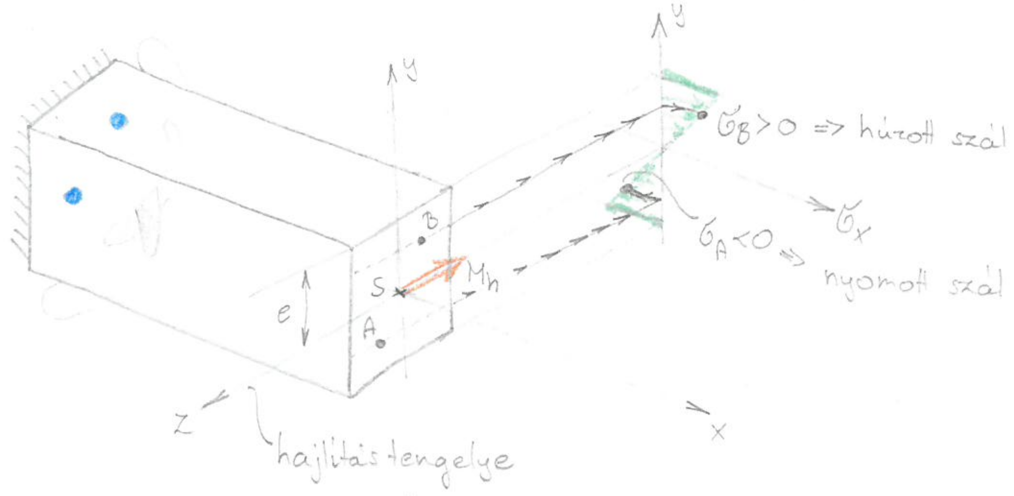
Emlékeztető:

- Navier-képlet: tiszta, egyenes hajlítás
  - tiszta → csak M_h
  - egyenes → M_h ∥ valamelyik főtengellyel ($I_{yz}=0$)



$$\sigma_x = \frac{M_h}{I_z}\cdot y$$

M_h → igbr., y → koord., I_z → másodr. nyom

⇒ lin fv. ⇒ lineáris feszültség eloszlás

Megj.: katalógusokban $K_z = \frac{I_z}{e}$: keresztmetszeti tényező

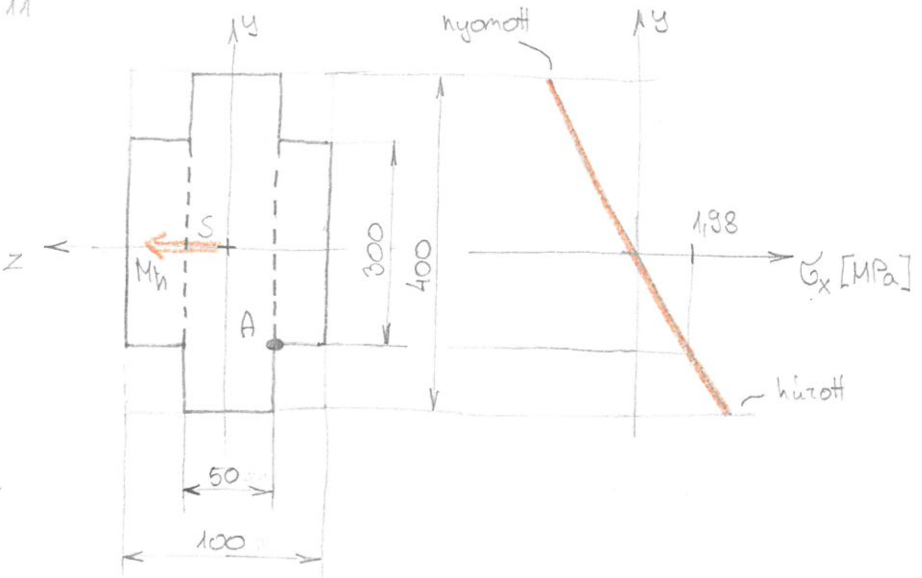
$$\sigma_{x,max} = \frac{M_h}{I_z}\cdot e = \frac{M_h}{K_z}$$

e → $|y|$ maximuma

Ellenőrzés: $\sigma_{x,max} \le \sigma_{meg}$

Méretezés: σ_{meg} ⇒ d, a és b, ..., K_{min}

1.11



Méret: mm!

$$M_h = 5[kNm] = 5\cdot 10^3 \underbrace{N\cdot(10^3 mm)}_{Nm} = 5\cdot 10^6 [Nmm]$$

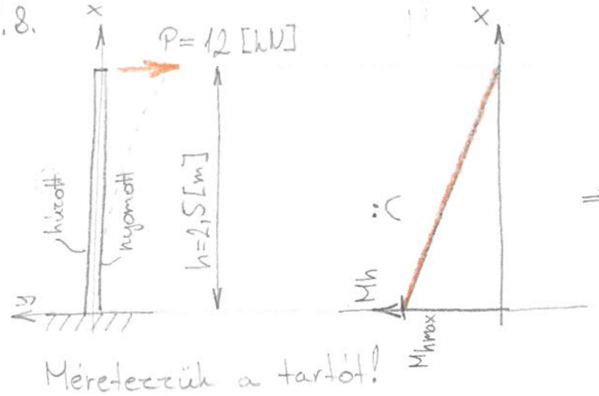
A másodrendű nyomaték:

$$I_z = 2\cdot \frac{300^3\cdot 25}{12} + \frac{400^3\cdot 50}{12} = 3{,}79\cdot 10^8 [mm^4]$$

A feszültség az A pontban:

$$\sigma_A = \frac{-M_h}{I_z}\cdot y_A = \frac{-5\cdot 10^6\ Nmm}{3{,}79\cdot 10^8\ mm^4}\cdot(-150 mm) = 1{,}98\left[\frac{N}{mm^2}\right] = 1{,}98\ [MPa]$$

1.8.



$\Rightarrow \quad M_{hmax} = P \cdot h = 30$ [kNm]

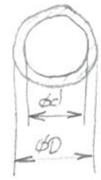
Méretezzük a tartót!

a, Tömör km., fa

$\sigma_{meg,fa} = 15$ [MPa]

b, Alumínium cső

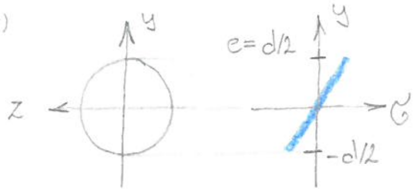
$\sigma_{meg,alu} = 50$ [MPa]



falvastagság:
$t = \frac{D}{8}$
$\Downarrow$
$d = D - 2t = \frac{3D}{4}$

Melyik a veszélyes km.? $\Rightarrow$ Ahol legnagyobb az igénybevétel:
$x = 0 \Rightarrow M_{hmax}$

a,



A feszültség a szélső szálban:

$$\underbrace{\sigma_{max}}_{:=\sigma_{meg}} = \frac{M_{hmax}}{\underbrace{I_z}_{\frac{d^4\pi}{64}}} \cdot \underbrace{e}_{\frac{d}{2}} = \frac{M_{hmax}}{\frac{d^3\pi}{32}}$$

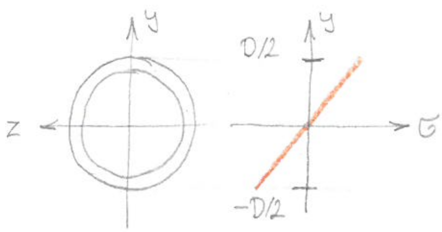
$$d = \sqrt[3]{\frac{32 M_{hmax}}{\sigma_{meg,fa} \cdot \pi}} = 273{,}1 \text{ [mm]}$$ → min. szükséges méret

! VAGY:

$$\sigma_{max} = \frac{M_{hmax}}{K} \Rightarrow K_{min} = \frac{M_{hmax}}{\sigma_{meg,fa}} = \frac{30 \cdot 10^3 \text{ Nm}}{15 \cdot 10^6 \frac{N}{m^2}} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$$

Kör esetén: $K = \frac{I_z}{e} = \frac{\frac{d^4\pi}{64}}{d/2} = \frac{d^3\pi}{32} \Rightarrow d = \sqrt[3]{\frac{32K}{\pi}} = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 2 \cdot 10^{-3}}{\pi}} = 0{,}273 \text{ [m]} = 273 \text{ [mm]}$ → szüks. min.

b,



A másodrendű nyomaték:

$$I_z = \frac{D^4\pi}{64} - \frac{d^4\pi}{64} \underset{d=\frac{3D}{4}}{=} \frac{D^4\pi}{64} - \frac{\frac{3^4 D^4}{4^4}\pi}{64} = \frac{175 D^4 \pi}{16384}$$

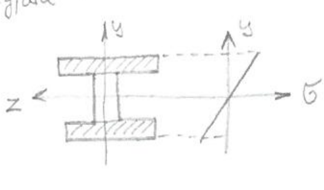
A fesz. a szélső szálban:

$$\underbrace{\sigma_{max}}_{:=\sigma_{meg}} = \frac{M_{hmax}}{\underbrace{I_z}_{\text{előbbi}}} \cdot \underbrace{e}_{D/2} = \frac{8192 M_{hmax}}{175 D^3 \pi} \Rightarrow D = \sqrt[3]{\frac{8192 M_{hmax}}{175\pi \cdot \sigma_{meg,alu}}} = 0{,}2075 \text{ [m]} = 207{,}5 \text{ [mm]}$$ → $m \approx 100$ [kg]

Megj.: ha tömör lenne az alu rúd:

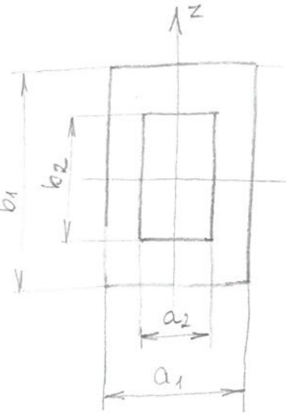
$$D = \sqrt[3]{\frac{32 M_{hmax}}{\sigma_{meg,alu} \cdot \pi}} = \ldots = 182{,}8 \text{ [mm]}$$ → $m \approx 177$ [kg] !

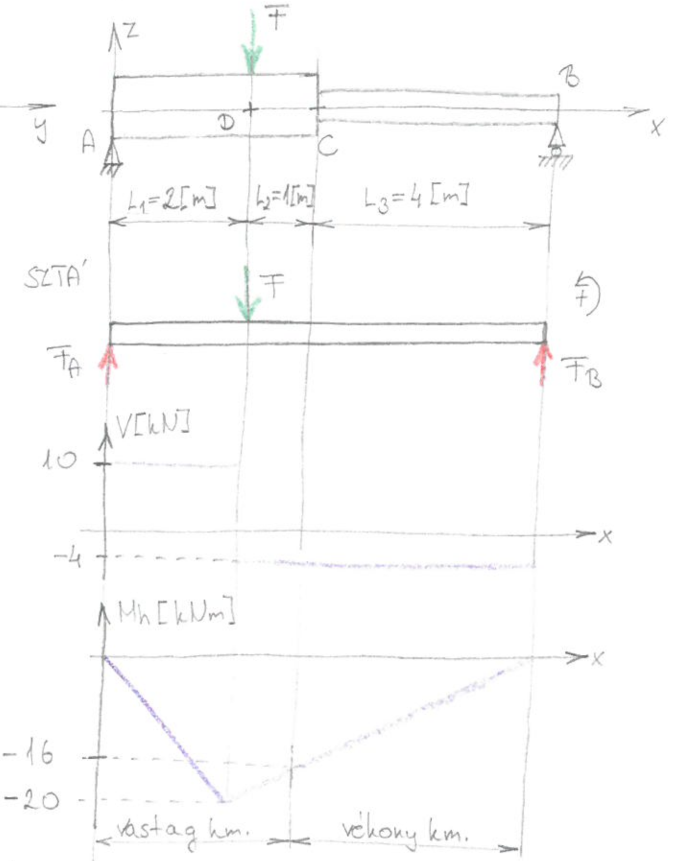
Megj.: I szelvény:



vasbeton gerenda

1.10.





Adatok: $\sigma_{meg}=100$[MPa] $F=14$[kN]

$$\frac{b_2}{a_2}=\frac{b_1}{a_1}=2$$

Méretezzük a tartót!

a, Reakciók meghatározása:

$\sum M_A=0$:

$F_B\cdot(L_1+L_2+L_3)-F\cdot L_1=0$ (1)

$\sum F_y=0$:

$F_A-F+F_B=0$ (2)

(1): $F_B=\dfrac{F\cdot L_1}{L_1+L_2+L_3}=4$ [kN]

(2): $F_A=F-F_B=10$ [kN]

b, Igénybevételek:

$M_{hD}=M_h(L_1)=-F_A\cdot L_1=-20$ [kNm]

$M_{hC}=M_h(L_1+L_2)=-F_B\cdot L_3=-16$ [kNm]

• Vastag km. méretezése: AC szakasz

$$I_{y1}=\frac{a_1\cdot b_1^3}{12}\underset{\substack{\uparrow\\ b_1=2a_1}}{=}\frac{2a_1^4}{3}$$

Méretezéshez: a megfelelés határán: $\sigma_{max}=\sigma_{meg}$

$$\underbrace{\sigma_{max}}_{:=\sigma_{meg}}=\left|\frac{M_{hD}}{I_{y1}}\cdot e\right|=\left|\frac{M_{hD}}{2a_1^4/3}\cdot\underbrace{\frac{b_1}{2}}_{a_1}\right|=\frac{3|M_{hD}|}{2a_1^3}$$ ⇝ előjel most nem számít!

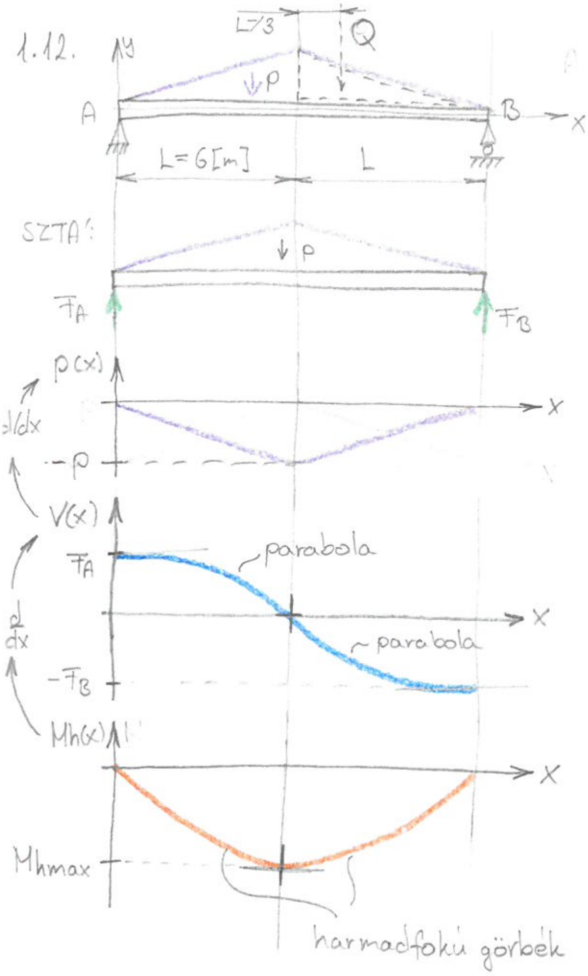
$$a_1=\sqrt[3]{\frac{3\cdot|M_{hD}|}{2\cdot\sigma_{meg}}}=\sqrt[3]{\frac{3\cdot 20\cdot\cancel{10^3}}{2\cdot 100\cdot 10^{\cancel{6}3}}}=0{,}0669\text{ [m]}=66{,}9\text{ [mm]}\approx 70\text{[mm]}$$

• Vékony km. méretezése:

$$I_{y2}=\frac{2a_2^4}{3}$$

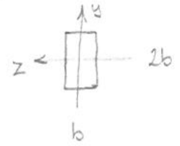
$$a_2=\sqrt[3]{\frac{3\cdot|M_{hC}|}{2\cdot\sigma_{meg}}}=62{,}14\text{[mm]}\approx ?$$

1.12.



Adatok: $\sigma_{meg} = 50\ [MPa]$ $b=10\ [cm] = 10^{-1}\ [m]$

Km.:



⇝ Józsibának volt annyi esze, hogy jól rakta oda a gerendát!

Mekkora lehet maximum p?

a, Reakciók: szimmetria miatt: $F_A = F_B$

$$\Sigma F_y = 0: \quad F_A + F_B - \frac{pL}{2}\cdot 2 = 0$$

$$\hookrightarrow F_A = F_B = \frac{pL}{2}$$

b, Igénybevételek:

Hol törne el szerintetek?

Középen: $$Mh_{max} = -\underbrace{F_B}_{\frac{pL}{2}}\cdot L + \underbrace{\left(\frac{p\cdot L}{2}\right)}_{Q}\cdot\frac{L}{3} = -\frac{pL^2}{3}$$

c, Keresztmetszet:

$$I_z = \frac{(2b)^3\cdot b}{12} = \frac{8b^4}{12} = \frac{2b^4}{3}$$

$e = b$ ⇝ szélső szál

d, Fesz. az $x=L$ helyen, a szélső szálban:

$$\underbrace{\sigma_{max}}_{:=\sigma_{meg}} = \frac{|Mh_{max}|}{I_z}\cdot e = \frac{pL^2/3}{2b^4/3}\cdot b = \frac{pL^2}{2b^3}$$

$$\hookrightarrow p = \frac{2b^3\sigma_{max}}{L^2} = \frac{2\cdot(10^{-1})^3\cdot 50\cdot 10^6}{6^2} = 2{,}\dot{7}\cdot 10^3\left[\frac{N}{m}\right] = 2777\left[\frac{N}{m}\right]$$

↳ max. érték

1.13.