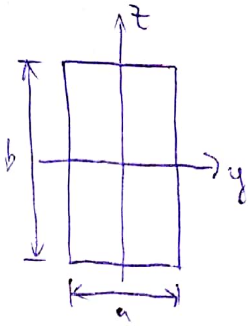
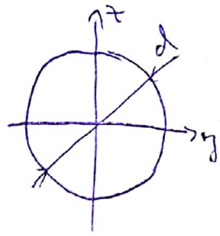
EBSZ: 2. témakör, képletek 1.

Egyenes rúd hajlítása: Navier-képlet

$$\sigma_x(z) = \frac{M_h}{I_y}\cdot z \quad \text{, adott keresztmetszetben:} \quad M_h = \int_A z\cdot\sigma_x(z)\,dA$$



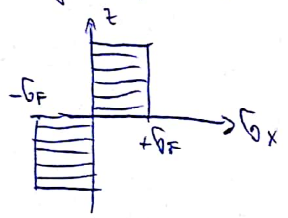


téglalap km.	kör km.
$I_y = \frac{ab^3}{12}$	$I_y = \frac{d^4\pi}{64}$
$M_{hF} = \sigma_F\cdot\frac{ab^2}{6}$	$M_{hF} = \sigma_F\cdot\frac{d^3\pi}{32}$
$S_y^+ = \left(\frac{a\cdot b}{2}\right)\cdot\frac{b}{4}$	$S_y^+ = \left(\frac{d^2\pi}{8}\right)\left(\frac{2d}{3\pi}\right)$
$M_{hK} = \frac{ab^2}{4}\cdot\sigma_F$	$M_{hK} = \frac{d^3}{6}\sigma_F$
$\lambda = \frac{3}{2} = 1{,}5$	$\lambda = \frac{16}{3\pi} \approx 1{,}7$

Folyás megindulása (külső szálban)

$$\frac{M_{h,max}}{I_y}\cdot z_{max} = \sigma_{x,max} \longrightarrow M_{hF} = \sigma_F\cdot\frac{I_y}{z_{max}}$$

Teljes képlékeny folyás



$$M_{hK} = \int_A z\cdot\sigma_F\,dA \underset{\substack{\uparrow \\ \text{y-ra szimmetrikus} \\ \text{keresztmetszetre}}}{=} 2\,S_y^+\sigma_F$$

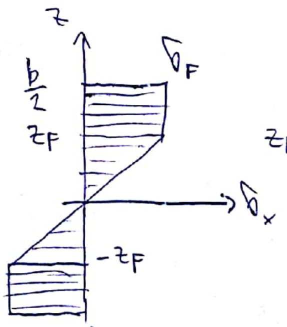
Alaktényező / képlékeny tartalék

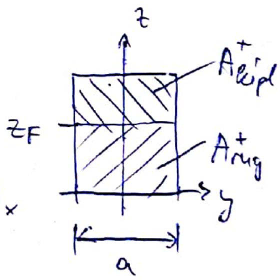
$$\lambda = \frac{M_{hK}}{M_{hF}}$$, megjegyzés: σ_F-től független

Rugalmas-képlékeny határ:

rugalmas mag: $\sigma_x(z) = \frac{\sigma_F}{z_F}\cdot z \qquad |z| < z_F$

képlékeny zóna $\sigma_x(z) = \sigma_F\cdot\mathrm{sgn}(z) \qquad |z| > z_F$





z_F meghatározása nyomatéki egyensúlyból:

$$M_h = \int_A z\,\sigma_x(z)\,dA \underset{\substack{\uparrow \\ \text{szimmetria}}}{=} 2\left(\frac{\sigma_F}{z_F}\cdot\underbrace{\int_{A^+_{rug}} z^2\,dA}_{I^+_{y,r} = \frac{a\cdot z^3}{3}} + \sigma_F\cdot\underbrace{\int_{A^+_{képl}} z\cdot dA}_{S^+_{y,k} = \frac{a}{2}\left(\frac{b^2}{4}-z^2\right)}\right)$$

innen téglalap keresztmetszetre:

$$M_h = \sigma_F\cdot a\left(\frac{b^2}{4} - \frac{1}{3}z_F^2\right) \longrightarrow z_F = \pm\sqrt{3\left(\frac{b^2}{4} - \frac{M_h}{\sigma_F\cdot a}\right)}$$

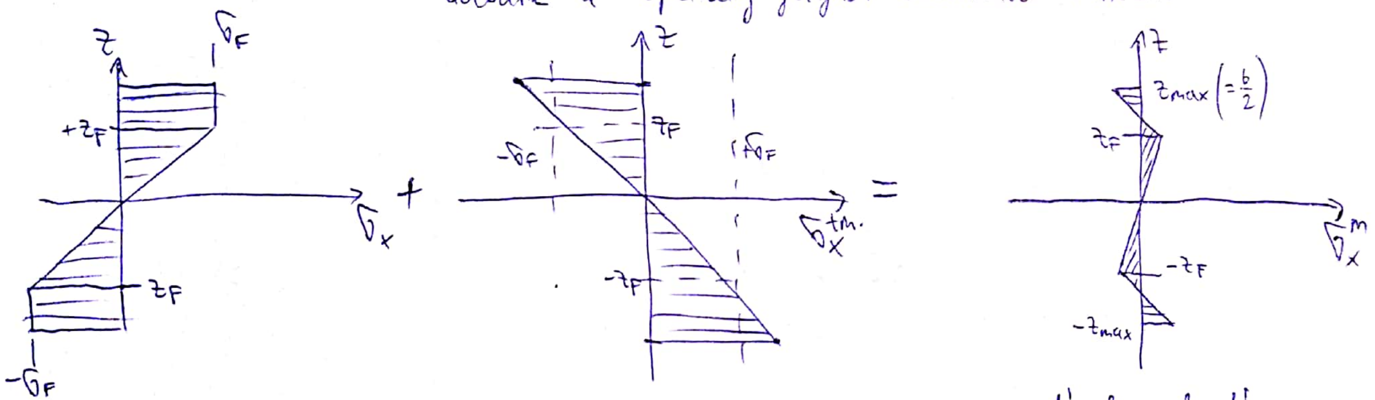
EBSZ: 2. témakör, képletek 2.

Tehermentesítés:

tökéletesen rugalmas tehermentesítést feltételezve

$$\sigma_x^{t.m}(z) = -\frac{M_h}{I_y} \cdot z$$

azaz, ha rugalmas-képlékeny állapotot okozott M_h, akkor $\frac{M_h}{I_y} \cdot z_{max} > \sigma_F$ lesz, emiatt negatív maradó feszültség adódik a képlékeny folyást elszenvedő részeken



$$\sigma_x^{maradó}(z) = \sigma_x(z) + \sigma_x^{tehermentes}(z)$$

maradó fesz. eloszlás

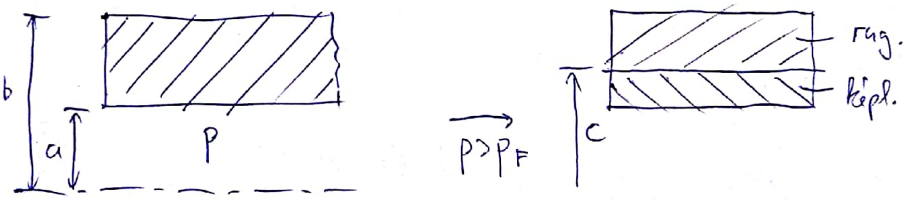
▤ negatív maradó fesz.

▨ pozitív maradó fesz.

Vastagfalú cső

$p_b = p$ belső nyomás

$p_k = 0$ külső nyomás



Belső túlnyomás esetén a csőfal belseje kezd majd megfolyni

folyási feltétel $\quad \sigma_F \overset{?}{=} \left(\sigma_\theta(r) - \sigma_r(r)\right)_{max}$

folyás kezdete: $\quad \sigma_\theta(a) - \sigma_r(a) = \sigma_F \rightarrow p_F = \frac{\sigma_F}{2}\left(1 - \left(\frac{a}{b}\right)^2\right)$

teljes megfolyás $\quad p_K = \sigma_F \cdot \ln\left(\frac{b}{a}\right)$

egyébként:

$$p = \frac{\sigma_F}{2}\left(\ln\left(\left(\frac{c}{a}\right)^2\right) + 1 - \left(\frac{c}{b}\right)^2\right) \rightarrow \text{c-re csak numerikusan oldható meg}$$

$$a = c \cdot e^{\left[-\frac{1}{2}\left(\left(\frac{c}{b}\right)^2 - 1\right) - \frac{p}{\sigma_F}\right]} \quad \text{és} \quad b = \frac{c}{\sqrt{1 + 2\ln\left(\frac{c}{a}\right) - \frac{2p}{\sigma_F}}}$$

EBS7: 2. témakör, képletek 3.

Vastagfalú cső feszültségeloszlásai:

rugalmas zóna: $c < r < b$

$$\sigma_r^{rug}(r) = A - \frac{B}{r^2}$$

$$\sigma_\theta^{rug}(r) = A + \frac{B}{r^2}$$

$$A = \frac{1}{1-\left(\frac{b}{c}\right)^2}\left(\sigma_F \cdot \ln\left(\frac{c}{a}\right) - p\right)$$

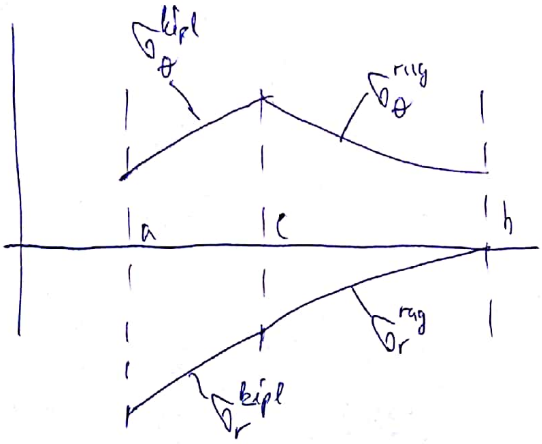
$$B = \frac{b^2}{1-\left(\frac{b}{c}\right)^2}\left(\sigma_F \cdot \ln\left(\frac{c}{a}\right) - p\right)$$

képlékeny zóna $a < r \leq c$

$$\sigma_r^{képl}(r) = \sigma_F \cdot \ln\left(\frac{r}{a}\right) - p$$

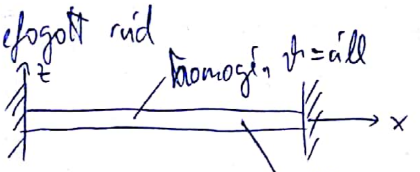
$$\sigma_\theta^{képl}(r) = \sigma_F \cdot \left(\ln\left(\frac{r}{a}\right) + 1\right) - p = \sigma_r^{képl}(r) + \sigma_F$$

jellegre:



Egyenes rudak hőterhelése

Befogott rúd



$$\sigma_x = -E\alpha\vartheta$$

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E}\sigma_x + \alpha\vartheta$$

$\parallel$

0 befogás miatt

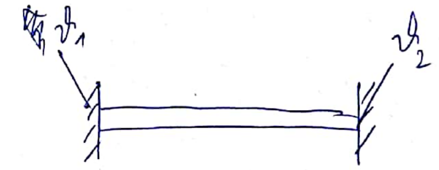
befogás nélkül:

σ_x hőfeszültség nincs

$$\varepsilon = \alpha \cdot \vartheta$$

hosszváltozás

$$u = l \cdot \alpha \cdot \vartheta$$

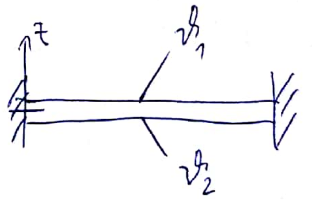


hőmérséklet eloszlás

$$\vartheta(x) = c_1 x + c_2$$

$$\vartheta(0) = \vartheta_1 \rightarrow c_2 = \vartheta_1$$

$$\vartheta(l) = \vartheta_2 \rightarrow c_1 = \frac{\vartheta_2 - \vartheta_1}{l}$$



$$\vartheta(z) = a + b \cdot z$$

$$\left.\begin{array}{l}\vartheta\left(\frac{-b}{2}\right) = \vartheta_2 \\ \vartheta\left(\frac{+b}{2}\right) = \vartheta_1\end{array}\right\} \quad a = \frac{\vartheta_1 + \vartheta_2}{2} \quad b = \frac{\vartheta_2 - \vartheta_1}{b}$$

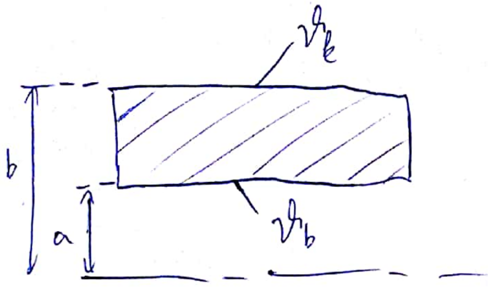
termikus igénybevételek

$$\sigma_x(x,y,z) = \frac{F_T}{A} + \frac{M_{Ty}}{I_y} \cdot z \mp \frac{M_{Tz}}{I_z} \cdot y - E\alpha\vartheta(x,y,z)$$

$$F_T = E\alpha \int_A \vartheta \, dA \qquad M_{Tz} = E \cdot \alpha \cdot \int_A y \cdot \vartheta \, dA$$

$$M_{Ty} = E\alpha \cdot \int_A z \cdot \vartheta \, dA$$

EBSZ: 2. témakör, képletek 4.



Hőmérséklet eloszlás

pontos:

$$\vartheta(r) = \vartheta_k + \frac{\vartheta_b - \vartheta_k}{\ln(b/a)} \cdot \ln\left(\frac{b}{r}\right)$$

lineáris közelítő

$$\vartheta(r) = \vartheta_k + \frac{\vartheta_b - \vartheta_k}{b-a}(b-r)$$

feszültség-eloszlások:

a felső határ nem b, hanem r!

$$\sigma_r(r) = A - \frac{B}{r^2} - \frac{E\alpha}{r^2}\int_a^r r \cdot \vartheta(r)\,dr$$

$$\sigma_\theta(r) = A + \frac{B}{r^2} + \frac{E\alpha}{r^2}\int_a^r r\,\vartheta(r)\,dr - E\alpha\,\vartheta(r)$$

peremfeltételek:

$$\sigma_r(a) = \overset{(p_b)}{0} \rightarrow A - \frac{B}{a^2} = 0$$

$$\sigma_r(b) = \underset{(p_k)}{0} \rightarrow -\frac{E\alpha}{b^2}\int_a^b r\,\vartheta(r)\,dr + A - \frac{B}{b^2} = 0$$

síkalakváltozás esetén

$$\varepsilon_z = \frac{1+\nu}{E}\left(\sigma_z + \frac{\nu}{1+\nu}\left(\sigma_r + \sigma_\theta + \sigma_z\right)\right) + \alpha\vartheta = \varepsilon_0$$

$$\varepsilon_0 = \frac{2\alpha}{b^2 - a^2}\int_a^b r\,\vartheta(r)\,dr$$