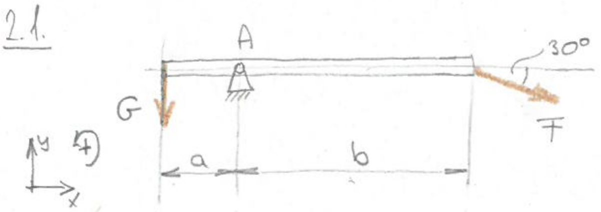
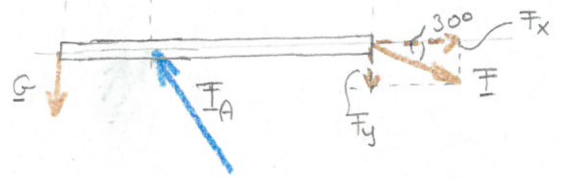
Statika - 2. gyakorlat

2.1.



Adatok: $a = 2$ [m]
$b = 10$ [m]
$G = 300$ [N]

SZTÁ:



Egyensúlyhoz: - Az eredő nyomaték tetszőleges pontra zérus.
- De melyik pontra számoljuk?
↳ A, mert az A pontra F_A nyomatéka zérus.
(gond: ismeretlen)

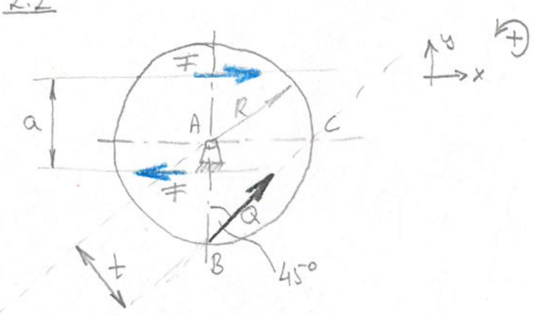
Eredő nyomaték A-ra: $M_A = 0$

$$G \cdot a - \underbrace{F_y}_{F \cdot \sin 30°} \cdot b + F_x \cdot 0 = 0 \Rightarrow G \cdot a - F \cdot b \cdot \sin 30° = 0$$

$$\Downarrow$$

$$F = \frac{G \cdot a}{b \cdot \sin 30°} = \underline{\underline{120\ [N]}}$$

2.2



Adatok: $R = 20$ [cm] $= 0{,}2$ [m]
$F = 10$ [N]
$a = 20$ [cm]

Az erőpár nyomatéka:

$M_e = -F \cdot a = -2$ [Nm]

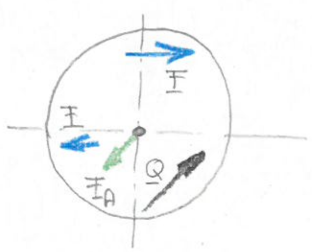
Eredő nyomaték A-ra: $M_A = 0$

$M_e + Q \cdot t = 0$

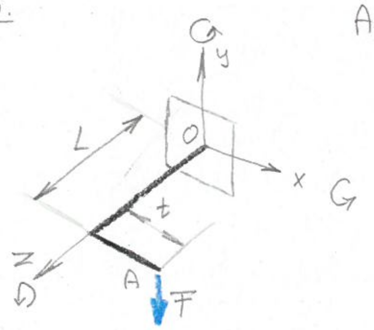
$$Q = -\frac{M_e}{t} = \dots = 10\sqrt{2}\,[N] \cong \underline{\underline{14{,}142\ [N]}}$$

, ahol: $t = R \cdot \sin 45° = \frac{\sqrt{2}}{2} R$

SZTÁ:



2.3.



Adatok: $L = 2$ [m] $t = 30$ [cm] $= 0{,}3$ [m]
$F = F_y = 20$ [N]

I. megoldás:

$$\left.\begin{aligned} M_x &= +L \cdot F = 40\,[Nm] \\ M_y &= 0, \text{ mert } y \parallel F \\ M_z &= -t \cdot F = -6\,[Nm] \end{aligned}\right\} \underline{M}_O = \begin{bmatrix} 40 \\ 0 \\ -6 \end{bmatrix} [Nm]$$

II. megoldás:

$$\underline{M}_O = \underline{r}_{OA} \times \underline{F}_A = \begin{vmatrix} \underline{i} & \underline{j} & \underline{k} \\ r_x & r_y & r_z \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix} = (\dots)\underline{i} + (\dots)\underline{j} + (\dots)\underline{k} = \dots$$

$$\underline{r}_{OA} = \begin{bmatrix} r_x \\ r_y \\ r_z \end{bmatrix} \qquad \underline{F}_A = \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{bmatrix}$$

III. megoldás:

$$\underline{M}_0 = \underline{r}_{OA} \times \underline{F}_A = \begin{bmatrix} r_x \\ r_y \\ r_z \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \overbrace{+r_y \cdot F_z}^{F_z \text{ nyomatéka } x\text{-re}} - \overbrace{r_z \cdot F_y}^{F_y \text{ nyomatéka } x\text{-re}} \\ +r_z \cdot F_x - r_x \cdot F_z \\ +r_x \cdot F_y - r_y \cdot F_x \end{bmatrix} \begin{matrix} \rightsquigarrow M_x \\ \rightsquigarrow M_y \\ \rightsquigarrow M_z \end{matrix}$$

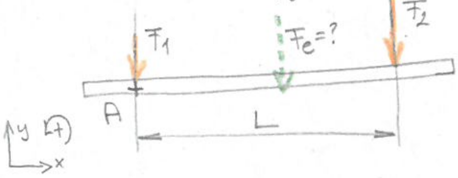
$M_x \Leftarrow$ 1.

$M_y \Leftarrow$ 2.

$M_z \Leftarrow$ 3.

most: $\underline{M}_0 = \begin{bmatrix} t \\ 0 \\ L \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 \\ -F \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F \cdot L \\ 0 \\ -F \cdot t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 40 \\ 0 \\ -6 \end{bmatrix}$ [Nm]

2.4. Párhuzamos, egyező értelmű erők



Adatok: $F_1 = 4$ [kN]

$F_2 = 10$ [kN]

$L = 7$ [m]

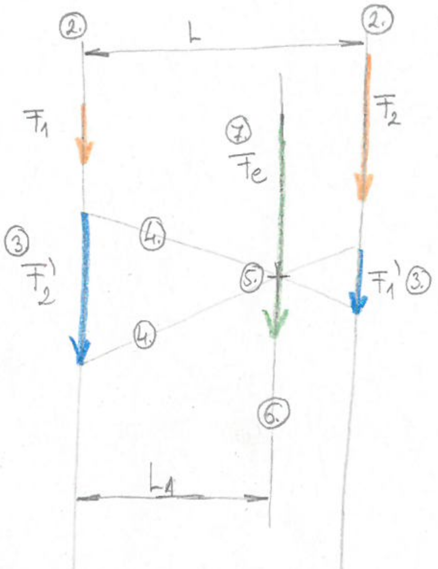
Megoldás szerkesztéssel: ① hosszlépték: 1 cm $\hat{=}$ 1 m

erőlépték: 1 cm $\hat{=}$ 2 kN

②...⑦ úgy, hogy: $|F_1| = |F_1'|$, $|F_2| = |F_2'|$ és $|F_e| = |F_1| + |F_2|$

, majd lemérni: $F_e = \underline{14 \text{ [kN]}}$

$L_e = \underline{\underline{5 \text{ [m]}}}$



Megoldás számítással:

- $F_e = F_1 + F_2 = 14$ [kN]
- Nyomaték az A pontra: (+)

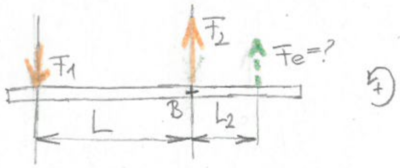
$$M_A = -F_2 \cdot L = -F_e \cdot L_1$$

$$L_1 = \frac{F_2 \cdot L}{F_e} = \frac{F_2}{F_1 + F_2} \cdot L = \ldots = \underline{\underline{5 \text{ [m]}}}$$

–o–

Egyensúlyhoz: F_e nagyságú, F_e-vel ellentétes értelmű, F_e hatásvonalú erő kell

2.5. Párhuzamos, ellenkező értelmű erők



Adatok: $F_1 = 5$ [kN]

$F_2 = 15$ [kN]

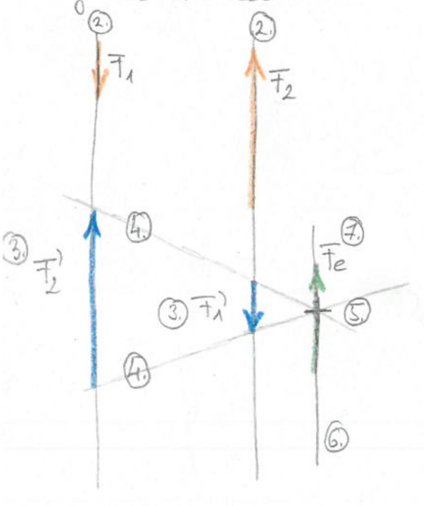
$L = 6$ [m]

Megoldás szerkesztéssel: ① hosszlépték, erőlépték

②...⑦ úgy, hogy: $|F_1'| = |F_1|$, $|F_2'| = |F_2|$ és $|F_e| = |F_2| - |F_1|$

, majd lemérni: $F_e = \underline{10 \text{ [kN]}}$

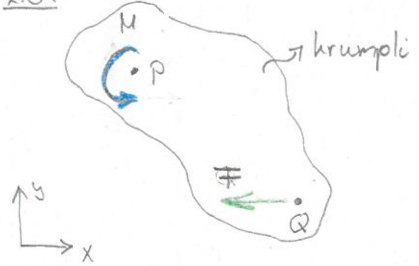
$L_2 = \underline{3 \text{ [m]}}$



Megoldás számítással:

- $F_e = F_2 - F_1 = \underline{10 \text{ [kN]}}$
- $M_B = F_1 \cdot L = F_e \cdot L_2 \Rightarrow L_2 = \frac{F_1}{F_e} \cdot L = \underline{\underline{3 \text{ [m]}}}$

2.6.

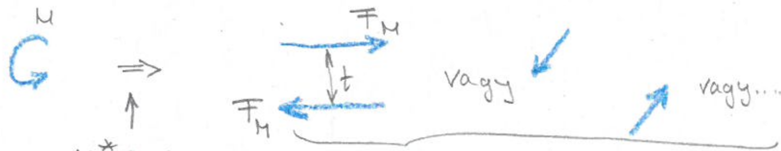


$M = 3\,[kNm]$
$F = 10\,[kN]$

Síkban az eredő: egyetlen erőpár vagy egyetlen erő

$\Downarrow$

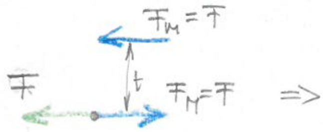
Helyettesítsük az M nyomatékot egy erőpárral!

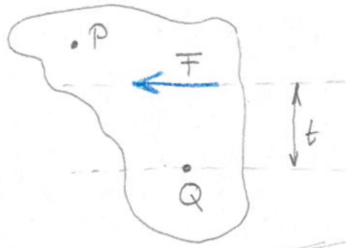


$M \stackrel{*}{=} F_M \cdot t$

∞ sok lehetőség, de melyiket válasszuk?

Ötlet: legyen $F_M = F$, így:

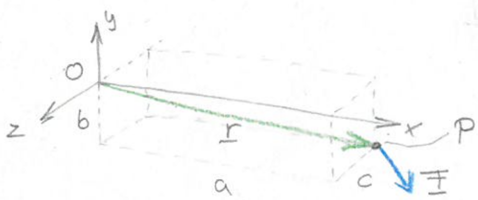




Kiszámítva: $F_M = F = 10\,[kN]$

$t \stackrel{*}{=} \frac{M}{F_M} = \frac{3}{10}\,[m] = 0{,}3\,[m]$

2.7.

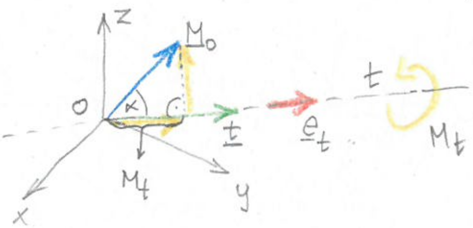


$\underline{r}_{OP} = \begin{bmatrix} 5 \\ -3 \\ -4 \end{bmatrix} [m] \qquad \underline{F}_P = \begin{bmatrix} 6 \\ -2 \\ 8 \end{bmatrix} [N]$

$$\underline{M}_O = \underline{r}_{OP} \times \underline{F}_P = \begin{bmatrix} 5 \\ -3 \\ -4 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 6 \\ -2 \\ 8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (-3)\cdot 8 - (-2)\cdot(-4) \\ 6\cdot(-4) - 8\cdot 5 \\ 5\cdot(-2) - 6\cdot(-3) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -32 \\ -64 \\ 8 \end{bmatrix} \;[kNm]$$

$|\underline{M}_O| = \sqrt{\underline{M}_O \cdot \underline{M}_O} = 72\,[kNm]$

2.8.



$\underline{M}_O = \begin{bmatrix} 21 \\ -7 \\ 14 \end{bmatrix} [Nm], \quad \underline{t} = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 6 \end{bmatrix} [-]$

$M_t = M_O \cdot \cos\alpha = |\underline{M}_O| \cdot |\underline{e}_t| \cdot \cos\alpha = \underline{M}_O \cdot \underline{e}_t$ ~ skaláris szorzás egységvektorral: vetítés az egységvektor egyenesére !

Kell $\underline{e}_t$:

$\underline{e}_t = \frac{\underline{t}}{|\underline{t}|} = \begin{bmatrix} 2/7 \\ 3/7 \\ 6/7 \end{bmatrix} [-]$

$|\underline{t}| = \sqrt{2^2 + 3^2 + 6^2} = \sqrt{49} = 7$

Így: $M_t = \underline{M}_O \cdot \underline{e}_t = \begin{bmatrix} 21 \\ -7 \\ 14 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2/7 \\ 3/7 \\ 6/7 \end{bmatrix} = 6 - 3 + 12 = 15\,[Nm]$