Összetett igénybevételek:

Ismétlés: előjelkonvenció: $\leftarrow \overset{N}{\vdash\!\!\dashv} \rightarrow$, $\uparrow \overset{V}{\vdash\!\!\dashv} \downarrow$, $\overset{M_h}{(\vdash\!\!\dashv)}$, $\Leftarrow \overset{M_t}{\vdash\!\!\dashv} \Rightarrow$

Kapcsolat az igénybevételek között:

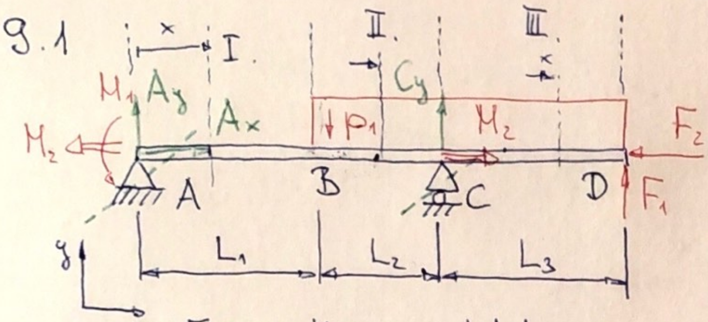
$$p(x) = V'(x)$$

$$V(x) = -M_h'(x)$$

Ha "nem" (nincs) koncentrált terhelés $\Rightarrow$

-"- van ——"—— $\Rightarrow$ részekre kell bontani a tartót és külön felírni a függvényeket

9.1



Adatok:

$L_1 = 2m$	$F_1 = 8kN$	$M_2 = 6kNm$
$L_2 = 3m$	$F_2 = 7kN$	$p_1 = 5kN/m$
$L_3 = 4m$	$M_1 = 4kNm$	

Egyensúlyi egyenletek:

$$\sum F_{ix} = 0 \quad A_x - F_2 = 0 \quad (1)$$

$$\sum F_{iy} = 0 \quad A_y - p_1(L_2+L_3) + C_y + F_1 = 0 \quad (2)$$

$$\sum M_A = 0 \quad C_y(L_1+L_2) + F_1(L_1+L_2+L_3) + M_1 - p_1(L_2+L_3)\left(L_1 + \frac{L_2+L_3}{2}\right) = 0 \quad (3)$$

$$(1): \quad A_x = F_2 = \underline{\underline{7kN}}$$

$$(2): \quad A_y = p_1(L_2+L_3) - C_y - F_1 = \underline{\underline{3{,}7kN}}$$

$$(3): \quad C_y = \frac{p_1(L_2+L_3)\left(L_1 + \frac{L_2+L_3}{2}\right) - M_1 - F_1(L_1+L_2+L_3)}{L_1+L_2} = \underline{\underline{23{,}3kN}}$$

Igénybevételi fgv-ek:

$0 < x < L_1$:

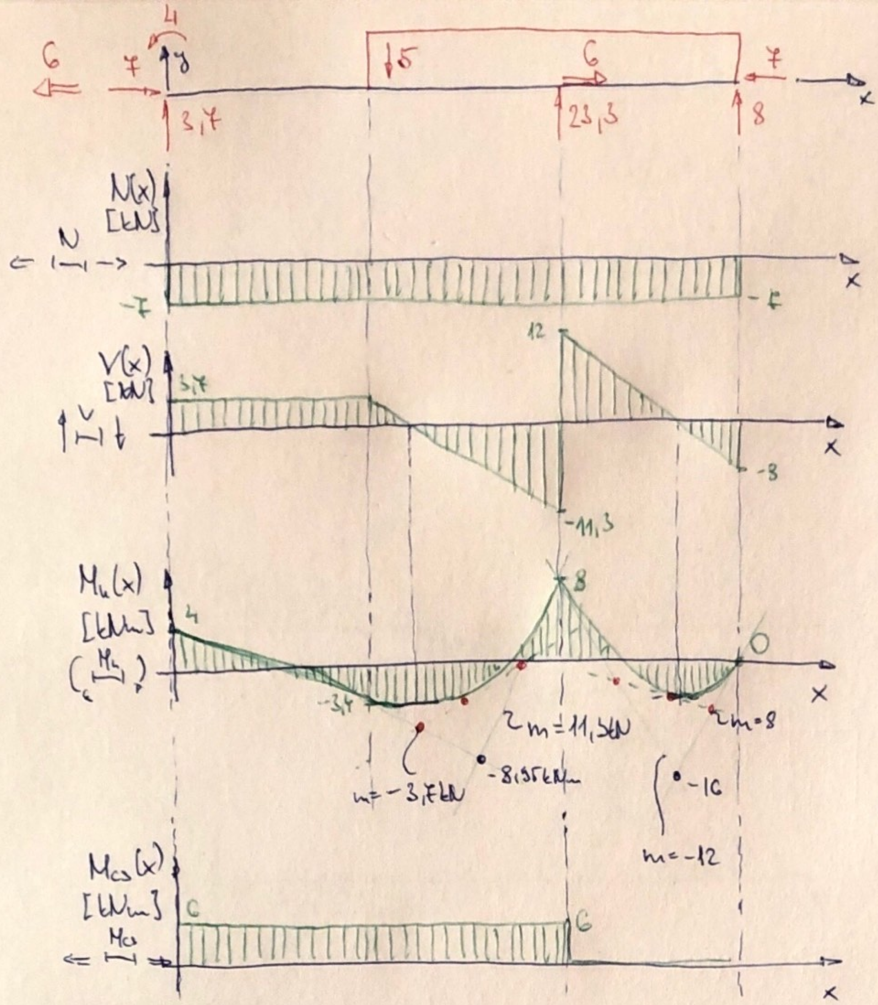
$$N(x) = -A_x$$
$$V(x) = A_y$$
$$M_h(x) = M_1 - A_y x$$
$$M_{cs}(x) = M_2$$

$L_1 < x < L_1 + L_2$:

$$N(x) = -A_x$$
$$V(x) = A_y - p_1(x - L_1)$$
$$M_h(x) = M_1 - A_y x + p_1(x-L_1)\frac{(x-L_1)}{2}$$
$$M_{cs}(x) = M_2$$

$L_1 + L_2 < x < L_1 + L_2 + L_3$:

$$N(x) = -A_x$$
$$V(x) = A_y - p_1(x-L_1) + C_y \quad \text{vagy} \quad -F_1 + p_1(L_1+L_2+L_3-x)$$
$$M_h(x) = M_1 - A_y x + p_1(x-L_1)^2/2 \quad \text{vagy} \quad -F_1(L_1+L_2+L_3-x) + p_1\frac{(L_1+L_2+L_3-x)^2}{2}$$
$$M_{cs}(x) = 0$$



II szakasz:

① kezdő és végső érintők

$M_h'(L_1) = -V(L_1) = -3{,}7\,kN$

$M_h'(L_1+L_2) = -V(L_1+L_2) = 11{,}3\,kN$

② érintők metszéspontja:

$M_h(L_1+\frac{L_2}{2}) = -8{,}95\,kNm$

③ Húr berajzolása és a felezőpontba tolása

Szélsőértékhely: 2. szakaszra:

$$V(x_1)=0 \Rightarrow A_y - p_1(x_1-L_1)=0 \Rightarrow x_1 = \underline{\underline{2{,}74\,m}}$$

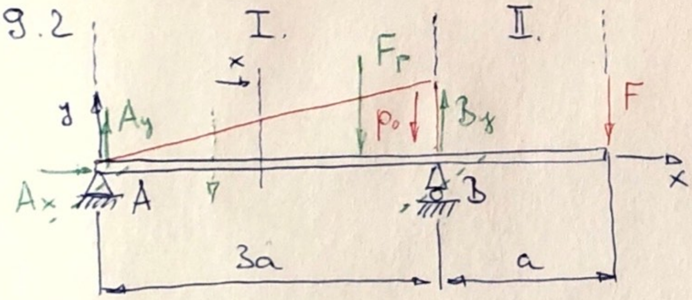
$$M_h(x_1) = M_1 - A_y x_1 + \frac{p_1(x_1-L_1)^2}{2} = \underline{\underline{-4{,}88}}\,kNm$$

Zérushelyek: 2. szakasz:

$$M_h(x_2)=0 \qquad M_1 - A_y x_2 + \frac{p_1(x_2-L_1)^2}{2} = 0$$

numerikusan: $\frac{5}{2}x_2^2 - 13{,}7\,x_2 + 14 = 0$ — $\cancel{x_{21} = 1{,}359\,m}$, $x_{22} = 4{,}12\,m$ ✓

9.2



Adatok: $a = 0{,}3\,m$

$F = 1\,kN$

$p_0 = 4\,kN/m$

Reakciók:

$$\sum F_{ix} = 0 \qquad A_x = 0$$

$$\sum F_{iy} = 0 \qquad A_y + B_y - F - p_0\frac{3a}{2} = 0 \Rightarrow A_y = \underline{0{,}267}\,kN$$

$$\sum M_A = 0 \qquad B_y\cdot 3a - F\cdot 4a - \frac{p_0\cdot 3a}{2}\cdot 2a = 0 \Rightarrow B_y = \underline{2{,}533}\,kN$$

Igénybevételi függvények:

I. $0 < x < 3a$

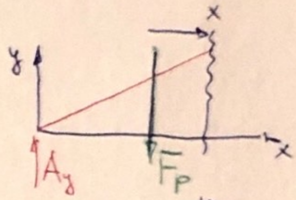
$$V(x) = A_y - \left(\frac{p_0}{3a}x\right)\frac{x}{2}$$

$$M_h(x) = -A_y x + \left(\frac{p_0}{3a}x\right)\frac{x}{2}\frac{x}{3}$$

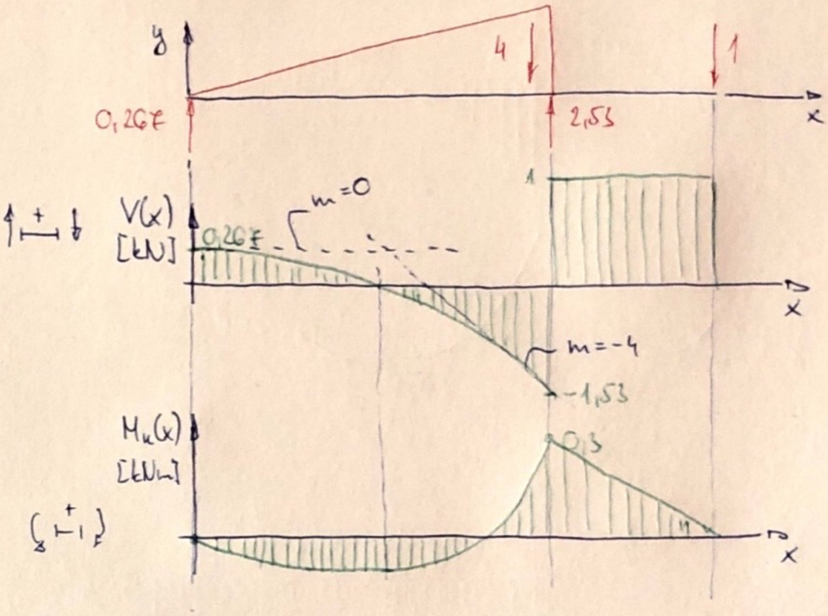
II. $3a < x < 4a$

$$V(x) = F$$

$$M_h(x) = F(4a-x)$$

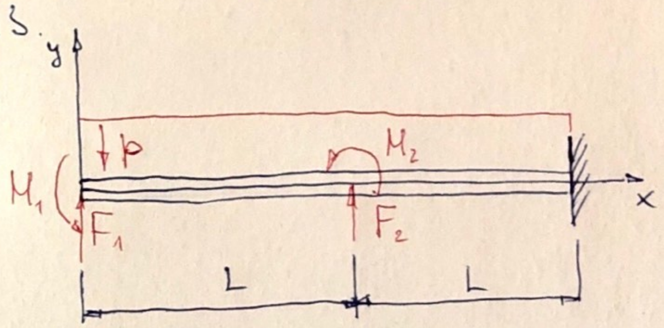


$$p(x) = \frac{p_0}{3a}x$$



Házi feladat (gyakorlás)

9.3.



Adatok:

$p = 50\ kN/m$ $\quad M_1 = 20\ kNm$

$L = 2\ m$ $\quad M_2 = 20\ kNm$

$F_1 = 50\ kN$

$F_2 = 50\ kN$