PÉLDÁK A KÖVETŐ MÓDSZER ALKALMAZÁSÁRA SZAKASZOSAN SIMA MECHANIKAI RENDSZEREK ESETÉN

Csernák Gábor[1]

[1]MTA-BME Gépek és Járművek Dinamikája Kutatócsoport
Budapest, Műegyetem rkp. 5.
csernak@mm.bme.hu

A követő (continuation) módszert már évtizedek óta használják nemlineáris dinamikai rendszerek vizsgálatára, a megoldások paraméterfüggésének tanulmányozására. Az utóbbi években több – viszonylag felhasználóbarát – programcsomag is megjelent, melyekkel ún. sima dinamikai rendszerek bifurkációi vizsgálhatók.

A mechanikában azonban gyakran találkozhatunk nemsima dinamikai rendszerekkel is. Ezek a rendszerek több különböző típusba sorolhatók a mozgásegyenletek jellegétől függően. Tipikus nemsima probléma az ütközés, hiszen az ütközés pillanatában a Newton-féle modell szerint hirtelen változik meg a testek sebessége, ami nincs összhangban az ütközés előtti és utáni dinamikával. A nemsima rendszerek egy másik típusához tartoznak a száraz (Coulomb-féle) súrlódást tartalmazó mechanikai rendszerek. Ebben az esetben nem a rendszer állapota, hanem a súrlódási erő változik meg hirtelen a relatív sebesség előjelétől függően. Nemsima problémák vizsgálatára még kevés követő programcsomag áll rendelkezésre. Előadásunkban a COCO nevű MATLAB programcsomaggal kapott eredményeinket mutatjuk be [1, 2013].

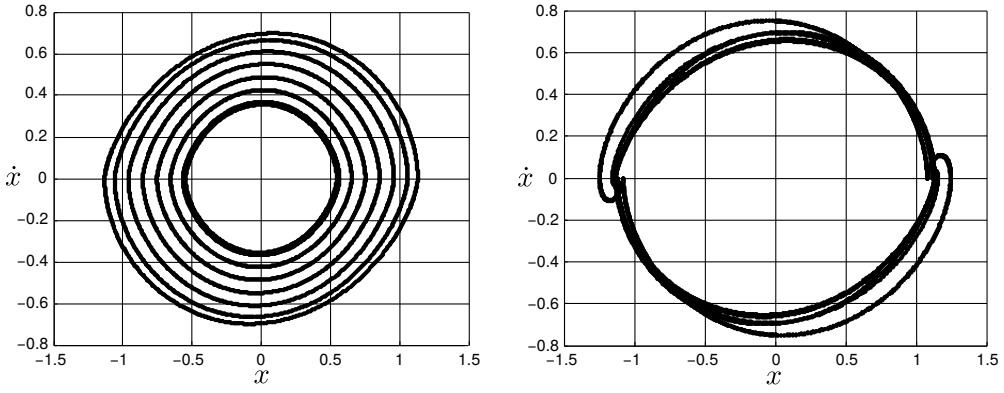
Példaként tekintsük a jól ismert harmonikusan gerjesztett lineáris oszcillátor feladatát, kiegészítve a talaj és a test közötti súrlódási erővel. A mozgásegyenlet ebben az esetben [2, 2006]

$$\ddot{x} + 2\,\alpha\,\dot{x} + x = \cos(\Omega(t+t_0)) - S\,f(\dot{x}), \qquad f(\dot{x}) = \begin{cases} 1 & \text{ha } \dot{x} > 0 \\ [-S_1/S, S_1/S] & \text{ha } \dot{x} = 0 \\ -1 & \text{ha } \dot{x} < 0 \end{cases}. \tag{1}$$

A letapadás feltétele az, hogy megálláskor a rugóerő és a gerjesztés eredője kisebb legyen mint a lehetséges legnagyobb tapadási súrlódási erő:

$$|x - \cos(\Omega(t+t_0))| < S_1 \quad \text{és} \quad \dot{x} = 0. \tag{2}$$

A különböző típusú megoldások közti átkapcsolások kezelését megnehezíti, hogy a kapcsolás feltételei gyakran – mint ebben a példában is – egyenlőtlenségekkel vannak megadva. Ezek nem elég körültekintő figyelembevétele hibás megoldásokhoz vezethet. Olyan periodikus megoldásokat kerestünk, melyek négy szegmensből állnak: negatív sebességű csúszás, letapadás, pozitív sebességű csúszás, letapadás. Az 1. ábra bal oldalán látható megoldások ennek megfelelnek, a jobb oldali ábrán viszont hibás megoldások is feltűnnek. Előadásunkban példákat mutatunk a kapcsolási feltételek alkalmazására és a nemsima rendszerek bifurkációinak követésére.



1. ábra. Valódi megoldások az $S = 0.2$, $\Omega = 0.18 \ldots 0.4$ paramétereknél (bal oldali ábra) és hibás megoldások az $S = 0.1 \ldots 0.2$, $\Omega = 0.4$ paraméter tartományban (jobb oldali ábra). $\alpha = 0$ és $S_1 = S$ mindkét esetben.

Ezt a kutatást az OTKA K 83890 projektje támogatta. Az ezekhez az eredményekhez vezető kutatás az Európai Kutatási Tanács (ERC) részéről, az Európai Közösség hetedik keretprogramjából (2007-2013), az EKT 340889 sz. haladó kutatási támogatási megállapodása (Advanced Grant Agreement) alapján finanszírozásban részesült.

HIVATKOZÁSOK

[1] H. DANKOWICZ, F. SCHILDER, *Recipes for Continuation*, Society for Industrial and Applied Mathematics, 2013, ISBN 978-1-611972-56-6

[2] G. CSERNÁK AND G. STÉPÁN, *On the periodic response of a harmonically excited dry-friction oscillator*, Journal of Sound and Vibration **295**, 2006.