Merev test dinamikája, síkmozgás
Szekrénydöntés

Megoldás:

<u>1. lépés</u>: Nyugalomban marad vagy mozog? $F_1 > F_{1\min}$?

Nyugalom: statikai egyenletek

$$\mathbf{0} = \mathbf{F}_1 + \mathbf{G} + \mathbf{K} \qquad \text{I.}$$

$$\mathbf{0} = \mathbf{M}_S \qquad \text{II.}$$

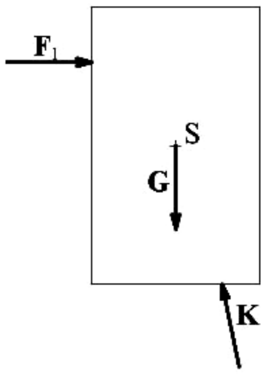
$$K_x \le \mu_0 \cdot K_y$$

A megcsúszás határán:

I. x: $0 = F_1 - K_x$ (1)

y: $0 = -m \cdot g + K_y$ (2)

$K_x = \mu_0 \cdot K_y$ (3)



$\rightarrow F_1 = \mu_0 \cdot m \cdot g = 206$ [N] $< F_1$, vagyis a hasáb nem marad nyugalomban.

<u>2. lépés</u>: Billen vagy nem billen?

A talajról a hasábra átadódó **K** kényszererő az érintkezési felületen megoszló erő. Ha az eredője, vagyis a helyettesítő koncentrált erő hatásvonala az érintkezési felületen belül halad, akkor billenés nélkül csúszik a hasáb (transzláció), ha viszont azon kívül, akkor billen.

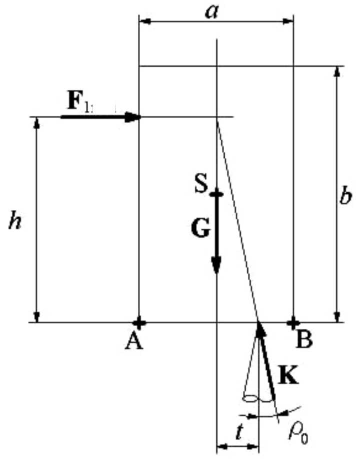
A hatásvonal helyét a fenti II. egyenletből lehet meghatározni:

(grafikusan: a testre három erő hat, nyugalom esetén ezek hatásvonala egy ponton megy át)

$$0 = \sum M_S$$

$$0 = -F_1 \cdot \left(h - \frac{b}{2}\right) + K_y \cdot t - K_x \cdot \frac{b}{2}$$

$$t = \frac{F_1 \cdot \left(h - \frac{b}{2}\right) + K_x \cdot \frac{b}{2}}{K_y} = 0{,}43 \text{ [m]}$$

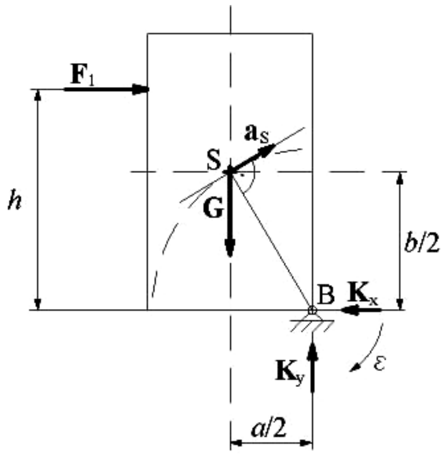


K hatásvonala akkor haladna az AB tartományban, ha $t < \dfrac{a}{2}$ teljesülne, de mivel $t = 0.43 > 0{,}15 = \dfrac{a}{2}$, ezért a hasáb a B ponton átmenő, az x-y síkra merőleges tengely körül forog, vagyis a hátsó élén billen.

3. lépés:

El kell dönteni, hogy a hátsó él nyugalomban marad-e (álló tengely körüli forgás), vagy a hasáb a csúszó hátsó éle körül billen (általános síkmozgás).

Feltételezzük, hogy nyugalomban marad:



Dinamika alaptétele:

$$m \cdot a_{Sx} = F_1 - K_x \qquad (1)$$

$$m \cdot a_{Sy} = -m \cdot g + K_y \qquad (2)$$

$$\Theta_B \cdot \varepsilon = F_1 \cdot h - m \cdot g \cdot \frac{a}{2} \qquad (3)$$

A fenti 3 egyenletben 5 ismeretlen van: a_{Sx}, a_{Sy}, ε, K_x, K_y.

$$\Theta_B = \frac{1}{3} m \cdot \left(a^2 + b^2\right)$$

Kiegészítő kinematikai egyenlet:

$\mathbf{a}_S = \mathbf{a}_B + \boldsymbol{\varepsilon} \times \mathbf{r}_{BS} - \omega^2 \cdot \mathbf{r}_{BS}$ kapcsolat az S és B pontok gyorsulásai közt.

$\mathbf{a}_B = 0$ (mert a B pontot nyugalomban levőnek tételezzük fel)

$\omega = 0$ (mert az F_1 erő hatására a hasáb nyugalmi helyzetből kezd mozogni)

$$\begin{bmatrix} a_{Sx} \\ a_{Sy} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\varepsilon \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -a/2 \\ b/2 \\ 0 \end{bmatrix} \rightarrow \qquad a_{Sx} = \varepsilon \cdot \frac{b}{2} \quad (4) \qquad a_{Sy} = \varepsilon \cdot \frac{a}{2} \quad (5)$$

Az 5 egyenletből álló egyenletrendszer megoldása után ellenőrizni kell, hogy helyes volt-e a feltételezés, miszerint B nyugalomban marad.

4. lépés:

Ha B nyugalomban marad, akkor a kényszererő komponenseire $K_x \le \mu_0 \cdot K_y$ kell teljesüljön, a tapadás miatt (nyugvásbeli súrlódás!).

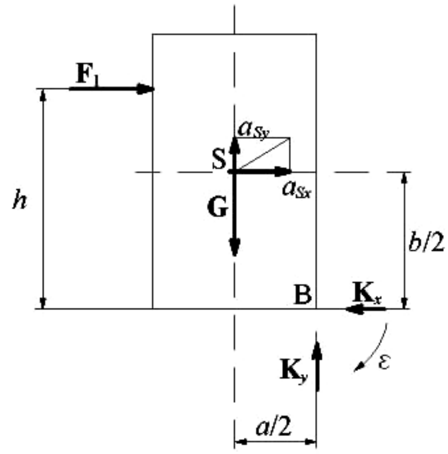
$$K_x = 618{,}71 \text{ [N]}$$
$$K_y = 2109{,}77 \text{ [N]}$$

ezzel $\dfrac{K_x}{K_y} = 0{,}29 > \mu_0 = 0{,}21$,
vagyis a B él nem marad nyugalomban.
A hasáb mozgása tehát általános síkmozgás (a csúszó B éle körül forog).

5. lépés:

Az általános síkmozgás esetére felrajzoljuk a szabadtest-ábrát, hozzá felírjuk a dinamika alaptételének egyenleteit, és a kiegészítő egyenleteket (kinematika, és csúszás).

Szabadtest-ábra:



Megjegyzések:

(1) A nyomatéki egyenletet most nem írhatjuk a B-n átmenő tengelyre, mert B nem álló pont. (Csak a súlyponti tengelyre lehet.)
(2) A kiegészítő kinematikai egyenletben $\mathbf{a}_B \neq \mathbf{0}$, de $\mathbf{a}_B = a_B \cdot \mathbf{i}$ (vízszintes).
(3) A **K** kényszererő hatásvonala B-n megy át (egyetlen érintkezési hely).
(4) A csúszás, mint kiegészítő dinamikai egyenlet:

$$K_x = \mu \cdot K_y \text{ -mozgásbeli súrlódás.}$$

(5) $\mathbf{a}_S$ most nem merőleges $\overline{BS}$ -re, mert B mozog.

A dinamika alaptétele:

$$m \cdot a_{Sx} = F_1 - K_x \qquad (1)$$
$$m \cdot a_{Sy} = -m \cdot g + K_y \qquad (2)$$
$$\Theta_S \cdot \varepsilon = F_1 \cdot \left(h - \frac{b}{2} \right) - K_y \cdot \frac{a}{2} + K_x \cdot \frac{b}{2} \qquad (3)$$

$$\Theta_S = \frac{1}{12} \cdot m \cdot \left(a^2 + b^2\right) = 2{,}83 \ [\mathrm{kgm}^2]$$

Kiegészítő kinematikai egyenlet:

$$\mathbf{a}_S = \mathbf{a}_B + \boldsymbol{\varepsilon} \times \mathbf{r}_{BS} - \omega^2 \mathbf{r}_{BS}$$

$$\begin{bmatrix} a_{Sx} \\ a_{Sy} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_B \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\varepsilon \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -a/2 \\ b/2 \\ 0 \end{bmatrix} - 0 \cdot \begin{bmatrix} -a/2 \\ b/2 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \rightarrow \quad \begin{aligned} a_{Sx} &= a_B + \varepsilon \cdot \frac{b}{2} \\ a_{Sy} &= \varepsilon \cdot \frac{a}{2} \end{aligned} \qquad (4)$$

Kiegészítő dinamikai egyenlet:

$$K_x = \mu \cdot K_y \qquad (5)$$

Az 5 egyenletből álló egyenletrendszert megoldva kapjuk a végeredményeket:

$$\mathbf{a}_S = \begin{bmatrix} 21{,}12 \\ 9{,}59 \\ 0 \end{bmatrix} [\mathrm{m/s^2}] \qquad \boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -63{,}95 \end{bmatrix} [\mathrm{rad/s^2}]$$

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} -388{,}05 \\ 1940{,}24 \\ 0 \end{bmatrix} [\mathrm{N}]$$