

## 2. HF minta

Mértékegységek [SI]

```
In[4]:= EE = 210 * 109;
v = 0.3;
l1 = 1.2;
m1 = 260 * 1000;
d = 0.8;
l2 = 1.2;
m2 = 730 * 1000;
e = 50 * 10-6;
l3 = 0.6;
m3 = 210 * 1000;
DD = 2.2;
```

**Megjegyzés: D mértékegysége nem  $\mu\text{m}$  hanem m!**

### 1. rész

```
In[15]:= Ip = d4 * pi / 32;
```

```
In[16]:= G = EE / (2 + 2 * v)
```

```
Out[16]= 8.07692 * 1010
```

Torziós rugómerevségek:

$kt_i = Ip * G / L_i$  ahol  $L_i$  az  $i$ -edik tengelyszakasz hossza.

```
In[17]:= kt1 = Ip * G / l1;
```

```
kt2 = Ip * G / (l1 + l2);
```

```
kt3 = Ip * G / (l2 + l3);
```

```
kt4 = Ip * G / l3;
```

[kNm/rad]

```
In[21]:= {kt1, kt2, kt3, kt4} / 1000 // MatrixForm
```

```
Out[21]/MatrixForm=
```

$$\begin{pmatrix} 2.7066 \times 10^6 \\ 1.3533 \times 10^6 \\ 1.8044 \times 10^6 \\ 5.41321 \times 10^6 \end{pmatrix}$$

### 2. rész

Két befogás között 4 db torziós rugó, illetve 3 db henger

$M \ddot{q} + K \dot{q} = 0$ , ahol  $q = \{\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3\}$

### 3. rész

**Megjegyzés: legyen minden hengeres rész átmérője D!**

Hengeres részek sugara  $D/2$ , tehetetlenségi nyomatéka  $\frac{1}{2} m R^2$

```
In[22]:= R = DD / 2;
         $\theta_1 = m_1 R^2 / 2;$ 
         $\theta_2 = m_2 R^2 / 2;$ 
         $\theta_3 = m_3 R^2 / 2;$ 
```

```
In[26]:= M = {{ $\theta_1$ ,  $\theta$ ,  $\theta$ },
              { $\theta$ ,  $\theta_2$ ,  $\theta$ },
              { $\theta$ ,  $\theta$ ,  $\theta_3$ }};
```

Tömegmátrix [kgm<sup>2</sup>]

```
In[27]:= M // MatrixForm
```

```
Out[27]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} 157300. & 0 & 0 \\ 0 & 441650. & 0 \\ 0 & 0 & 127050. \end{pmatrix}$$

```

Potenciálfüggvény:

```
In[28]:= U =  $\frac{1}{2} k_1 \varphi_1^2 + \frac{1}{2} k_2 (\varphi_2 - \varphi_1)^2 + \frac{1}{2} k_3 (\varphi_3 - \varphi_2)^2 + \frac{1}{2} k_4 \varphi_3^2;$ 
```

```
In[29]:= q = { $\varphi_1$ ,  $\varphi_2$ ,  $\varphi_3$ };
```

```
In[30]:= K = Table[D[U, q[[i]], q[[j]], {i, 1, 3}, {j, 1, 3}];
```

Merevségi mátrix [paraméteresen]

```
In[31]:= K // MatrixForm
```

```
Out[31]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 & 0 \\ -k_2 & k_2 + k_3 & -k_3 \\ 0 & -k_3 & k_3 + k_4 \end{pmatrix}$$

```

```
In[32]:= K = K /. {k1 -> kt1, k2 -> kt2, k3 -> kt3, k4 -> kt4};
```

Merevségi mátrix [kNm/rad]

```
In[33]:= K / 1000 // MatrixForm
```

```
Out[33]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} 4.0599 \times 10^6 & -1.3533 \times 10^6 & 0 \\ -1.3533 \times 10^6 & 3.1577 \times 10^6 & -1.8044 \times 10^6 \\ 0 & -1.8044 \times 10^6 & 7.21761 \times 10^6 \end{pmatrix}$$

```

## 4. rész

$M^{-1} \cdot K$  sajátértékeinek gyökei  $\rightarrow$  sajátkőrfrekvenciák

```
In[34]:= Inverse[M].K // MatrixForm
```

```
Out[34]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} 25809.9 & -8603.32 & 0. \\ -3064.19 & 7149.79 & -4085.59 \\ 0. & -14202.3 & 56809.2 \end{pmatrix}$$

```

```
In[35]:= ev = Eigenvalues[Inverse[M].K];
```

In[36]:=  $\omega_i = \text{Sort}[\text{ev}] // \text{Sqrt};$

In[37]:=  $\omega_i // \text{MatrixForm}$

Out[37]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} 69.1442 \\ 164.373 \\ 240.769 \end{pmatrix}$$

[rad/s]

## 5. rész

$l_3$  hosszú tengelyszakasz +  $m_3$  tömeg hajlítólengésének 1. sajátkörfrekvenciája:

$$\omega_{n,1} = \sqrt{ke_3 / m_3}$$

In[38]:=  $I_y = d^4 \pi / 64$

Out[38]= 0.0201062

In[39]:=  $ke_3 = 48 I_y E E / l_3^3$

Out[39]=  $9.38289 \times 10^{11}$

In[40]:=  $\omega_{n1} = \sqrt{ke_3 / m_3}$

Out[40]= 2113.77

[rad/s]

## 6. rész

A kiegyensúlyozatlanságból adódó gerjesztés:  $m e \omega^2 \sin(\omega t)$

Gerjesztési frekvencia [rad/s]

In[41]:=  $\omega = 3000 / 60 * 2 \pi // N$

Out[41]= 314.159

Az általános tömeggel való leosztás után a jobb oldalon:  $f_0 \omega_n^2 = e \omega^2$

In[42]:=  $f_0 = e \omega^2 / \omega_{n1}^2;$

In[43]:=  $f_0 * 1000$

Out[43]= 0.00110447

[mm]

Frekvencia viszony  $\lambda = \omega / \omega_n$

In[44]:=  $\lambda = \omega / \omega_{n1}$

Out[44]= 0.148625

Nagyítási tényező ( $\zeta = 0$  esetre)

In[45]:= 
$$NN = 1 / \sqrt{(1 - \lambda^2)^2}$$

Out[45]= 1.02259

Rezgés amplitúdója:  $N f_0$

In[46]:= 
$$NN f_0 * 1000$$

Out[46]= 0.00112941

[mm]