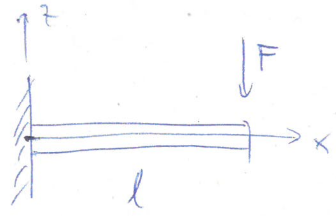
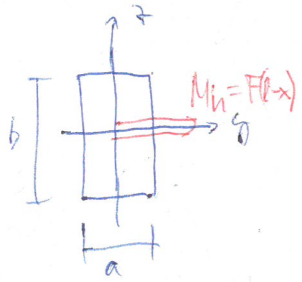
Képletek 1.

$$\sigma_x = \frac{M_h}{I_y} \cdot z$$

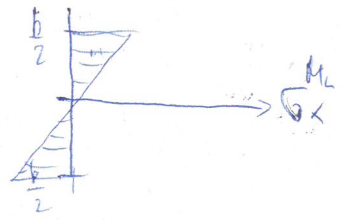




$$I_y = \frac{ab^3}{12}$$

$$I_x = \frac{a^3 b}{12}$$

$$I_p = I_x + I_y$$



$$\tau_{xt} = \frac{M_t}{I_p} \cdot r$$

Feszültségelméletek

Huber-Mises-Hencky (gazdaságos)

$$\sigma_e^{HMH} = \sqrt{\frac{1}{2}\left((\sigma_1-\sigma_2)^2+(\sigma_2-\sigma_3)^2+(\sigma_3-\sigma_1)^2\right)}$$

rúdra

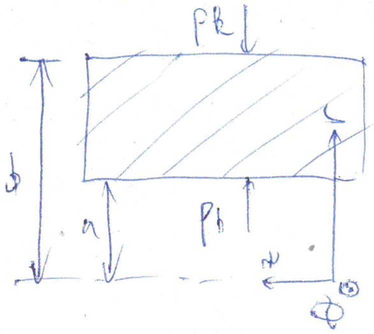
$$\sigma_e^{HMH} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2}$$

Mohr (biztonságos)

$$\sigma_e^{MOHR} = \sigma_1 - \sigma_3$$

$$\sigma_e^{MOHR} = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}$$

Vastagfalú csőre:



$$\sigma_r(r) = A - \frac{B}{r^2}$$

$$\sigma_\theta(r) = A + \frac{B}{r^2}$$

$$\sigma_z = \begin{cases} 0 & \text{nyitott cső} \\ A & \text{zárt cső} \end{cases}$$

peremfeltétel

$$\sigma_r(a) = -p_b$$

$$\sigma_r(b) = -p_k$$

$$\rightarrow \sigma_e^{MOHR} = \underset{max}{\sigma_1} - \underset{min}{\sigma_3} = \sigma_\theta - \sigma_r \Big|_{r:max}$$

$p_b > p_k$ esetén

Általános megoldás:

$$A = \frac{p_b a^2 - p_k b^2}{b^2 - a^2}$$

$$B = (p_b - p_k)\frac{a^2 b^2}{b^2 - a^2}$$

Elmozdulásmező

$$u = u(r) = \hat{a} r + \frac{\hat{b}}{r} \qquad w(z) = C \cdot z$$

nyitott cső

$$\hat{a} = \frac{1-\nu}{E} A \qquad \hat{b} = \frac{1+\nu}{E} B$$

$$C = \frac{-2\nu}{E} A \qquad \varepsilon_z = \frac{-2\nu}{E} A$$

zárt cső

$$\hat{a} = \frac{1-2\nu}{E} A \qquad \hat{b} = \frac{1+\nu}{E} B \text{ (ugyanaz)}$$

$$C = \frac{1-2\nu}{E} A = \hat{a} \qquad \varepsilon_z = \frac{1-2\nu}{E} A$$

Képletek 2.

keskeny tárcsa / tömör tengely

$$\frac{h}{b} << 1$$

$\sigma_z = 0 \rightarrow$ nyitott cső képletei

tengely $\rightarrow p_b = 0, \; a = 0$

$$u(0) = 0 \rightarrow \hat{b} = 0 \rightarrow u(r) = \hat{a} \cdot r$$

$$\hookrightarrow B = 0 \rightarrow \sigma_r = \sigma_\theta = A \quad \text{és} \quad \sigma_z = 0$$

$$\hat{a} = \frac{1-\nu}{E} A$$

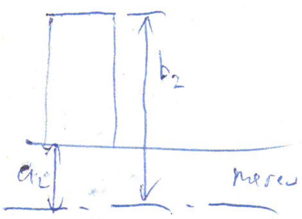
Zsugorkötés (nyitott cső)

I. merev teng + rug. tárcsa

$\sigma_{r2}(a_2) = -p_k$ kötésnyomás

$\sigma_{r2}(b_2) = 0$

$u_2(a_2) = \delta$



$$A_2 = p_k \frac{a_2^2}{b_2^2 - a_2^2} \qquad B_2 = p_k \frac{a_2^2 b_2^2}{b_2^2 - a_2^2}$$

$$\hat{a}_2 = \frac{1-\nu}{E} A_2 \qquad \hat{b}_2 = \frac{1+\nu}{E} B_2$$

$u(a_2) = \delta$

$$\frac{1-\nu}{E} p_k \frac{a_2^2 \cdot a_2}{b_2^2 - a_2^2} + \frac{1+\nu}{E} p_k \frac{a_2^2 b_2^2}{b_2^2 - a_2^2} \cdot \frac{1}{a_2} = \delta$$

$$\cancel{\delta =} \qquad p_k = E \frac{\delta}{a_2} \cdot \frac{b_2^2 - a_2^2}{b_2^2(1+\nu) + a_2^2(1-\nu)}$$

II. rug. teng + rug. tárcsa

$\sigma_{r1}(r) = -p_k = A_1$ túlfedés: $\delta = u_2(a_2) - u_1(b_1)$ $\qquad b_1 = \frac{d}{2}$

$\sigma_{\theta 1}(r) = -p_k = A_1$

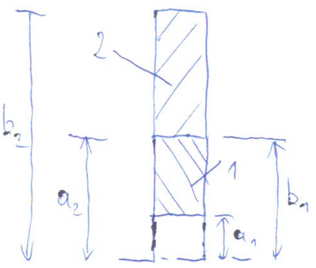
$$\hat{a}_1 = \frac{1-\nu_1}{E_1} A_1 = -\frac{1-\nu_1}{E_1} p_k$$

$$\delta = \frac{1-\nu}{E} p_k \frac{a_2^3}{b_2^2 - a_2^2} + \frac{1+\nu}{E} p_k \frac{a_2 \cdot b_2^2}{b_2^2 - a_2^2} + \frac{1-\nu_1}{E_1} \cdot p_k \left(\frac{d}{2}\right)$$

$$p_k = \frac{\delta}{\frac{a_2}{E}\left[\frac{(1-\nu)a_2^2 + (1+\nu) b_2^2}{b_2^2 - a_2^2}\right] + \frac{d}{2E_1}(1-\nu_1)}$$

Képletek 3.

III. rugalmas tárcsa + rug. tárcsa
mindkettőre nyitott cső képletei:



1-es tárcsa: E_1, ν_1

2-es: E_2, ν_2

belső: $p_b = 0$

$p_k = p_0$ kötésnyomás

$$\sigma_{1r}(a_1) = 0 \qquad A_1 = -p_0 \frac{b_1^2}{b_1^2 - a_1^2}$$

$$\sigma_{1r}(b_1) = -p_0 \qquad B_1 = -p_0 \cdot \frac{a_1^2 b_1^2}{b_1^2 - a_1^2}$$

külső tárcsa:

$$\sigma_{2r}(a_2) = -p_0 \qquad A_2 = p_0 \cdot \frac{a_2^2}{b_2^2 - a_2^2}$$

$$\sigma_{2r}(b_2) = 0 \qquad B_2 = p_0 \cdot \frac{a_2^2 b_2^2}{b_2^2 - a_2^2}$$

elmozdulásmezők:

$$u_1(r) = \hat{a}_1 r + \frac{\hat{b}_1}{r} \qquad u_2(r) = \hat{a}_2 r + \frac{\hat{b}_2}{r}$$

$$\hat{a}_1 = \frac{1-\nu_1}{E_1} A_1 \qquad \hat{a}_2 = \frac{1-\nu_2}{E_2} A_2$$

$$\hat{b}_1 = \frac{1+\nu_1}{E_1} B_1 \qquad \hat{b}_2 = \frac{1+\nu_2}{E_2} B_2$$

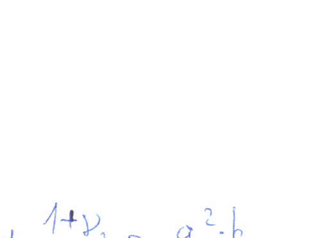
túlfedés:

$$\delta = u_2(a_2) - u_1(b_1) = \hat{a}_2 \cdot a_2 - \frac{\hat{b}_2}{a_2} - \left(\hat{a}_1 b_1 + \frac{\hat{b}_1}{b_1} \right)$$

$$\delta = \frac{1-\nu_2}{E_2} \cdot p_0 \frac{a_2^3}{b_2^2 - a_2^2} - \frac{1+\nu_2}{E_2} \cdot p_0 \cdot \frac{a_2 \cdot b_2^2}{b_2^2 - a_2^2} + \frac{1-\nu_1}{E_1} \cdot p_0 \cdot \frac{b_1^3}{b_1^2 - a_1^2} + \frac{1+\nu_1}{E_1} \cdot p_0 \cdot \frac{a_1^2 \cdot b_1}{b_1^2 - a_1^2}$$

↳ innen p_0 kifejezhető a_1, b_1, a_2, p_2 és δ függvényében.

Zsugorkötésen átvihető teher



normálerő:

$$N = p_k \cdot \overbrace{A_0}^{\text{henger palást}} = p_k \cdot 2 r_0 \pi \overbrace{h}^{\text{tárcsa szélessége}}$$

$$F = \underbrace{\mu_0}_{\text{tapadási súrl. együttható}} \cdot N \longrightarrow F_{max} = \mu_0 \cdot p_k \cdot 2 r_0 \pi \cdot h$$

$$M_{max} = F_{max} \cdot r_0 = \mu_0 \cdot p_k \cdot 2 r_0^2 \pi \cdot h$$

: p_k kötésnyomással átvihető nyomaték

Képletek 4.

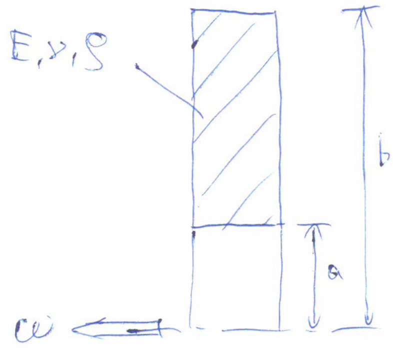
Forgó tárcsa / forgó zsugorkötés

itt a forgás hatására megjelenik +1 tag a fesz. eloszlásokban és elmozdulásmezőben

$$u(r) = u_h(r) + u_p(r)$$

homogén, pl. p_b, p_k hatása

inhomogén, partikuláris rész forgás: ω hatása



$$u_h(r) = \hat{a}\, r + \frac{\hat{b}}{r}$$

$$u_p(r) = \frac{c_0}{8} r^3 \qquad c_0 = -\frac{1-\nu^2}{E}\varrho\,\omega^2$$

$$u_p(r) = \hat{c}\cdot r^3 \qquad \hat{c} = \frac{c_0}{8} = -\frac{1}{8}\cdot\frac{1-\nu^2}{E}\varrho\,\omega^2$$

így a teljes elmozdulásmező:

$$u(r) = \hat{a}\, r + \frac{\hat{b}}{r} + \hat{c}\cdot r^3$$

a feszültség-eloszlások:

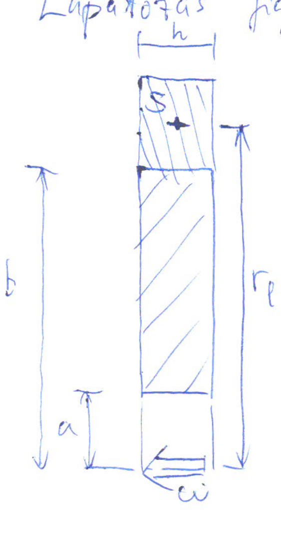
$$\sigma_r(r) = A - \frac{B}{r^2} + C_1\cdot r^2 \qquad C_1 = \frac{3+\nu}{1-\nu^2}\hat{c}E = -\frac{3+\nu}{8}\varrho\,\omega^2$$

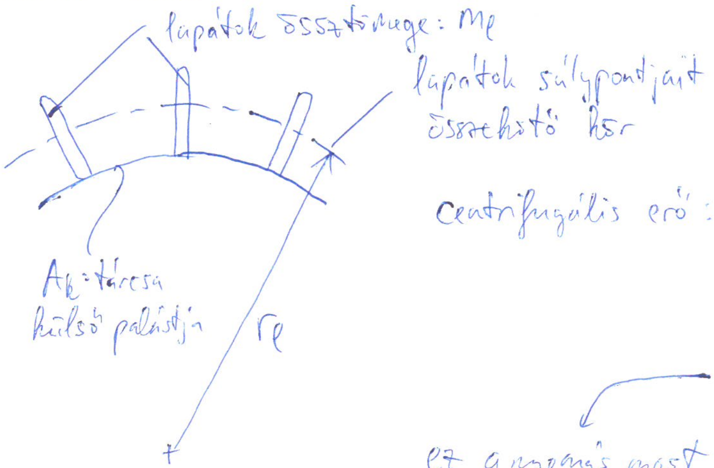
$$\sigma_\theta(r) = A + \frac{B}{r^2} + C_2 r^2 \qquad C_2 = \frac{1+3\nu}{1-\nu^2}\hat{c}E = -\frac{1+3\nu}{8}\varrho\,\omega^2$$

peremfeltételek:

nincs nyomás: $\begin{cases}\sigma_r(a) = 0\\ \sigma_r(b) = 0\end{cases}$, általános eset $\begin{cases}\sigma_r(a) = -p_b\\ \sigma_r(b) = -p_k\end{cases}$ túlnyomások.

Lapátozás figyelembe vétele





centrifugális erő: $F_c = m_\ell \cdot r_\ell \cdot \omega^2$

$$A_k = 2b\pi h$$

$$p_c = \frac{m_\ell \cdot r_\ell \cdot \omega^2}{2b\pi h}$$

ez a nyomás most „húzza" a külső palástot

lapátozásnak megfelelő peremfeltétellel: $\sigma_r(b) = p_c$ (pozitív előjel!)