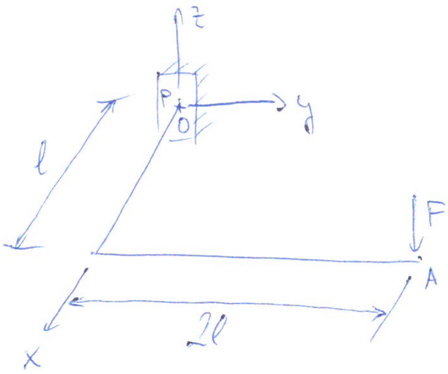
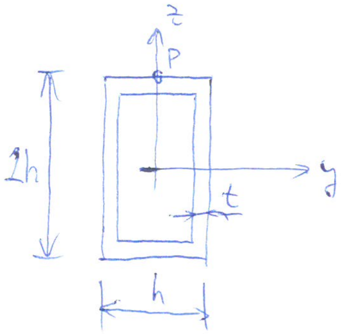
EBSZ. GY1/1: Befogott tartó





Adatok

$l = 0{,}5\ m = 500\ mm$

$h = 80\ mm$

$t = 4\ mm$

$\sigma_F = 450\ MPa$

$F = 10\ kN = 10000\ N$

Feladat:

a) $\sigma_e^{HMH} = ?$ P pontban, $n^{HMH} = ?$

b) $\sigma_e^{MOHR} = ?$, $n^{MOHR} = ?$

Kiegészítő infó

- nyírás hatása elhanyagolható
- csavarásból származó feszültség:

$$\tau^P \approx \frac{M_t}{4h^2 t}$$ (csak erre a keresztmetszetre, csak P pontra!)

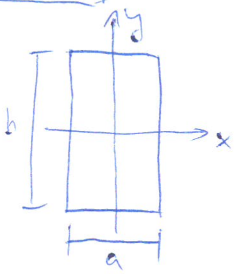
Felhasznált összefüggések:

Navier-képlet: $\boxed{\sigma_x = \frac{M_h}{I_y} \cdot z}$ x-irányú rúdra y-körüli hajlításra!

Csavarás hatása

$\boxed{\tau_{xt} = \frac{M_t}{I_p} \cdot r}$ csak forg. szimm. keresztmetszetre!

Téglalap km másodrendű nyomatéka



$$\boxed{\begin{aligned} I_x &= \frac{ab^3}{12} \\ I_y &= \frac{a^3 b}{12} \\ I_p &= I_x + I_y \end{aligned}}$$

mindig a tengelyre merőleges méret van 3. hatványon!

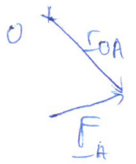
(poláris, másodrendű ny.) (csavaráshoz)

Egyenértékű feszültségek rúdra:

$$\boxed{\sigma_e^{HMH} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2}}$$ 3 betű

$$\boxed{\sigma_e^{MOHR} = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}}$$ 4 betű

Koncentrált erő nyomatéka



$$\underline{M}_O = \underline{r}_{OA} \times \underline{F}_A$$

Megoldás:

igénybevétel: $$\underline{M}_0 = \underline{r}_{OA} \times \underline{F} = \begin{bmatrix} l \\ 2l \\ 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -F \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2lF \\ l \cdot F \\ 0 \end{bmatrix}$$

$\leftarrow M_{ox} = M_t$: csavarás x-tengely körül

$\leftarrow M_{oy} = M_h$: hajlítás y körül

$$I_y = I_y^{külső} - I_y^{belső} = \frac{h(2h)^3}{12} - \frac{(h-2t)(2h-2t)^3}{12} = 6{,}24 \cdot 10^6\ mm^4$$

$$\sigma_{x,P} = \frac{M_h}{I_y} \cdot z_P = \frac{5 \cdot 10^6}{6{,}24 \cdot 10^6} \cdot 80 = 64{,}1\ MPa$$

$z_P = h = 80\ mm$

$M_h = l \cdot F = 5 \cdot 10^6\ Nmm$

$$\tau_{xy,P} = \frac{M_t}{I_p} \cdot r_p \approx \frac{M_t}{4h^2 t} = \frac{10^7}{4 \cdot 80^2 \cdot 4} = 97{,}66 \text{ MPa}$$

$r_p = \sqrt{z_p^2 + y_p^2} = z_p$

használjuk a kieg. képletet!

$$M_t = 2 \cdot l \cdot F = 10^7 \text{ Nmm}$$

Így:

a) $\sigma_{e,P}^{HMH} = \sqrt{\sigma_x^2 + 3\tau_{xy}^2} = 180{,}89 \text{ MPa}$

$$n^{HMH} = \frac{\sigma_{meg}}{\sigma_{e,P}^{HMH}} = \frac{450}{180{,}89} = 2{,}49$$

megengedett fesz $= \sigma_P$ folyáshatár

gazdaságos : $\sigma_e^{HMH} < \sigma_e^{MOHR}$

az elmélet szerint kisebb az egyenértékű fesz.

b) $\sigma_{e,P}^{MOHR} = \sqrt{\sigma_x^2 + 4\tau_{xy}^2} = 205{,}57 \text{ MPa}$

$$n^{MOHR} = \frac{\sigma_{meg}}{\sigma_{e,P}^{MOHR}} = \frac{450}{205{,}57} = 2{,}19$$

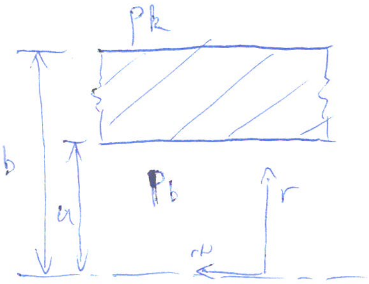
biztonságos : $n^{MOHR} < n^{HMH}$

a Mohr elmélet szerint kisebb a biztonsági tényező, nagyobb az egyenértékű fesz.

↓

lehet, hogy nem felel meg Mohr szerint az a berendezés ami HMH szerint igen.

EBSt GY1/2: Vastagfalú cső (nyitott)



Adatok:

$a = 40\ mm$

$p_b = p = 100\ bar = 100 \cdot 10^5\ Pa = 10 \cdot 10^6\ Pa = 10\ MPa$

$p_k = 0$

$\sigma_{meg} = 250\ MPa$

Feladat

a) $b_{min} = ?$

b) $b'_{min} = ?$ ha $\sigma'_{meg} = \sigma_{meg}/2 = 125\ MPa$

Felhasznált összefüggések

$$\boxed{\begin{aligned}\sigma_r(r) &= A - \frac{B}{r^2}\\ \sigma_\theta(r) &= A + \frac{B}{r^2}\end{aligned}}$$

radiális irányú és tangenciális feszültségek a csőfalban

$$\boxed{\begin{aligned}A &= \frac{p_b a^2 - p_k b^2}{b^2 - a^2}\\ B &= (p_b - p_k)\frac{a^2 b^2}{b^2 - a^2}\end{aligned}}$$

a fesz. eloszlásban szereplő paraméterek!

$\sigma_z(r) = 0$ tengelyirányú fesz. (nyitott cső)

peremfeltételek: (radiális fesz-re!)

$$\boxed{\begin{aligned}\sigma_r(a) &= -p_b\\ \sigma_r(b) &= -p_k\end{aligned}}$$

mindkettő negatív túlnyomás esetén!

$$\boxed{\sigma^{MOHR}_{e,max} = \sigma_\theta(a) - \sigma_r(a)}$$

max. egyenértékű feszültség

Megoldás:

a) peremfeltételek: $\sigma_r(a) = -p \longrightarrow A - \frac{B}{a^2} = -p \quad (1)$

$\sigma_r(b) = 0 \longrightarrow A - \frac{B}{b^2} = 0 \quad (2)$

$$\sigma^{MOHR}_{e,max} = \sigma_\theta(a) - \sigma_r(a) = \left(A + \frac{B}{a^2}\right) - \left(A - \frac{B}{a^2}\right) = \frac{2B}{a^2} \longrightarrow \sigma_{meg} = \frac{2B}{a^2} \quad (3)$$

(1)–(3): 3 egyenlet, 3 ismeretlen: A, B, b

(3): $B = \frac{\sigma_{meg} \cdot a^2}{2} = \frac{250 \cdot 40^2}{2} = 2 \cdot 10^5\ N$

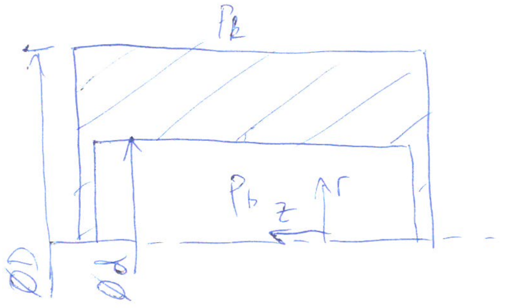
(1): $A = -p + \frac{B}{a^2} = -10 + \frac{2 \cdot 10^5}{40^2} = 115\ MPa$

(2): $b^2 = \frac{B}{A} \longrightarrow b_{min} = \sqrt{\frac{B}{A}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 10^5}{115}} = 41{,}7\ mm$ Megjegyzés $\frac{b}{a} = 1{,}04 \rightarrow$ vékonyfalú csőnek tekinthető

b) $\sigma'_{meg} = 125\ MPa$

$B' = 10^5\ N$, $A' = 52{,}5\ MPa$, $b'_{min} = 43{,}6\ mm \longrightarrow$ csak 5% méretnövekedés kell fele olyan „erős" anyagnál

EBS7 GY1/3: Vastagfalú cső (zárt)



Adatok:

$d = 160\ mm \longrightarrow a = \frac{d}{2} = 80\ mm$

$D = 320\ mm \longrightarrow b = \frac{D}{2} = 160\ mm$

$p_b = 150\ MPa$

$p_k = 0$

Feladat

a) feszültség-eloszlások: $\sigma_r(r), \sigma_\theta(r), \sigma_z = ?$

b) $\sigma_{e,max}^{MOHR}$, $\tau_{max} = ?$

Felhasznált összefüggések:

$$\boxed{\begin{aligned}\sigma_r(r) &= A - \frac{B}{r^2}\\ \sigma_\theta(r) &= A + \frac{B}{r^2}\\ \sigma_z(r) &= \sigma_z = A \quad (\text{zárt cső})\end{aligned}}$$

$$\boxed{\begin{aligned}A &= \frac{p_b a^2 - p_k b^2}{b^2 - a^2}\\ B &= (p_b - p_k)\frac{a^2 b^2}{b^2 - a^2}\end{aligned}}$$

$$\boxed{\begin{aligned}\sigma_{e,max}^{MOHR} &= \sigma_\theta(a) - \sigma_r(a)\\ \tau_{max} &= \frac{\sigma_\theta(a) - \sigma_r(a)}{2}\end{aligned}}$$

Megoldás:

a)

$$A = p_b \cdot \frac{a^2}{b^2 - a^2} = 50\ MPa$$

$$B = p_b \cdot \frac{a^2 b^2}{b^2 - a^2} = 1\,280\,000\ N = 1{,}28 \cdot 10^6\ N$$

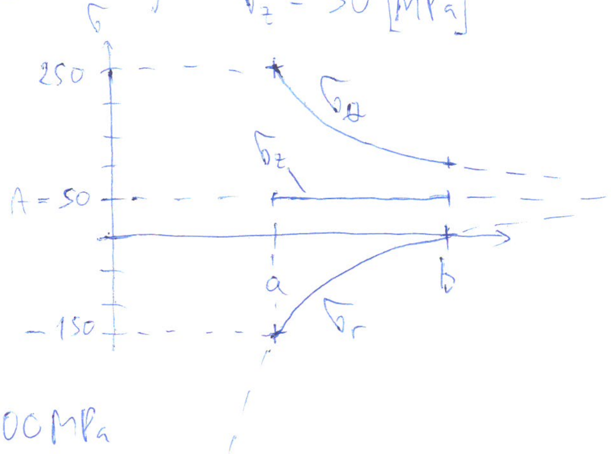
$$\longrightarrow \sigma_r(r) = 50 - \frac{1{,}28 \cdot 10^6}{r^2}\ [MPa]$$

$$\sigma_\theta(r) = 50 + \frac{1{,}28 \cdot 10^6}{r^2}\ [MPa]$$

$$\sigma_z = 50\ [MPa]$$

Ábrázolva: $\frac{B}{a^2} = \frac{1{,}28 \cdot 10^6}{a^2} = 200\ MPa$

$\frac{B}{b^2} = \frac{1{,}28 \cdot 10^6}{160^2} = 50\ MPa$



b) $\sigma_{e,max}^{MOHR} = \sigma_\theta(a) - \sigma_r(a) = 250 - (-150) = 400\ MPa$

$$\tau_{max} = \frac{\sigma_\theta - \sigma_r}{2} = 200\ MPa$$

ott van, ahol $\sigma_{e,max}^{MOHR}$ azaz $r = a$ helyen