1 Példa

Feladat: d átmérőjű tiszta hajlításnak kitett rúd képlékeny tartaléka!

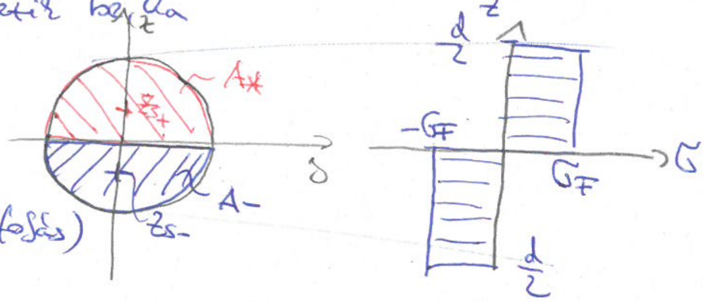
Megoldás

Feszültség a teljesen rugalmas szakaszban (max)

$$\sigma = \frac{M_h}{I}\cdot\frac{d}{2} \implies M_{hF} = \sigma_F \frac{I}{d/2} = \sigma_F \frac{d^4\pi/64}{d/2} = \sigma_F \frac{d^3\pi}{32}$$

Teljes képlékeny folyás alatt következik be

$$M_h = M_{hK} = \int_A z\,\sigma(x,z)\,dA \,,$$



ahol $\sigma(x,z) = \sigma_F\,\mathrm{sgn}(z)$ (teljes folyás)

ezzel

$$M_{hK} = \int_A \sigma_F\, z\,\mathrm{sgn}(z)\,dA = \sigma_F \int_A \mathrm{sgn}(z)\cdot z\,dA = \sigma_F \int_A |z|\,dA \,.$$

ahol $\int_A |z|\,dA = 2 S_y^+$; S_y^+ a felső síkfélkör statikai nyomatéka

$$S_y^+ = \frac{d^2\pi}{8}\cdot\frac{2d}{3\pi} = A_+\cdot|z_{s+}| \;;\; \tilde{S}_y^- = \frac{d^2\pi}{8}\left|-\frac{2d}{3\pi}\right| = S_y^+$$

így

$$M_{hK} = 2\sigma_F \frac{d^2\pi}{8}\,\frac{2d}{3\pi} = \frac{d^3}{6}\sigma_F$$

A keresztmetszet alaktényezője

$$\lambda = \frac{M_{hK}}{M_{hF}} = \frac{\frac{d^3}{6}\sigma_F}{\frac{d^3\pi}{32}\sigma_F} = \frac{16}{3\pi} \approx 1{,}7\ [1]$$

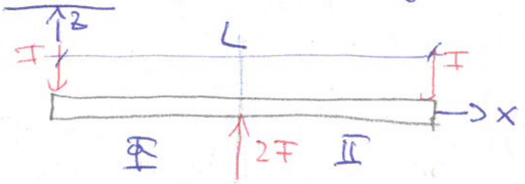
ami kb 70%-os képlékeny tartalékot jelent.

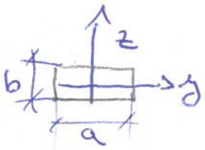
Energetikai berendezések szilárdságtana

3. gyakorlat

2. Példa

2 Példa 3 pontos hajlító kísérlet





Adatok

$L = 2$ [m]

$a = 20$ [mm]

$b = 50$ [mm]

$F = 2{,}5$ [kN]

$\sigma_F = 250$ [MPa]

Kérdés

a, Képlékeny zóna hossz menti eloszlása

b, σ terhelés és tehermentesítés után középen?

Megoldás

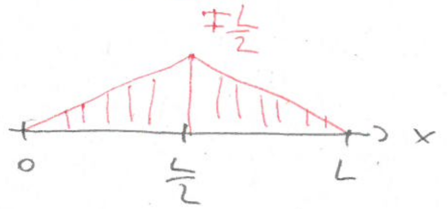
a, Igénybevételi függvények

$U_I = 0$ $\qquad U_{II} = 0$

$V_I = -F\cancel{x}$ $\qquad V_{II} = F$

$M_{hI} = Fx$ $\qquad M_{hII} = Fx - 2F\left(x - \frac{L}{2}\right) = FL - Fx$

$0 \le x \le \frac{L}{2}$ $\qquad \frac{L}{2} < x \le L$



$\Rightarrow$ Veszélyes keresztmetszet $x = \frac{L}{2}$

$$M_{hmax} = M_h\left(\frac{L}{2}\right) = F\frac{L}{2} = 2{,}5 \cdot 10^6 \text{ [Nmm]}$$

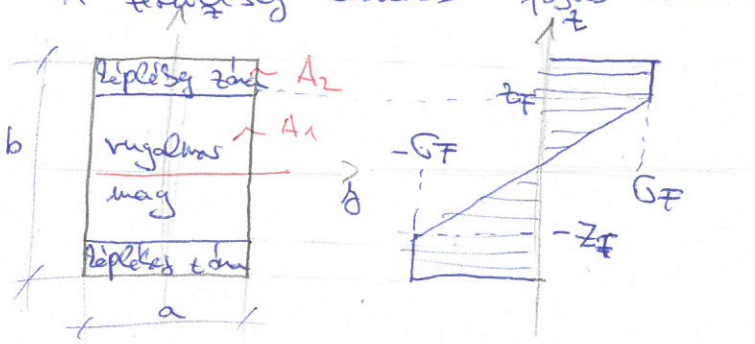
Téglalap keresztmetszetnél

$$M_{hF} = \frac{I_y}{b/2}\sigma_F = \frac{\frac{ab^3}{12}}{b/2}\sigma_F = \frac{ab^2}{6}\sigma_F = 2{,}083 \cdot 10^6 \text{ [Nmm]}$$

$$M_{hK} = 2 S_y^+ \sigma_F = ab \cdot \frac{b}{4}\sigma_F = 3{,}12 \cdot 10^6 \text{ [Nmm]}$$

$M_{hF} < M_{hmax} < M_{hK}$ $\Rightarrow$ Van ahol már megfolyt az anyag, de teljesen sehol sem folyt át.

A feszültség eloszlás folyás esetén:



Feszültség a rugalmas magban:

$|z| < +z_F$

$$\sigma_x^e(z) = \frac{\sigma_F}{z_F} z$$

σ Feszültség a képlékeny zónában:

$z_F < |z| < \frac{b}{2}$

$$\sigma_x^p(z) = \text{sgn}(z)\,\sigma_F$$

Az ismeretlen z_F-et a nyomatéki egyenletből határozhatjuk meg:
alul, fölül

$$M_h = \int_A z\,\sigma_x(z)\,dA = 2\left[\int_{A_1} \frac{\sigma_F}{z_F} z^2\,dA + \int_{A_2} \sigma_F z\,dA\right] = 2\left[\frac{\sigma_F}{z_F}\int_{-a/2}^{a/2}\int_0^{z_F} z^2\,dz\,dy + \sigma_F\int_{-a/2}^{a/2}\int_{z_F}^{b/2} z\,dz\,dy\right] =$$

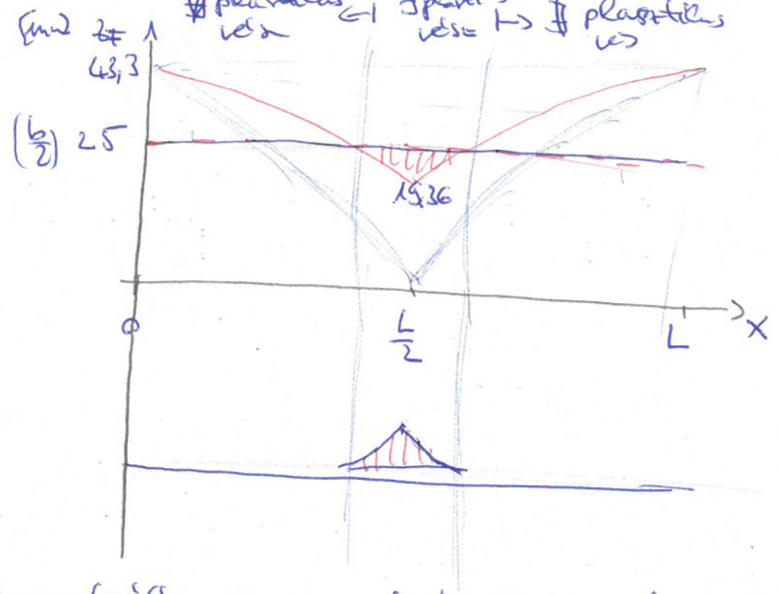
$$= 2\left[\frac{\sigma_F}{z_F}\left(\int_{-a/2}^{a/2} z_F^3/3\,dy\right) + \sigma_F\int_{-a/2}^{a/2}\left[\frac{z^2}{2}\right]_{z=z_F}^{z=\frac{b}{2}} dy\right] = 2\left[\frac{\sigma_F}{z_F}\frac{z_F^3}{3}a + \sigma_F\frac{a}{2}\left(\left(\frac{b}{2}\right)^2 - z_F^2\right)\right] =$$

$$= a\sigma_F\left[\frac{2}{3}z_F^2 + \frac{b^2}{4} - z_F^2\right] = a\sigma_F\left(\frac{b^2}{4} - \frac{z_F^2}{3}\right)$$

ebből:

$$z_F(x) = \sqrt{3\left(\frac{b^2}{4} - \frac{M_h(x)}{\sigma_F a}\right)} = \begin{cases} z_F^{I}(x) = \sqrt{3\left(\frac{b^2}{4} - \frac{Fx}{\sigma_F a}\right)} \\ z_F^{II}(x) = \sqrt{3\left(\frac{b^2}{4} - \frac{FL - Fx}{\sigma_F a}\right)} \end{cases}$$

Ezt ábrázolva



ezzel

$$\sigma_x^e = 12,91\, z \quad [MPa]$$

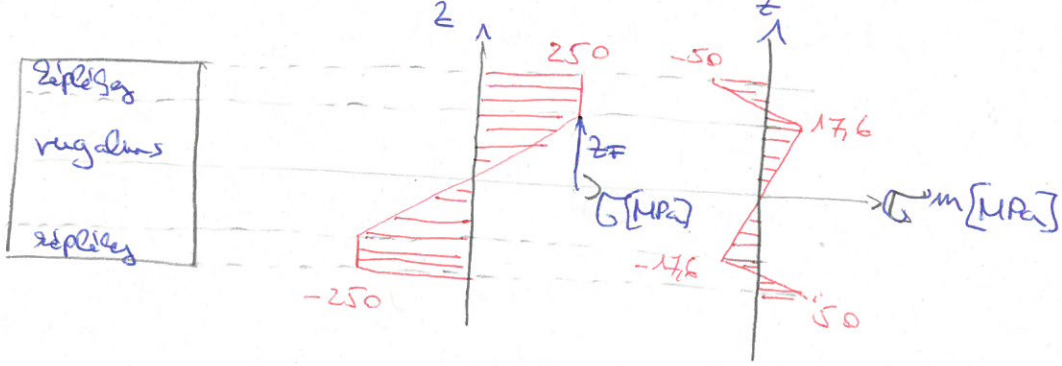
$$\sigma_x^p = \mathrm{sgn}(z)\, 250 \; [MPa]$$

b/ Tehermentesítés szuperpozíció alapján (maradó feszültségek meghatározásához) ráadunk egy ellentétes értelmű terhelést, jelen esetben $-F\frac{L}{2}$ nyomatékot.

$$\sigma_x^{t} = -\frac{M_h(x)}{I_y} z \implies$$

$$\implies \sigma_x^m\Big|_{x=\frac{L}{2}} = \begin{cases} \text{ha } |z| < z_F, \; \sigma_x^e(z) + \sigma_x^t(z) = \frac{\sigma_F}{z_F(\frac{L}{2})} z - \frac{M_h^{max}}{I_y} z = \left(\frac{\sigma_F}{z_F(\frac{L}{2})} - \frac{M_h^{max}}{I_y}\right) z = 1,87\, z \; [MPa] \\ \text{ha } z_F < |z| < \frac{b}{2}, \; \sigma_x^p(z) + \sigma_x^t(z) = \mathrm{sgn}(z)\, \sigma_F - \frac{M_h^{max}}{I_y} z = 250\, \mathrm{sgn}(z) - 12\, z \; [MPa] \end{cases}$$

Ezzel:



Energetikai berendezések szilárdságtana — 3 gyakorlat

3 Példa: Vastagfalú cső képlékeny igénybevétele — 3 Példa

Adatok

$r_b = a = 100$ [mm] $\quad p = 140$ [MPa] $\quad E = 210$ [GPa] $\quad$ Mariana-árok alján

$r_k = b = 200$ [mm] $\quad \sigma_F = 240$ [MPa] $\quad \nu = 0{,}3$ [1] $\quad \sim 110$ [MPa]

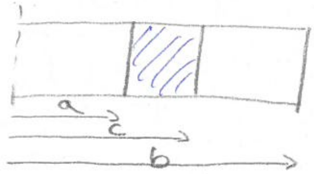
Feladat:

a, Képlékeny tartomány sugara?

b, Terhelés utáni feszültségeloszlás

c, Tehermentesítés utáni —"—

d, Teljes tönkremenetelhez tartozó nyomás?



Megoldás

a,
$$\boxed{\sigma_r^e(r) = A - \frac{B}{r^2} \;;\; \sigma_r^p(r) = \sigma_F \ln\frac{r}{a} - p \qquad \sigma_t^e(r) = A + \frac{B}{r^2} \;;\; \sigma_t^p(r) = \sigma_F\left(\ln\frac{r}{a} + 1\right) - p}$$

BC:
$$\left.\begin{array}{l} \sigma_r^e(b) = 0 \\ \sigma_r^e(c) = \sigma_r^p(c) \\ \sigma_t^e(c) - \sigma_r^e(c) = \sigma_{egy}^M(c) = \sigma_F \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{A = \frac{c^2\sigma_F}{2b^2}} \;;\; \boxed{B = \frac{c^2\sigma_F}{2}}$$

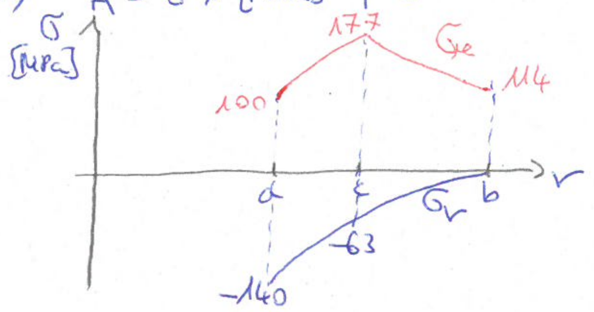
és $$p = \frac{\sigma_F}{2}\left[\ln\left(\frac{c}{a}\right)^2 + 1 - \left(\frac{c}{a}\right)^2\left(\frac{a}{b}\right)^2\right]$$

amiből meghatározjuk c-t. Ez transzcendens, meg lehet oldani pl. felező módszerrel, vagy excel-el.

$$\Downarrow$$

$$\underline{\underline{c = 137{,}816 \text{ [mm]}}}$$

b, $A = 57$ [MPa] ; $B = 2{,}279 \cdot 10^6$ [MPa mm]



Rugalmasan

c, $\sigma_r^{le}(r) = A_e - \frac{B_e}{r^2}$ $\quad$ BC$_{le}$: $\sigma_r^{le}(a) = -p$

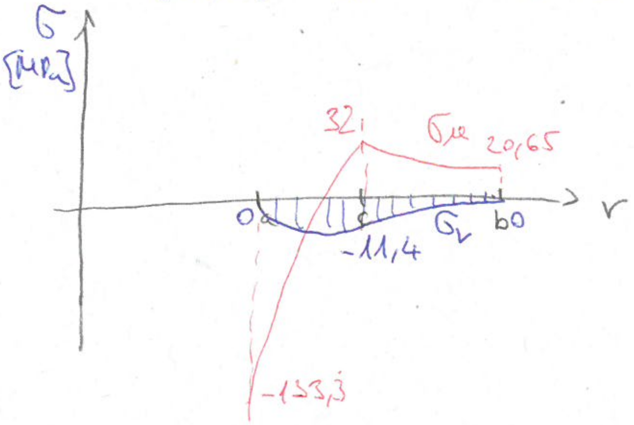
$\sigma_t^{le}(r) = A_e + \frac{B_e}{r^2}$ $\quad \sigma_r^{le}(b) = 0$

$$\Rightarrow A_e = \frac{+p}{\left(\frac{b}{a}\right)^2 - 1} = \frac{140}{3} = 46{,}67 \text{ [MPa]}$$

$$B_e = p\frac{b^2}{\left(\frac{b}{a}\right)^2 - 1} = 1{,}8667 \cdot 10^6 \text{ [MPa mm}^2\text{]}$$

$$\sigma_r^{m} = \begin{cases} \sigma_r^p(r) + \sigma_r^{le}(r) & \text{ha } a \le r \le c \\ \sigma_r^e(r) - \sigma_r^{le}(r) & \text{ha } c < r \le b \end{cases}$$

$$\sigma_t^{m} = \begin{cases} \sigma_t^p(r) - \sigma_t^{le} & \text{ha } a \le r \le c \\ \sigma_t^e(r) - \sigma_t^{le} & \text{ha } c < r \le b \end{cases}$$



d, $$p_F = \frac{\sigma_F}{2}\left[\ln\left(\frac{a}{a}\right)^2 + 1 - \left(\frac{a}{a}\right)^2\left(\frac{a}{b}\right)^2\right] = \frac{\sigma_F}{2}\left[1 - \left(\frac{a}{b}\right)^2\right] =$$

$$= \underline{900 \text{ [bar]}}$$

$$p_K = \frac{\sigma_F}{2}\left[\ln\left(\frac{b}{a}\right)^2 + 1 + \left(\frac{b}{a}\right)^2\left(\frac{a}{b}\right)^2\right] = \sigma_F \ln\frac{b}{a} =$$

$$= \underline{1663{,}55 \text{ [bar]}}$$

$$\Downarrow$$

$$\lambda = \frac{p_K}{p_F} = \underline{1{,}848 \text{ [1]}}$$

Tehát 85%-kal a tartalék.