 0{,}3\,m$

$l = 1{,}2\,m$

$\varphi = 30°$

$\omega_1 = 4\,\frac{rad}{s}$

$\omega_1 = \text{áll.}$

(1) gördül

Kérdések:

a, P_2 szerkesztéssel

b, (2) sebességállapot

c, $\underline{a}_B$; $\underline{\varepsilon}_2$

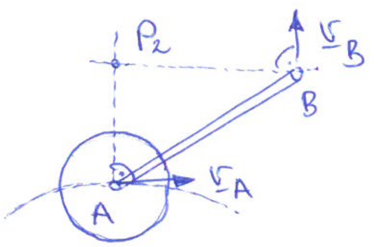
d, G_2

Megoldás:

a, Kell tudni 2 pont sebességének az irányát a (2) testen.

~ $\underline{v}_B$: függőleges irányú, a megvezetés miatt

~ $\underline{v}_A$: vízszintes, mert "A" pont körpályán mozog (hengeren gördül a korong)



Merőlegest állítunk $\underline{v}_A$-ra, $\underline{v}_B$-re A és B pontba. → Metszéspont: P_2.

b) Sebességállapot: ~ egy tetszőleges pont sebessége ((2)-es testen)

~ (2)-es test szögsebessége

Mit tudunk a sebességekről?

~ $\underline{v}_B = \begin{bmatrix} 0 \\ v_B \\ 0 \end{bmatrix}$ → megvezetés miatt csak y komponens

~ $\underline{v}_C = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ → gördülésnél a kontaktpont sebessége zérus

~ $\underline{v}_A = \begin{bmatrix} v_A \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ → "A" pont pályája miatt

(1)-es testen rajta van "A" pont:

$$\underline{v}_A = \underbrace{\underline{v}_C}_{\underline{0}} + \underline{\omega}_1 \times \underline{r}_{CA} = \begin{bmatrix}0\\0\\-\omega_1\end{bmatrix} \times \begin{bmatrix}0\\r\\0\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}r\omega_1\\0\\0\end{bmatrix}$$

(tényleg $\oplus$ x irányba mutat)

$\ominus$ z irányban forgat

$$\underline{v}_A = \begin{bmatrix}1{,}2\\0\\0\end{bmatrix} \frac{m}{s}$$

(2)-es testen is rajta van "A" pont:

$$\underline{v}_B = \underline{v}_A + \underline{\omega}_2 \times \underline{r}_{AB} = \begin{bmatrix}r\omega_1\\0\\0\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}0\\0\\\omega_2\end{bmatrix} \times \begin{bmatrix}l\cos\varphi\\l\sin\varphi\\0\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}r\omega_1 - l\omega_2\sin\varphi\\l\omega_2\cos\varphi\\0\end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix}0\\v_B\\0\end{bmatrix}}_{\underline{v}_B}$$

$$\Rightarrow \quad r\omega_1 - l\omega_2\sin\varphi = 0 \rightarrow \omega_2 = \frac{r\omega_1}{l\sin\varphi} = 2\ \frac{rad}{s}$$

$$v_B = l\omega_2\cos\varphi = \frac{r\omega_1}{\sin\varphi}\cdot\cos\varphi = 2{,}078\ \frac{m}{s}$$

Tehát a (2)-es test sebességállapota:

$$\underline{v}_A = \begin{bmatrix}1{,}2\\0\\0\end{bmatrix}\left[\frac{m}{s}\right] \qquad \underline{\omega}_2 = \begin{bmatrix}0\\0\\2\end{bmatrix}\frac{rad}{s} \qquad \underline{v}_B = \begin{bmatrix}0\\2{,}078\\0\end{bmatrix}\left[\frac{m}{s}\right]$$

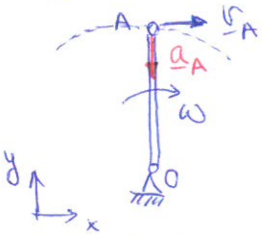
c, Mit tudunk a gyorsulásokról?

$\sim \underline{a}_C = \begin{bmatrix}0\\a_C\\0\end{bmatrix}$ (gördülés miatt)

$\sim \underline{a}_B = \begin{bmatrix}0\\a_B\\0\end{bmatrix}$

$\sim$ "A" pont: körpályán mozog és állandó a sebessége $\left(\underline{a}_A = \underline{a}_{An} + \underbrace{\underline{a}_{At}}_{\underline{0}},\ a_{An} = \frac{v_A^2}{\rho_A}\right.$ és negatív$\left.\right)$

„Helyettesítő mechanika példa":



$\varepsilon = 0$

$$\underline{a}_A = \underbrace{\underline{a}_0}_{\underline{0}} + \underbrace{\underline{\varepsilon} \times \underline{r}_{OA}}_{\underline{0}} - \underbrace{\omega}_{?}{}^2\, \underline{r}_{OA} = -\left(-\frac{r\omega_1}{R+r}\right)^2 \cdot \begin{bmatrix}0\\R+r\\0\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}0\\-\frac{r^2\omega_1^2}{R+r}\\0\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}0\\-0{,}6\\0\end{bmatrix}\left[\frac{m}{s^2}\right]$$

$$\underline{v}_A = \underbrace{\underline{v}_0}_{\underline{0}} + \underline{\omega} \times \underline{r}_{OA} = \begin{bmatrix}0\\0\\\omega\end{bmatrix} \times \begin{bmatrix}0\\R+r\\0\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}-\omega(R+r)\\0\\0\end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix}r\omega_1\\0\\0\end{bmatrix}}_{\underline{v}_A} \rightarrow -\omega(R+r) = r\omega_1$$

$$\omega = -\frac{r\omega_1}{R+r}$$

ebből kijön ω

VAGY: $\underline{a}_A = \begin{bmatrix}a_{Ax}\\a_{Ay}\\0\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}a_{At}\\a_{An}\\0\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}0\\-v_A^2/\rho_A\\0\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}0\\-(r\omega_1)^2/(R+r)\\0\end{bmatrix}$

Ez azt jelenti, hogy $\underline{a}_{At} = \underline{0}$, mert "A" pont pillanatnyi gyorsulása $\perp$ "A" pont sebességére.

$\underline{a}_{At} = 0$ kijönne számításból is $(\underline{a}_A = \underline{a}_C + \dots)$, de $\underline{a}_{An}$ nem! Ki kell használni, hogy körpályán mozog "A" pont.

"A" és "B" pont ugyanazon a merev testen vannak:

$$\underline{a}_B = \underline{a}_A + \underline{\varepsilon}_2 \times \underline{r}_{AB} - \omega_2^2 \cdot \underline{r}_{AB} = \begin{bmatrix} 0 \\ a_A \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \varepsilon_2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} l\cos\varphi \\ l\sin\varphi \\ 0 \end{bmatrix} - \omega_2^2 \begin{bmatrix} l\cos\varphi \\ l\sin\varphi \\ 0 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} -l\,\varepsilon_2 \sin\varphi - \omega_2^2 l\cos\varphi \\ a_A + l\,\varepsilon_2\cos\varphi - \omega_2^2 l\sin\varphi \\ 0 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ a_B \\ 0 \end{bmatrix}}_{\underline{a}_B}$$

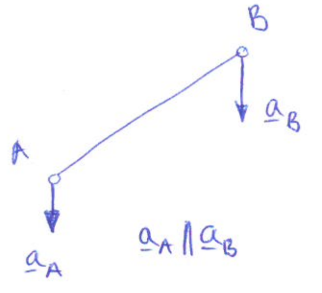
$\hookrightarrow$ $\varepsilon_2 = -\dfrac{\cos\varphi}{\sin\varphi}\omega_2^2 = -\cot\varphi\,\omega_2^2 = -6{,}93\ \dfrac{rad}{s^2}$

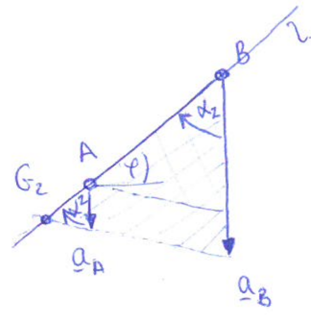
$a_B = 10{,}2\ \dfrac{m}{s^2}$ (2. egyenletből)

$$\underline{\varepsilon}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -6{,}93 \end{bmatrix} \left[\frac{rad}{s^2}\right] \qquad \underline{a}_B = \begin{bmatrix} 0 \\ -10{,}2 \\ 0 \end{bmatrix} \left[\frac{m}{s^2}\right]$$

d) G_2 rajzolással:

$$tg\,\alpha_2 = \frac{\varepsilon_2}{\omega_2^2} = \frac{-\cot\varphi\,\omega_2^2}{\omega_2^2} = -\frac{\cos\varphi}{\sin\varphi} \rightarrow \alpha_2 = -\arctan\cot\varphi = -60°$$





Ezen az egyenesen van G_2 ($\underline{a}_A \parallel \underline{a}_B$, ezért nincs metszéspont)

Tudjuk, hogy a gyorsulás lineárisan változik $\rightarrow$ Hasonló Δ-ek.

$$\frac{G_2A}{AB} = \frac{|a_A|}{|a_B| - |a_A|} \rightarrow G_2A = 0{,}075\,m \rightarrow \underline{r}_{AG_2} = \begin{bmatrix} -G_2A\cos\varphi \\ -G_2A\sin\varphi \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0{,}0650 \\ -0{,}0375 \\ 0 \end{bmatrix} [m]$$

Számítással:

$$\underbrace{\underline{a}_{G_2}}_{\underline{0}} = \underline{a}_A + \underline{\varepsilon}_2 \times \underline{r}_{AG_2} - \omega_2^2 \underline{r}_{AG_2} = \begin{bmatrix} 0 \\ a_A \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \varepsilon_2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x_{AG_2} \\ y_{AG_2} \\ 0 \end{bmatrix} - \omega_2^2 \begin{bmatrix} x_{AG_2} \\ y_{AG_2} \\ 0 \end{bmatrix}$$

2 egyenlet, 2 ismeretlen (x_{AG_2}, y_{AG_2})

HF