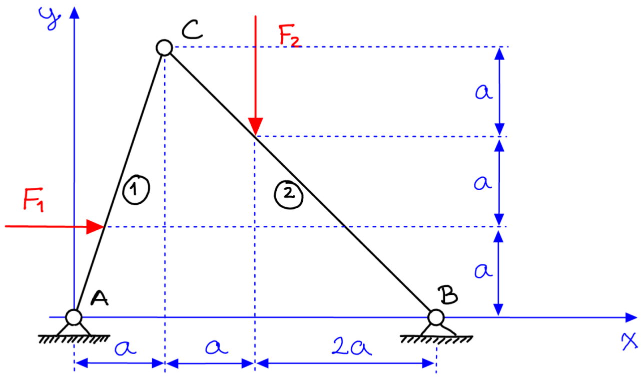
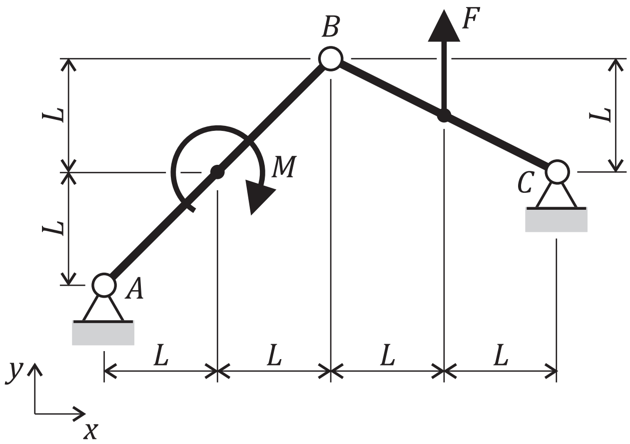
6. Gyakorlat

6.1. Példa. Határozzuk meg számítással és szerkesztéssel az alábbi bakállvány esetén a reakcióerőket!
Adatok: $F_1 = 300$ N, $F_2 = 400$ N.
Megoldás: $F_{Ax} = -158,333$ N, $F_{Ay} = 125$ N, $F_{Bx} = -141,667$ N, $F_{By} = 275$ N.



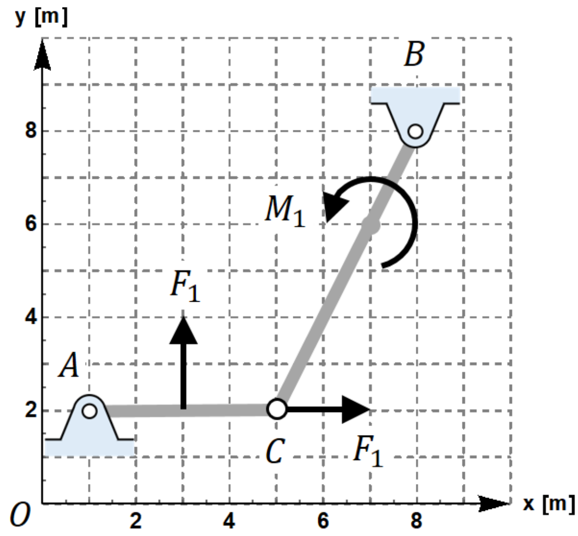
6.2. Példa. Az AB és BC egyenes merev rudakat a B csukló kapcsolja össze. A tartó terhelése a megadott F nagyságú koncentrált erő és M nagyságú koncentrált erőpár a megadott értelemekben. A tartó nyugalomban van. Adatok: $L = 1$ m, $F = 20$ N, $M = 50$ Nm.

Feladatok: a) Rajzolja fel külön-külön az AB és BC rudak szabadtest ábráit! A BC rúdról az AB rúdra átadódó erőt jelölje $\underline{F}_B$-vel! **b)** Határozza meg az A és C csuklós támaszoknál fellépő $\underline{F}_A$ és $\underline{F}_C$ reakcióerő vektorokat! **c)** Adja meg a BC rúdról az AB rúdra átadódó erőt $\underline{F}_B$ erő vektort!
Megoldás: $F_{Ax} = 10$ N, $F_{Ay} = -15$ N, $F_{Cx} = -10$ N, $F_{Cy} = 15$ N, $\boldsymbol{N}_{CB} = \boldsymbol{F}_B$, $F_{Bx} = -10$ N, $F_{By} = 15$ .N



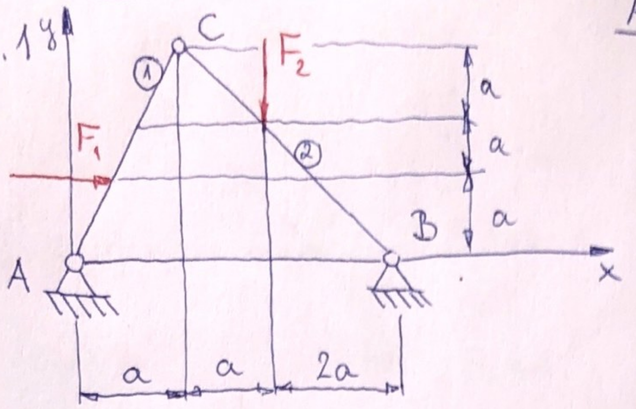
6.3. Példa. A vázolt csuklós szerkezetet az AC és BC merev rudak alkotják, melyek a C csuklóval kapcsolódnak egymáshoz. A berajzolt terhelések nagyságai: $F_1 = 20$ kN, $M_1 = 12$ kNm.

Feladatok: a) Rajzolja fel külön-külön az AB és BC rudak szabadtest ábráit, valamint határozza meg a szerkezet reakcióerőit és írja fel vektorosan az $\boldsymbol{F}_A$ és $\boldsymbol{F}_B$ reakcióerőket! **b)** Írja fel vektorosan a CB rúdról az C *csuklóra* (*csapra*) átadódó $\boldsymbol{N}_{CB}$ erővektort! **c)** Írja fel vektorosan az AC rúdról az C *csuklóra* (*csapra*) átadódó $\boldsymbol{N}_{AC}$ erővektort!
Megoldás: $F_{Ax} = -17$ kN, $F_{Ay} = -10$ kN, $F_{Bx} = -3$ kN, $F_{By} = -10$ kN, $\boldsymbol{N}_{CB} = \boldsymbol{F}_B$, $N_{ACx} = -17$ kN, $N_{ACy} = 20$ kN.



Csuklós szerkezetek:

6.1

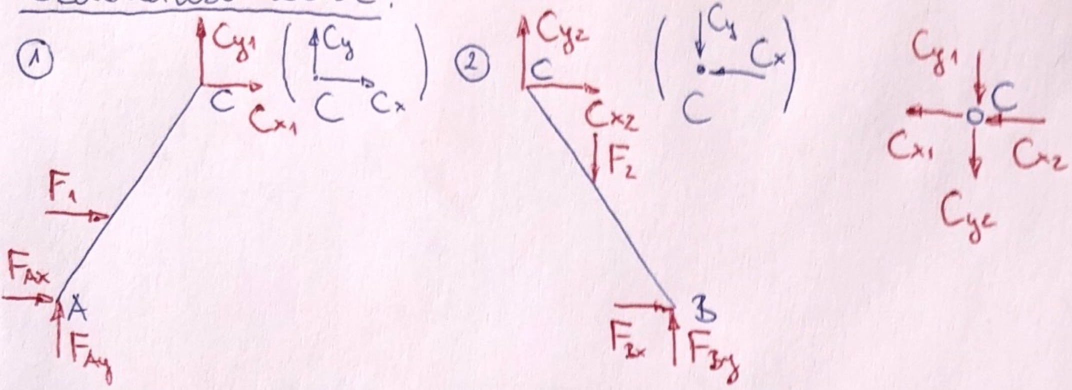


Adatok: $F_1 = 300\,N$

$F_2 = 400\,N$

$\underline{F}_A = ?\,;\ \underline{F}_B = ?$

Szabadtest ábrák:



$\sum F_{i(x,y)} = 0$

$x: -C_{x1} - C_{x2} = 0$

$y: -C_{y1} - C_{y2} = 0$

$\Rightarrow x: \ C_{x1} = -C_{x2}$

$y: \ C_{y1} = -C_{y2}$

① rúd Egyensúlyi egyenletei:

$\sum F_{ix} = 0 \ : \ F_{Ax} + F_1 + C_{x1} = 0 \quad (1)$

$\sum F_{iy} = 0 \ : \ F_{Ay} + C_y = 0 \quad (2)$

$\sum M_c = 0 \ : \ 2aF_1 + 3aF_{Ax} - aF_{Ay} = 0 \ (3)$

② rúd

$-C_x + F_{Bx} = 0 \quad (4)$

$-C_y - F_2 + F_{By} = 0 \quad (5)$

$-aF_2 + 3aF_{Bx} + 3aF_{By} = 0 \ (6)$

A teljes szerkezetnél az „A" pontra felírt nyomatéki egyenlet:

$\sum M_A = 0 \ : \ -\cancel{a}F_1 - 2\cancel{a}F_2 + 4\cancel{a}F_{By} = 0$

$$F_{By} = \frac{1}{4}F_1 + \frac{1}{2}F_2 = \underline{\underline{275\,N}}$$

és

$\sum F_{iy} = 0 : \ F_{Ay} - F_2 + F_{By} = 0 \ \Rightarrow \ F_{Ay} = F_2 - F_{By} = \underline{\underline{125\,N}}$

A (3) egyenletből:

$$F_{Ax} = \frac{1}{3}F_{Ay} - \frac{2}{3}F_1 = \underline{\underline{-158{,}333\,N}}$$

A (6) egyenletből:

$$F_{Bx} = \frac{1}{3}F_2 - F_{By} = \underline{\underline{-141{,}667\,N}}$$

C-ben átadódó erők:

(1) és (2) egyenletek:

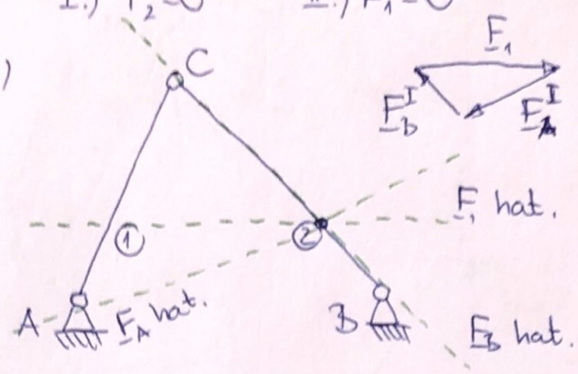
$C_x = -F_1 - F_{Ax} = \underline{\underline{-141{,}667\,N}}$

$C_y = -F_{Ay} = \underline{\underline{-125\,N}}$

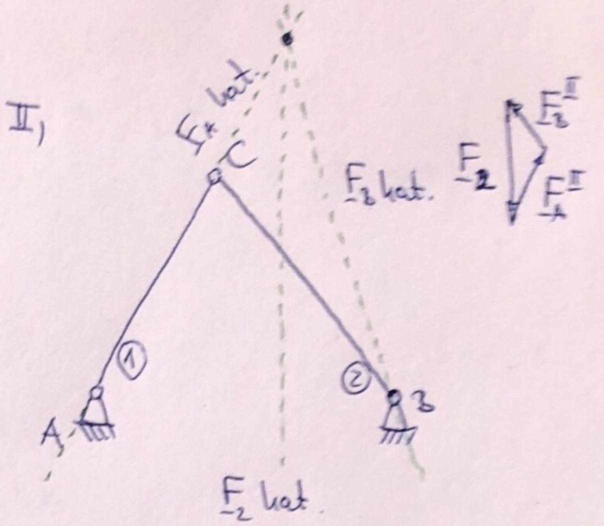
Szerkesztés: (szuperpozíció)

I.) $F_2 = 0$ II.) $F_1 = 0$

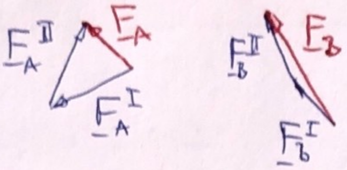
I)



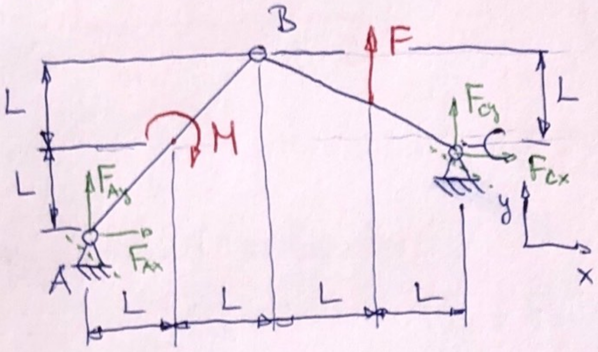
II)



Eredő:



6.2



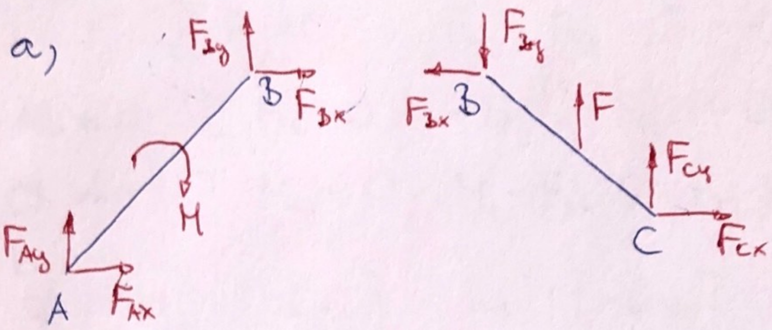
Adatok:

$L = 1\,m$

$F = 20\,N$

$M = 50\,Nm$

a)



b) Szerkezet egyensúlyban van. „Globálisan" A és C pontokra számított nyomatékok:

$$\sum M_A = 0:\ 4L F_{Cy} - F_{Cx} \cdot L - M + 3LF = 0$$

$$\sum M_C = 0:\ -F_{Ay} \cdot 4L + F_{Ax} \cdot L - M - FL = 0$$

AB rúd:

$$\sum M_B = 0:\ -F_{Ay} \cdot 2L + F_{Ax} \cdot 2L - M = 0$$

BC rúd:

$$\sum M_B = 0:\ F_{Cy} \cdot 2L + F_{Cx} L + F \cdot L = 0$$

$$F_{Ax} = \frac{M - FL}{3L} = 10\,N \quad F_{Ay} = \frac{-M - 2FL}{6L} = -15\,N$$

$$F_{Cx} = \frac{-M + FL}{3L} = -10\,N \quad F_{Cy} = \frac{M - 4FL}{6L} = -5\,N$$

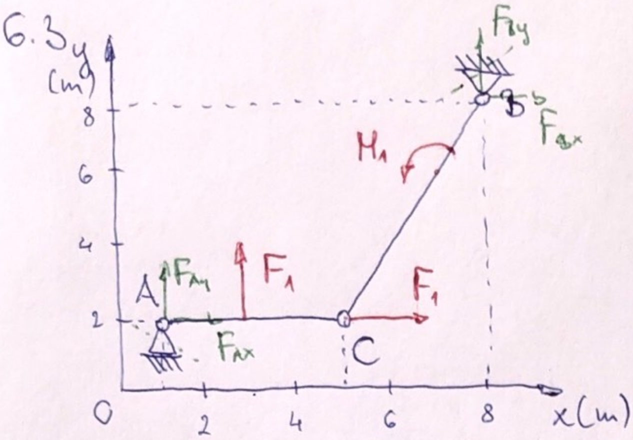
$$\underline{F}_A = \begin{bmatrix} 10 \\ -15 \end{bmatrix} N \qquad \underline{F}_C = \begin{bmatrix} -10 \\ -5 \end{bmatrix} N$$

c) AB rúd szabadtest ábrája alapján:

$$F_{Ax} + F_{Bx} = 0 \Rightarrow F_{Bx} = -F_{Ax} = -10\,N \qquad \Rightarrow \underline{F}_B = \begin{bmatrix} -10 \\ 15 \end{bmatrix} N$$

$$F_{Ay} + F_{By} = 0 \Rightarrow F_{By} = -F_{Ay} = 15\,N$$

6.3

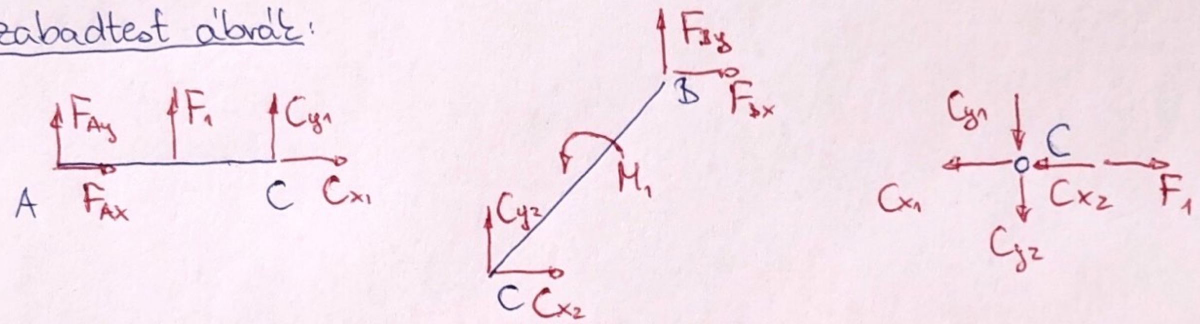


Adatok:

$F_1 = 20\,kN$

$M_1 = 12\,kNm$

Szabadtest ábrák:



a) Globális szerkezetre:

$$\sum F_{ix} = 0 : \quad F_{Ax} + F_{Bx} + F_1 = 0 \quad (1)$$

$$\sum F_{iy} = 0 : \quad F_{Ay} + F_{By} + F_1 = 0 \quad (2)$$

AB rúd $\sum M_C = 0$: $-F_{Ay} \cdot 4 - F_1 \cdot 2 = 0$ (3)

CB rúd $\sum M_C = 0$: $M_1 - F_{Bx} \cdot 6 + F_{By} \cdot 3 = 0$ (4)

Megoldás:

$$\underline{F}_A = \begin{bmatrix} -17 \\ -10 \end{bmatrix} kN \qquad \underline{F}_B = \begin{bmatrix} -3 \\ -10 \end{bmatrix} kN$$

b)

c) $N_{CB} = \begin{bmatrix} -C_{x2} \\ -C_{y2} \end{bmatrix}$ $\quad N_{AC} = \begin{bmatrix} -C_{x1} \\ -C_{y1} \end{bmatrix}$

CB rúd:

$\sum F_{ix} = 0 \quad C_{x2} + F_{Bx} = 0$

$C_{x2} = -F_{Bx} = 3\,kN$

$\sum F_{iy} = 0 \quad C_{y2} + F_{By} = 0$

$C_{y2} = -F_{By} = 10\,kN$

$$\underbrace{\qquad\qquad}$$

$$N_{CB} = \begin{bmatrix} -3 \\ -10 \end{bmatrix} kN$$

AC rúd:

$\sum F_{ix} = 0$: $F_{Ax} + C_{x1} = 0$

$-F_{Ax} = +C_{x1} = 17\,kN$

$\sum F_{iy} = 0$: $F_{Ay} + F_1 + C_{y1} = 0$

$C_{y1} = -F_{Ay} - F_1 = -10\,kN$