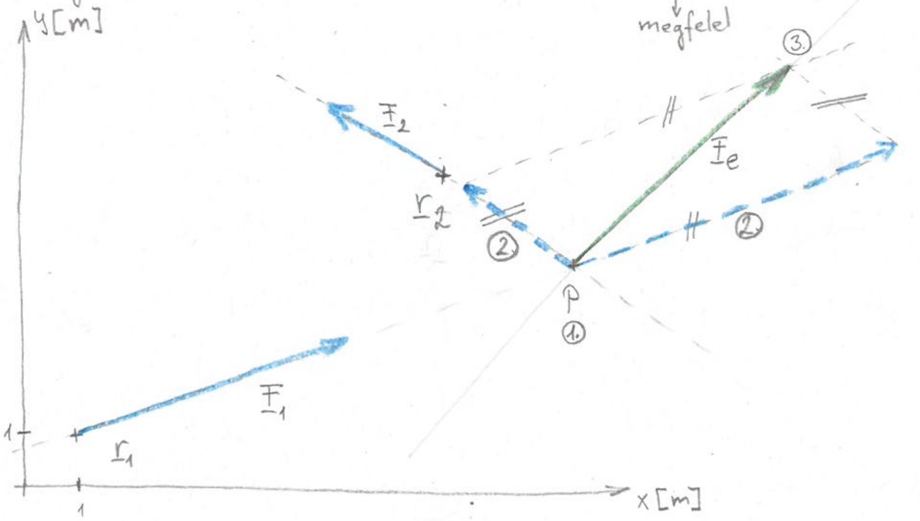
Statika – 1. gyakorlat

1.1. Megoldás szerkesztéssel: erőmérték: $1m \hat{=} 10N$ (↓ megfelel)



Adatok: $\underline{r}_1 = \begin{bmatrix}1\\1\end{bmatrix} m \quad \underline{r}_2 = \begin{bmatrix}8\\5{,}5\end{bmatrix} m$ ← helyvektorok

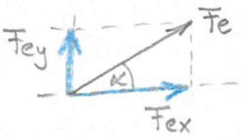
$\underline{F}_1 = \begin{bmatrix}60\\20\end{bmatrix} N \quad \underline{F}_2 = \begin{bmatrix}-20\\15\end{bmatrix} N$

① lépés oka: 3 erő egyensúlya
↓
1 közös pontban (P) metsződő hatásvonalak

①...③, majd: – P koordinátáinak leolvasása: $\underline{r}_P = \begin{bmatrix}10\\4\end{bmatrix} [m]$

– $\underline{F}_e$ kiszámolása az erő mérték tudatában: $\underline{F}_e = \begin{bmatrix}40\\35\end{bmatrix} [N]$, $|\underline{F}_e| \cong 53 [N]$

– Szög leolvasása: $\alpha = 41{,}19°$



vagy

$$tg\alpha = \frac{F_{ey}}{F_{ex}} \Rightarrow \alpha = arctg\frac{F_{ey}}{F_{ex}} = \ldots = 41{,}19°$$

Megoldás számítással:

- $\underline{F}_e = \underline{F}_1 + \underline{F}_2 = \begin{bmatrix}60\\20\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}-20\\15\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}40\\35\end{bmatrix} [N] \Longrightarrow \alpha = \ldots$

- Hatásvonal egy pontja: geometriai alapon

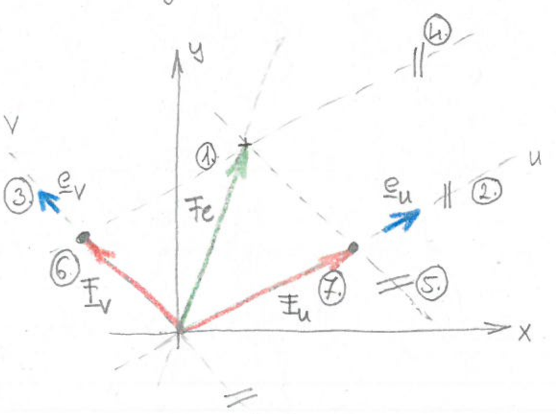
$$\underbrace{\underline{r}_1 + \lambda_1 \underline{F}_1}_{\underline{r}_P} = \underbrace{\underline{r}_2 + \lambda_2 \underline{F}_2}_{\underline{r}_P} \Rightarrow \begin{bmatrix}1 + 60\lambda_1\\1 + 20\lambda_1\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}8 - 20\lambda_2\\5{,}5 + 15\lambda_2\end{bmatrix} \Rightarrow \begin{matrix}-7 + 60\lambda_1 + 20\lambda_2 = 0\\-4{,}5 + 20\lambda_1 - 15\lambda_2 = 0\end{matrix}$$

↪ $\lambda_1 = 0{,}15$, $\lambda_2 = -0{,}1$

$$\underline{r}_P = \underline{r}_1 + \lambda_1 \underline{F}_1 = \begin{bmatrix}10\\4\end{bmatrix} [m]$$

1.2. Megoldás szerkesztéssel:

①...⑦, majd: • $|\underline{F}_u| \cong 896N$
• $|\underline{F}_v| \cong 732N$ } lemérni



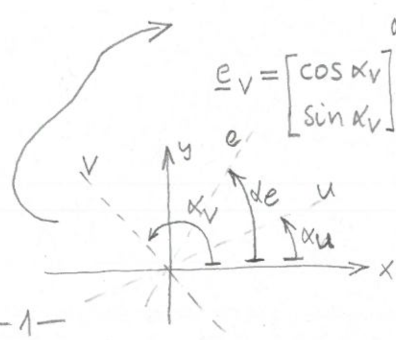
Erő mérték: 0 —— 1000N
vagy
$4cm \hat{=} 1000N$

Megoldás számítással: drive-on más mo. van!

∘ egységvektorok: $\underline{e}_u = \begin{bmatrix}\cos\alpha_u\\\sin\alpha_u\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\sqrt{3}/2\\1/2\end{bmatrix}$, $\alpha_u = 30°$

$\underline{e}_v = \begin{bmatrix}\cos\alpha_v\\\sin\alpha_v\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}-\sqrt{2}/2\\\sqrt{2}/2\end{bmatrix}$, $\alpha_v = 135°$

$\underline{e}_e = \begin{bmatrix}\cos\alpha_e\\\sin\alpha_e\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\sqrt{3}-1\\1+\sqrt{3}\end{bmatrix} \cdot \frac{1}{2\sqrt{2}}$, $\alpha_e = 75°$



∘ az eredő erő számítása: nagyság, irány

$$\underline{F}_u + \underline{F}_v = \underline{F}_e \Rightarrow F_u \cdot \underline{e}_u + F_v \cdot \underline{e}_v = F_e \cdot \underline{e}_e$$

$$\underline{F}_u = \underbrace{|\underline{F}_u|}_{F_u}\cdot \underline{e}_u \qquad \underline{F}_v = \underbrace{|\underline{F}_v|}_{F_v}\cdot \underline{e}_v$$

$$\Downarrow$$

$$F_u \cdot \begin{bmatrix}\sqrt{3}\\ 1\end{bmatrix}\cdot \frac{1}{2} + F_v \cdot \begin{bmatrix}-\sqrt{2}\\ +\sqrt{2}\end{bmatrix}\cdot \frac{1}{2} = 1000 \cdot \begin{bmatrix}\sqrt{3}-1\\ 1+\sqrt{3}\end{bmatrix}\cdot \frac{1}{2\sqrt{2}}$$

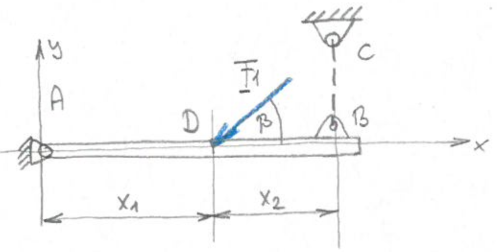
I. $\sqrt{6}\, F_u - 2F_v = 1000\cdot(\sqrt{3}-1)$

II. $\sqrt{2}\, F_u + 2F_v = 1000\,(\sqrt{3}+1)$

$\hookrightarrow$ $F_u = \dots \cong 897\,[N]$

$F_v = \dots \cong 732\,[N]$

1.4.

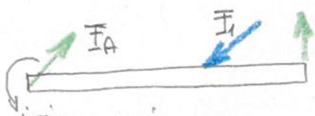


Adatok: $x_1 = 2{,}5\,[m]$

$x_2 = 1{,}5\,[m]$

$\beta = 45°$

Szabadtest-ábra (SZTA) $\rightarrow$ eltávolítjuk a kényszereket, helyettük erőket (nyomatékokat) alkalmazunk



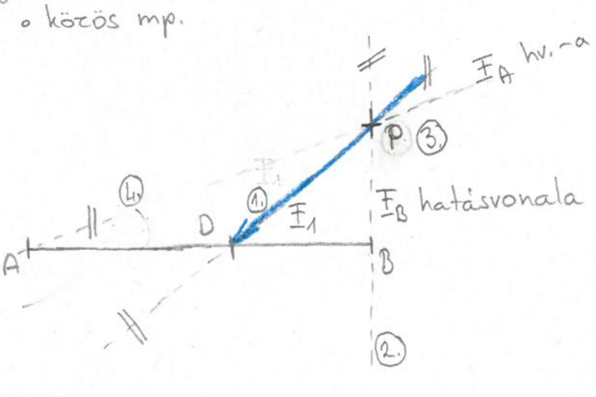
F_B $\rightsquigarrow$ kötélerő $\Rightarrow$ irány ismert!

iránya még ismeretlen

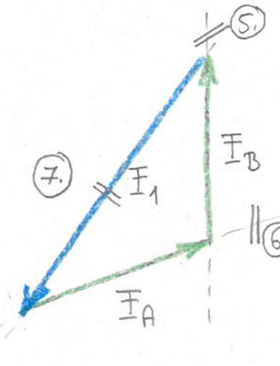
$\Rightarrow$ 3 erő egyensúlya

Megoldás szerkesztéssel: Erő mérték: $2\,cm \mathrel{\hat{=}} 1\,kN$

∘ közös mp.



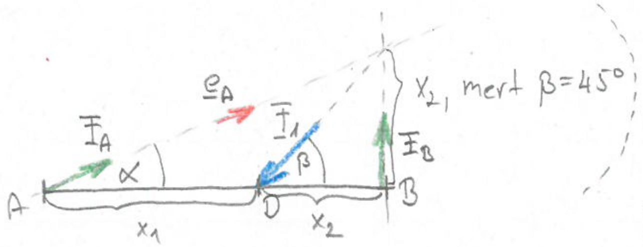
∘ zárt vektorháromszög



①…⑦, majd: $|\underline{F}_A| = F_A \cong 2300\,[N]$

$|\underline{F}_B| = F_B \cong 1300\,[N]$ } lemérni az ábráról

Megoldás számítással:



∘ F_A iránya: $\underline{e}_A = \begin{bmatrix}\cos\alpha\\ \sin\alpha\end{bmatrix}$, ahol: $\alpha = \mathrm{arctg}\,\dfrac{x_2}{x_1+x_2}$

$\Downarrow$ $\underline{F}_A = F_A \cdot \underline{e}_A$

∘ Egyensúlyi egyenlet:

$$\underline{F}_A + \underline{F}_B + \underline{F}_1 = \underline{0}$$

$$\begin{bmatrix}F_A\cdot\cos\alpha\\ F_A\cdot\sin\alpha\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}0\\ F_B\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}-F_1\cos\beta\\ -F_1\sin\beta\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}0\\ 0\end{bmatrix}$$

Így: I. $F_A\cdot\cos\alpha - F_1\cdot\cos\beta = 0$

$\rightsquigarrow$ $F_A = \dots = 2265{,}57\,[N]$

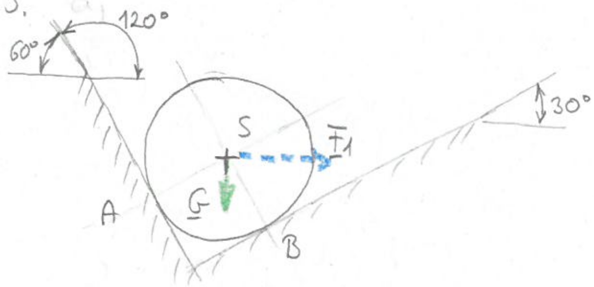
II. $F_A\cdot\sin\alpha + F_B - F_1\cdot\sin\beta = 0 \longrightarrow F_B = \dots = 1325{,}83\,[N]$

∘ Az erővektorok:

$$\underline{F}_A = \begin{bmatrix} F_A \cdot \cos\alpha \\ F_A \cdot \sin\alpha \end{bmatrix} = \ldots = \begin{bmatrix} 2121{,}32 \\ 795{,}495 \end{bmatrix} [N]$$

$$\underline{F}_B = \begin{bmatrix} 0 \\ F_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1325{,}83 \end{bmatrix} [N]$$

1.5.

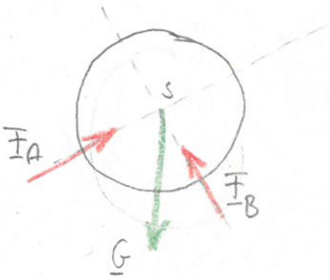


$|\underline{G}| = 10 [N]$

a, $\underline{F}_1 = 0$

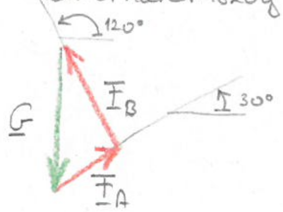
b, $\underline{F}_1 = ?$ => $\underline{F}_A = 0$

a, SZTA':



∘ a három erő biztosan egy pontban (S) metsződő hatásvonalakkal rendelkezik

∘ zárt vektorháromszög



Megoldás számítással: $\underline{F}_A + \underline{F}_B + \underline{G} = 0$

$$F_A \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} \cos 30° \\ \sin 30° \end{bmatrix}}_{\underline{e}_A} + F_B \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} \cos 120° \\ \sin 120° \end{bmatrix}}_{\underline{e}_B} + \begin{bmatrix} 0 \\ -G \end{bmatrix} = \underline{0}$$

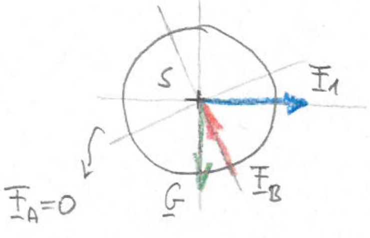
$$\Downarrow$$

$$F_A = G/2 = 5 [N], \quad F_B = \sqrt{3}/2 \cdot G = 8{,}66 [N]$$

$$\underline{F}_A = \ldots = \begin{bmatrix} 4{,}33 \\ 2{,}5 \end{bmatrix} [N]$$

$$\underline{F}_B = \ldots = \begin{bmatrix} -4{,}33 \\ 7{,}5 \end{bmatrix} [N]$$

b, SZTA':



∘ egyensúlyi egyenlet:

$$\underline{F}_1 + \underline{F}_B + \underline{G} = \underline{0}$$

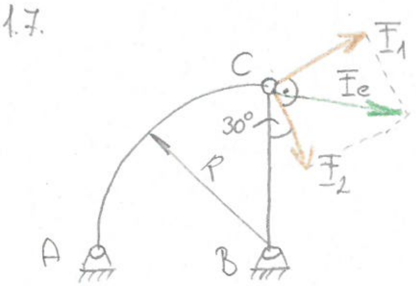
$$\begin{bmatrix} F_1 \\ 0 \end{bmatrix} + F_B \cdot \begin{bmatrix} \cos 120° \\ \sin 120° \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -G \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

II.: $F_B \cdot \sin 120° - G = 0 \quad \Rightarrow \quad F_B = G \cdot \frac{2}{\sqrt{3}} = 11{,}55 [N]$

I.: $F_1 = -F_B \cdot \cos 120° = 5{,}77 [N]$

∘ azaz: $\underline{F}_1 = \begin{bmatrix} 5{,}77 \\ 0 \end{bmatrix} [N]$, $\underline{F}_B = \begin{bmatrix} -5{,}77 \\ 10 \end{bmatrix} [N]$.

1.7.



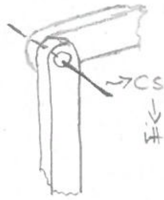
Adatok: $R = 0{,}7\,[m]$
$F_1 = 700\,[N]$
$F_2 = 1200\,[N]$

Az eredő erő:

$$\underline{F}_e = \underline{F}_1 + \underline{F}_2 = F_1 \cdot \underline{e}_1 + F_2 \cdot \underline{e}_2 = F_1 \cdot \begin{bmatrix} \cos 30° \\ \sin 30° \end{bmatrix} + F_2 \cdot \begin{bmatrix} \cos 300° \\ \sin 300° \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1206{,}22 \\ -689{,}23 \end{bmatrix} [N]$$

Megj.: Csuklónál lévő terhelő erő mindig a csuklóra hat.

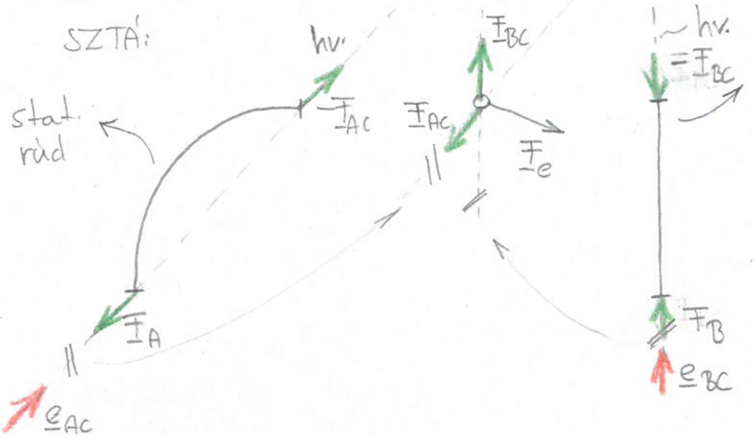
Ok:



→csap ⇒ csukló
⇓
itt terheljük a szerkezetet

Öttet: bontsuk darabokra a szerkezetet!

SZTÁ:



statikai rúd: - a két végén csuklóval kapcsolódik a további testekhez
- nincsen rajta terhelés
⇓
2 erő egyensúlya:

Erő egyensúly: ∘ csuklóra

$$\underbrace{\underline{F}_{AC}}_{F_{AC} \cdot \underline{e}_{AC}} + \underbrace{\underline{F}_{BC}}_{F_{BC} \cdot \underline{e}_{BC}} + \underline{F}_e = \underline{0} \Rightarrow F_{AC} \cdot \begin{bmatrix} \cos 45° \\ \sin 45° \end{bmatrix} + F_{BC} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} + \underline{F}_e = \underline{0}$$

⇓

I. $F_{AC} \cdot \cos 45° + F_{ex} = 0$

II. $F_{AC} \cdot \sin 45° + F_{BC} + F_{ey} = 0$

⇐

$$F_{AC} = \frac{-F_{ex}}{\cos 45°} = -1705{,}85\,[N]$$

$$F_{BC} = -F_{ey} - F_{AC} \cdot \sin 45° = 1895{,}45\,[N]$$

∘ AC rúdra:

$$\underline{F}_A - \underline{F}_{AC} = \underline{0} \Rightarrow \underline{F}_A = \underline{F}_{AC} = F_{AC} \cdot \underline{e}_{AC} = F_{AC} \cdot \begin{bmatrix} \cos 45° \\ \sin 45° \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1206{,}22 \\ -1206{,}22 \end{bmatrix} [N]$$

∘ BC rúdra:

$$\underline{F}_B - \underline{F}_{BC} = \underline{0} \Rightarrow \underline{F}_B = \underline{F}_{BC} = F_{BC} \cdot \underline{e}_{BC} = F_{BC} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1895{,}45 \end{bmatrix} [N]$$