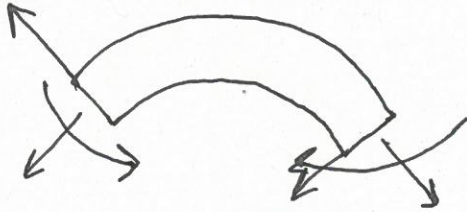


Sík görbe rugósság elvezetése

Elvezetési ábrák



Geometria jellemzői

- R görbületi sugar
- Z a ku "magassága"

alapmodell: terheltlen állapotban is görbült a ku

ha terheléssel további alakváltozás

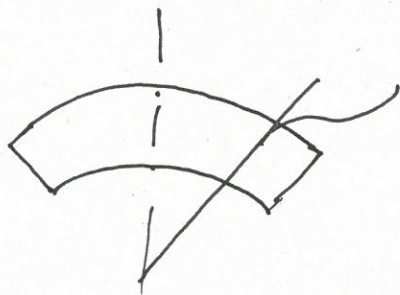
Legyenek félék

- Normálcső
- Nyírócső
- Hajlítónyomata

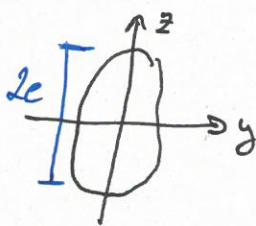
Grashoff-leplet:
$$\sigma = \frac{N}{A} + \frac{M_b}{R A} + \frac{M_b}{I_0} \cdot \frac{R}{R+Z}$$

I_0 - redukált nyomata
$$I_0 = \int_A \frac{R}{R+Z} z^2 dA$$

Állományozás:



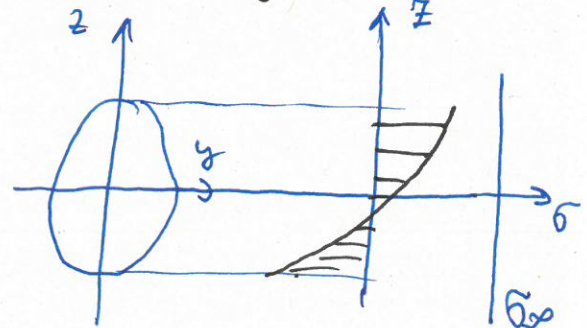
adott ku :



- $\frac{R}{Z}$ - dimenzió nélküli viszony

minél nagyobb, annál jobban közelít az egyeneshez!

Hiperbolikus függ. elvezetése!

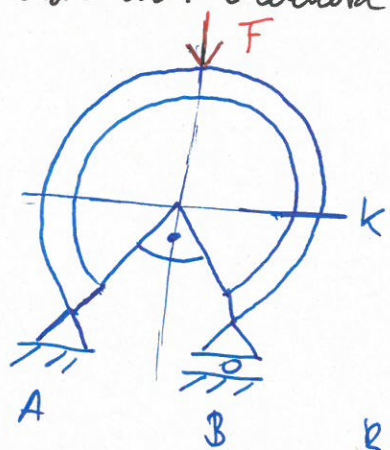


Grashoff Navier

I_0 helyett I_y -t lehet használni!

1. Feladat

A változt meggyazt keresztmetszati modat a jdszt helyzetben F koncentratlt eni terheli. Határozzuk meg a reakciókat, rajzoljuk meg az igénybeveteli ábrákat és a K keresztmetszetben a normál- és feszültség eloszlását! Mekkora a feszültség a külső és a belső részben?

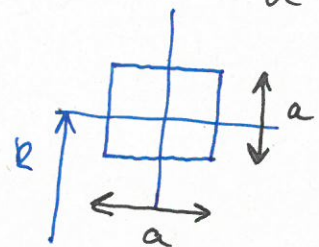


Adatok:

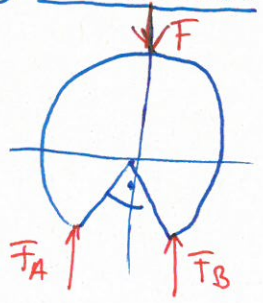
$$F = 3000 \text{ N}$$

$$R = 300 \text{ mm}$$

$$a = 40 \text{ mm}$$



1) Reakcióerők



Egyensúlyi egyenletek:

$$\sum F_x = 0: 0 = 0$$

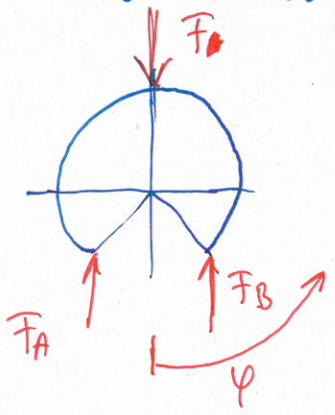
$$\sum F_y = 0: F_A + F_B - F = 0$$

$$\sum M_A = 0: -\frac{\sqrt{2}}{2} FR + 2 \frac{\sqrt{2}}{2} F_B R = 0$$

$$\rightarrow F = 2F_B$$

$$\begin{matrix} F_B = 1500 \text{ N} \\ F_A = 1500 \text{ N} \end{matrix} \left. \vphantom{\begin{matrix} F_B \\ F_A \end{matrix}} \right\} \text{szimmetria!}$$

2) Igénybeveteli ábra



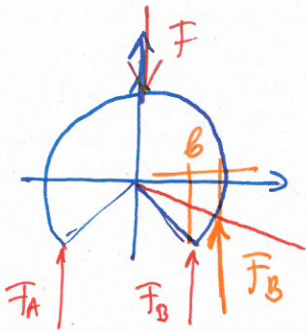
Az igénybeveteli ábrákat 2 szakaszra kell felírni:

$$\text{I } \varphi \in [45^\circ; 180^\circ]$$

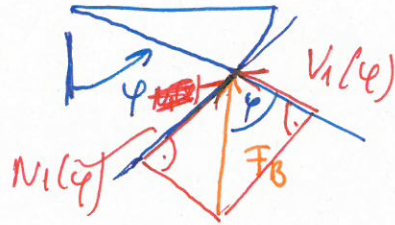
$$\text{II } \varphi \in [180^\circ; 315^\circ]$$

I. Szakas

At kell helyezni F_B -t az adott kúba!



kinagyítva

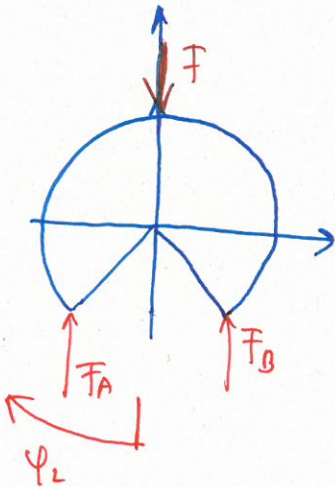


$$N_1(\varphi) = -F_B \cdot \sin \varphi \quad (\text{negatív, mert nyomóerő})$$

$$V_1(\varphi) = F_B \cos \varphi$$

$$M_{h1}(\varphi) = F_B \cdot b = F_B (R \sin \varphi - R \sin 45^\circ)$$

II. Szakas: $\varphi \in [180^\circ, 315^\circ]$ vagy $\varphi_2 \in [45^\circ, 180^\circ]$



$$N_2(\varphi_2) = -F_A \sin \varphi_2$$

$$V_2(\varphi_2) = -F_A \cos \varphi_2$$

$$M_{h2}(\varphi_2) = F_A \cdot (R \sin \varphi_2 - R \sin 45^\circ)$$

$$\varphi = 360^\circ - \varphi_2 \Rightarrow \text{visszaírva}$$

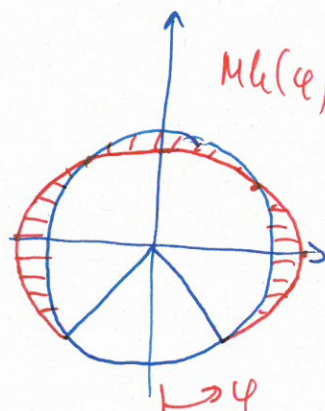
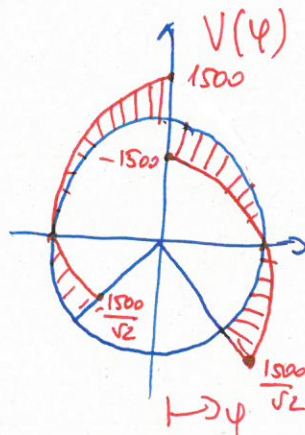
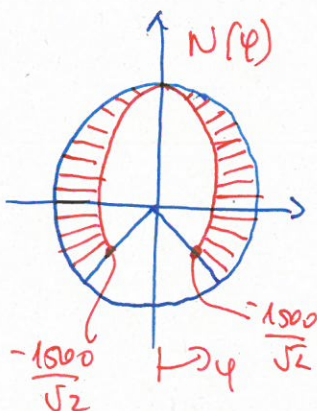
$$\begin{aligned} \sin(360^\circ - \varphi_2) &= -\sin \varphi_2 \\ \cos(360^\circ - \varphi_2) &= \cos \varphi_2 \end{aligned}$$

$$N_2(\varphi) = F_A \sin \varphi$$

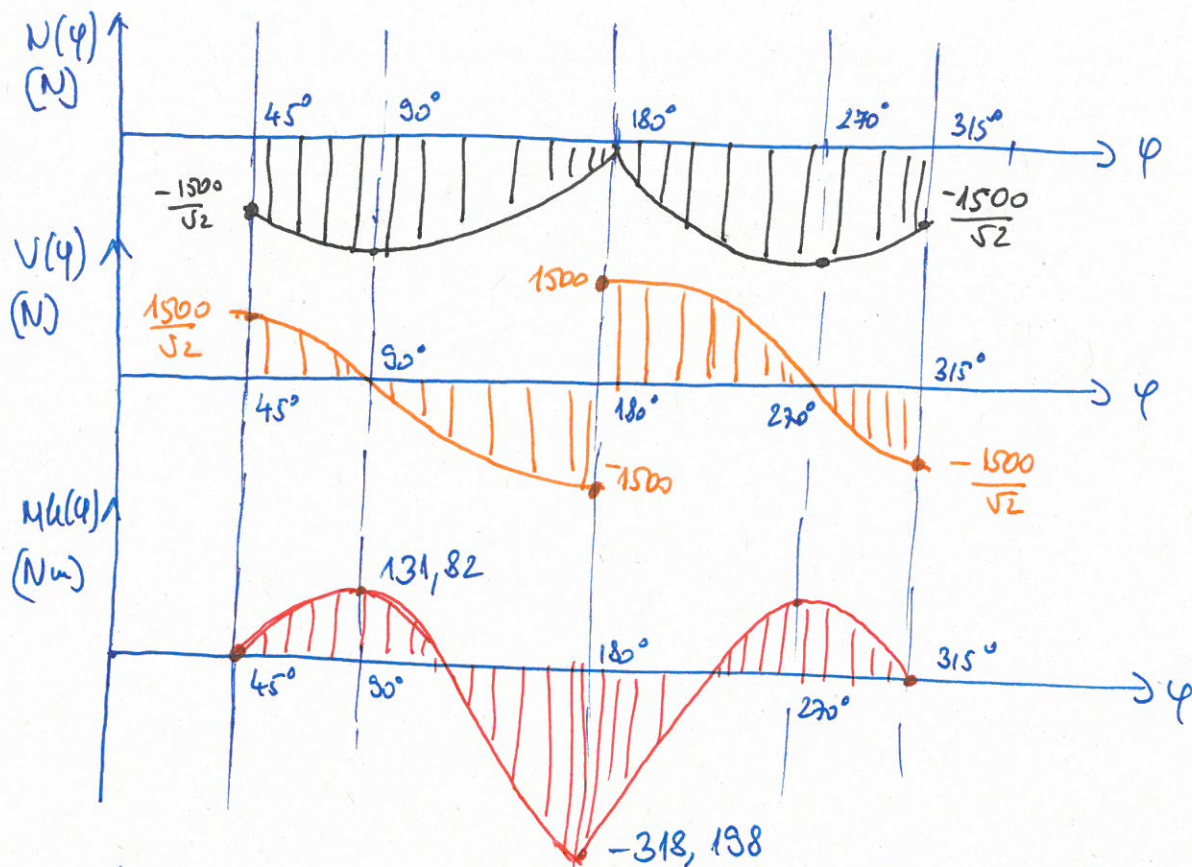
$$V_2(\varphi) = -F_A \cos \varphi$$

$$M_{h2}(\varphi) = F_A (-R \sin \varphi - R \sin 45^\circ)$$

3) Igazbirtéki ábra



Kiten'tre



$$N(\varphi)_{\max} = N(90^\circ) = N(270^\circ) = F_B = \underline{\underline{1500 \text{ N}}}$$

$$N(45^\circ) = N(315^\circ) = \frac{\sqrt{2}}{2} F_B = 1500 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1500}{\sqrt{2}}$$

$$V(45^\circ) = -V(315^\circ) = \frac{F_B}{\sqrt{2}}$$

$$V(\varphi)_{\max} = V(180^\circ)_- = -F_B = -1500 \text{ N}$$

$$V(180^\circ)_+ = F_B = 1500 \text{ N}$$

$$M_{h\max} = M_h(180^\circ) = F_B \left(-\frac{r}{\sqrt{2}}\right) = 318,198 \text{ Nm}$$

$$M_h(90^\circ) = 2F_B \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right) = F_B \cdot 2 \left(\frac{2 - \sqrt{2}}{2}\right) = 131,802 \text{ Nm}$$

④ K-kennsatz:

$$N_k = N(90^\circ) = -1500 \text{ N}$$

$$V_k = V(90^\circ) = 0 \text{ N}$$

$$M_{hk} = M_h(90^\circ) = 131,802 \text{ Nm}$$

$$\left. \begin{array}{l} N_k \\ V_k \\ M_{hk} \end{array} \right\} \rightarrow \frac{r}{2e} = \frac{r}{a} = \frac{0,3}{0,04} = 7,5$$

↓ Grashoff de $10 \approx 1,4$

$$A = a^2 = 1600 \text{ mm}^2$$

$$k = 300 \text{ mm}$$

$$I_y = \frac{a^3 a}{12} = 213\,333,33 \text{ mm}^4$$

$$\sigma_x(z) = \frac{N}{A} + \frac{M_k}{kA} + \frac{kz}{k+z} \frac{M_k}{I_y}$$

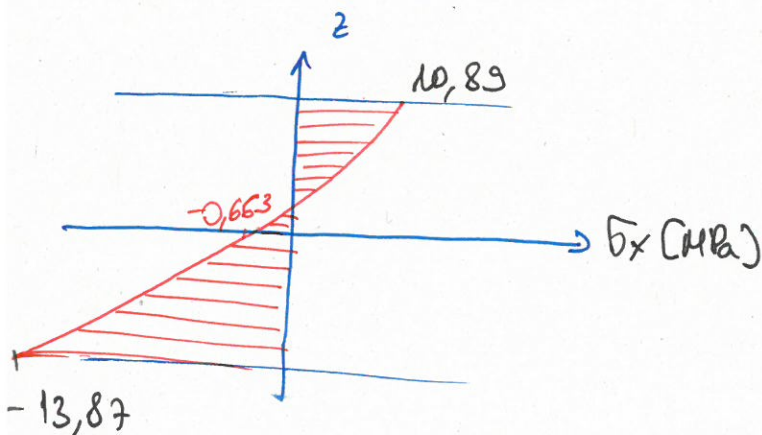
↑
lokális kz

(mm - MPa) dimenzió!

$$\sigma_x(z) = \frac{-1500}{1,6 \cdot 10^3} + \frac{131\,802}{300 \cdot 1600} + \frac{300z}{300+z} \cdot \frac{131\,802}{213\,333,33}$$

$$\sigma_x(z) = -0,6629 + \frac{300z}{300+z} \cdot 0,616$$

↑
mm-ben!



$$\sigma_x\left(\frac{a}{2}\right) = 10,89 \text{ MPa}$$

$$\sigma_x\left(-\frac{a}{2}\right) = -13,87 \text{ MPa}$$

Ha 10-t számolunk:

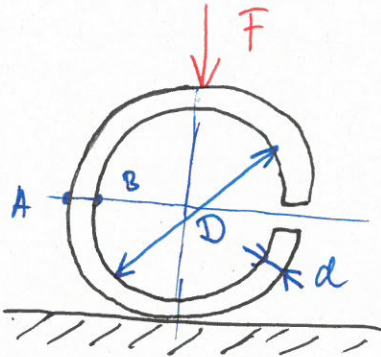
$$I_0 = \int_A \frac{kz^2}{k+z} dA = \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \frac{kz^2}{k+z} dy dz = \dots = k a^2 \left(\frac{k}{a} \ln\left(\frac{2k+a}{2k-a}\right) - 1 \right)$$

$$I_0 = \underline{\underline{213\,904 \text{ mm}^4}}$$

magyarul kicsi az eltérés!

2. feladat

A változtatott gyűrű alakú, kör keresztmetszetű nyomaték F koncentrált erő terheli. Mekkora feszültségek ébrednek A és B pontokban?



Adatok:

$$D = 120 \text{ mm}$$

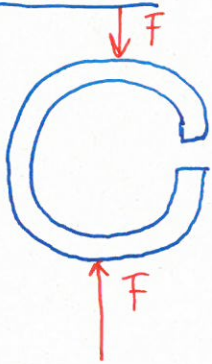
$$d = 80 \text{ mm}$$

$$F = 20 \text{ kN}$$

$$I_0 \approx \frac{d^4 \pi}{64} \left(1 + \frac{1}{8} \left(\frac{d}{R} \right)^2 \right)$$

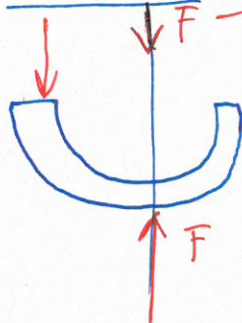
$$R = \frac{D+d}{2} = 100 \text{ mm}$$

Reakciók



Igénybevételek az

A-B körben:



→ ezt kell átfordítani!

$$N = F = -20 \text{ kN}$$

$$V = 0$$

$$M_h = F \cdot R = 2 \text{ kNm}$$

Grashoff-leplet: $N \rightarrow \text{Newton}$ $M_h \rightarrow \text{Nm}$ $I_0 \rightarrow \text{mm}^4$ } $\sigma \rightarrow \text{MPa!}$
 $A \rightarrow \text{mm}^2$ $z \rightarrow \text{mm}$

$$\frac{R}{2e} = \frac{R}{d} = \frac{100}{80} = 1,25 \Rightarrow \text{Grashoff!}$$

$$A = \frac{d^2 \pi}{4} = 5026,54 \text{ mm}^2$$

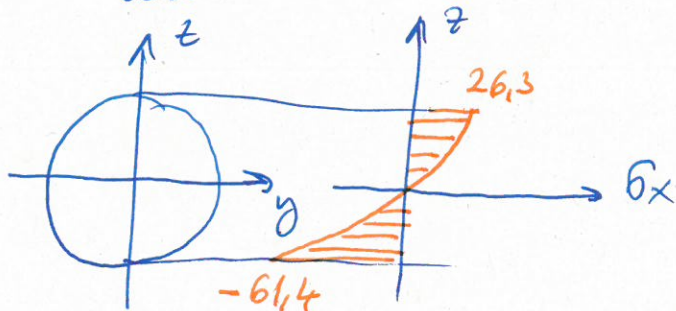
$$I_0 = \frac{d^4 \pi}{64} \left(1 + \frac{1}{8} \left(\frac{d}{R} \right)^2 \right) = 2,17 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

$$\sigma_x(z) = \frac{N}{A} + \frac{M_h}{R A} + \frac{M_h}{I_0} \cdot \frac{R z}{R+z} = \underbrace{-3,97 + 3,97}_{\text{líneáris!}} + 0,92 \cdot \frac{100z}{100+z}$$

$$\sigma_x(z) = 0,92 \cdot \frac{100z}{100+z}$$

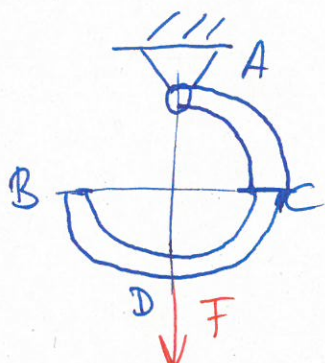
$$\sigma_x\left(\frac{d}{2}\right) = 26,3 \text{ MPa}$$

$$\sigma_x\left(-\frac{d}{2}\right) = -61,4 \text{ MPa}$$



3. feladat

Méretezni az alábbi görbe rudat és rajzolni meg a C keresztmetszetben a normálfesz. eloszlást!



Adatok:

$$R = 125 \text{ mm}$$

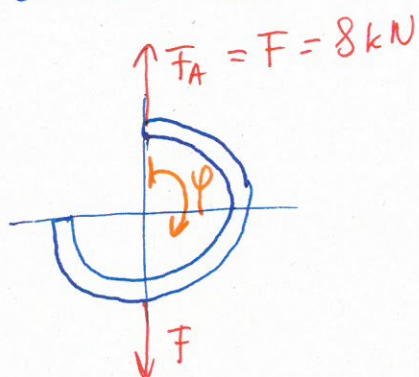
$$F = 8 \text{ kN}$$

$$\sigma_{\text{ug}} = 100 \text{ MPa}$$

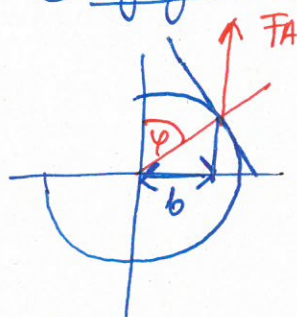
$$d = ?$$

Feladat: Méretezni Navier \Rightarrow ellenőrizni Grashoff

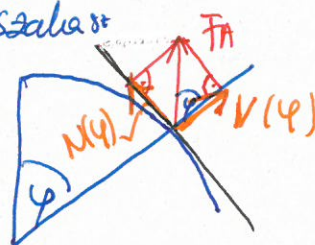
① Reakcióerők



② Igénybevétel A-O szakaszon



DB szakaszon nincs igénybevétel!



$$N(\varphi) = F_A \cdot \sin \varphi$$

$$V(\varphi) = F_A \cdot \cos \varphi$$

$$M(\varphi) = -F_A \cdot b = -F_A R \sin \varphi$$

negatív mint egyesít!

Maximális igénybevétel

$\varphi = \pi/2$ helyen 90° -nál C pontban

$$N_C = F_A \sin \frac{\pi}{2} = F_A = 8 \text{ kN}$$

$$V_C = F_A \cos \frac{\pi}{2} = 0$$

$$M_C = -F_A \cdot R \sin \frac{\pi}{2} = -F_A R = -1000 \text{ Nm}$$

Méretezés Navier

$$|\sigma_{\text{max}}| = \left| \frac{M_C}{I_y} \right| = \left| \frac{M_C}{\frac{d^3 \pi}{32}} \right| \leq \sigma_{\text{ug}} \rightarrow d = \sqrt[3]{\frac{32 M_C}{\sigma_{\text{ug}} \pi}} = 46,7 \text{ mm}$$

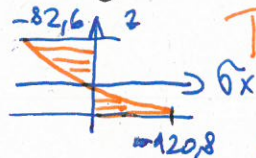
$$d_1 = 47 \text{ mm}$$

$$\frac{R}{2e} = \frac{R}{d_1} = 2,66 \rightarrow \text{Grashoff de } I_0 \approx I_y$$

ellenőrizni kell!

$$I_0 = \frac{d_1^4 \pi}{64} = 239\,531 \text{ mm}^4$$

$$A = \frac{d_1^2 \pi}{4} = 1734,94 \text{ mm}^2$$



Túl nagy!

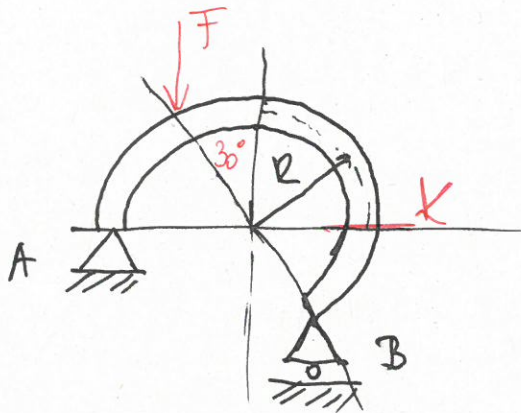
$$\sigma_x(z) = \frac{N}{A} + \frac{M}{I_y} + \frac{M}{I_y} \cdot \frac{R}{R+z} = -4,174 \frac{R}{R+z} \rightarrow \sigma_{\text{balso}} = \sigma(-\frac{d}{2}) = 120,8 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{\text{balso}} = \sigma(\frac{d}{2}) = -82,6 \text{ MPa}$$

Nagyobb lehet kell $\Rightarrow d_2 = 50 \text{ mm} \Rightarrow |\sigma_{\text{balso}}| = 96,5 \text{ MPa} \checkmark$ Ok!

Szilárdsgáta - 5. hét Plusz 2 megoldással

①

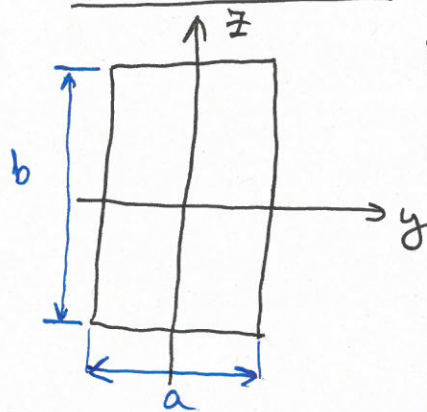


Adatok:

$$F_1 = 30 \text{ kN}$$

$$R = 250 \text{ mm}$$

A keresztmetszet:



$$b = 100 \text{ mm}$$

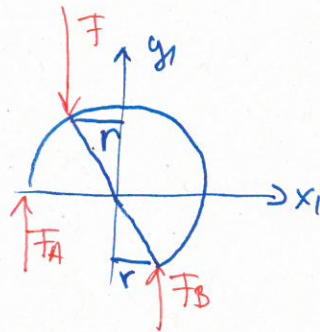
$$a = 25 \text{ mm}$$

Feladat:

- ↳ Igénybeveteli ízelet
- ↳ K keresztmetszeten a fesz. állás

Megoldás:

① Reakcióerők



$$\sum M_A = 0$$

$$-F \cdot r + F_B (R + r) = 0$$

$$r = R \cdot \sin 30^\circ = \frac{R}{2}$$

$$-\frac{F \cdot R}{2} + F_B \cdot \frac{3}{2} R = 0$$

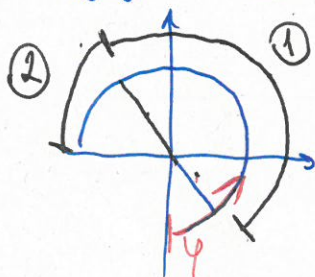
$$F_B = \frac{F}{3} = \underline{\underline{10 \text{ kN}}}$$

$$\sum F_y = 0 \quad F_A + F_B - F = 0$$

$$\hookrightarrow F_A = F - F_B = \underline{\underline{20 \text{ kN}}}$$

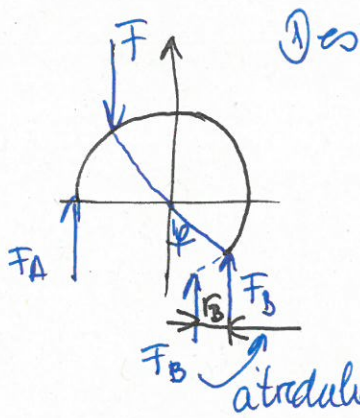
② Igénybeveteli ábrák

Két részre osztjuk a tartózt!



① $\varphi \in [30^\circ, 210^\circ]$

② $\varphi \in [210^\circ, 270^\circ]$

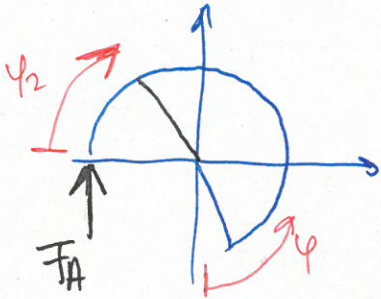


$$N_1(\varphi) = -F_B \cdot \sin \varphi$$

$$V_1(\varphi) = F_B \cdot \cos \varphi$$

$$M_{h1}(\varphi) = F_B (R \sin \varphi - R \sin 30^\circ)$$

② es \rightarrow érdekes új φ_2 koordinátát alkalmazni



$$N_2(\varphi_2) = -F_A \cdot \cos \varphi_2$$

$$V_2(\varphi_2) = F_A \sin \varphi_2$$

$$M_{h2}(\varphi_2) = -F_A (R - R \cos \varphi_2)$$

Mi lesz a kapcsolat φ és φ_2 között?

$$\varphi_2 = 270^\circ - \varphi$$

Visszatérve a feladatunkra

$$\cos(270^\circ - \varphi) = -\sin \varphi$$

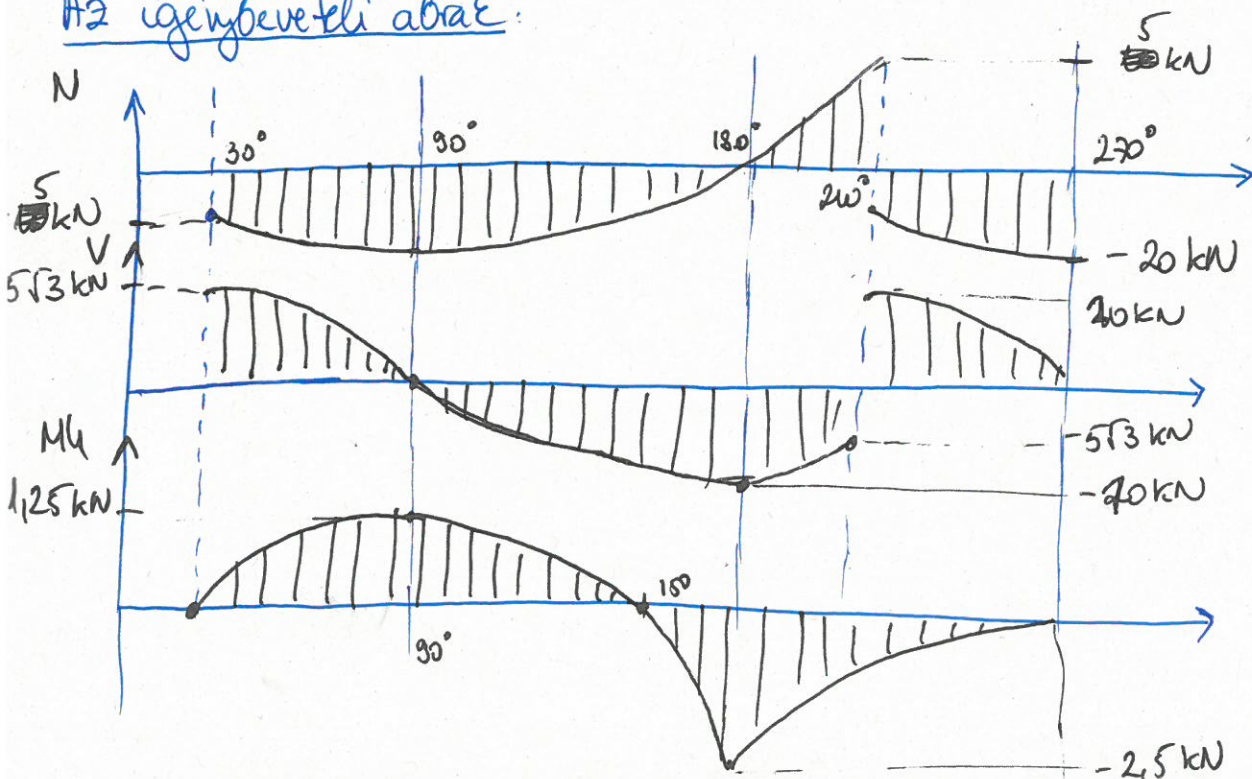
$$\sin(270^\circ - \varphi) = -\cos \varphi$$

$$N_2(\varphi) = F_A \sin \varphi$$

$$V_2(\varphi) = -F_A \cos \varphi$$

$$M_{h2}(\varphi) = -F_A (R + R \sin \varphi)$$

Az igénybevételek ábrái:



K - berekeningssatz:

$$N_K = -F_g = -10 \text{ kN}$$

$$M_{Kx} = 1,25 \text{ kNm} = 1250000 \text{ Nmm}$$

$$\frac{h}{2e} = \frac{h}{b} = 2,5 \rightarrow \text{Grasleef de } I_o \approx I_y$$

$$A = a \cdot b = 2500 \text{ mm}^2$$

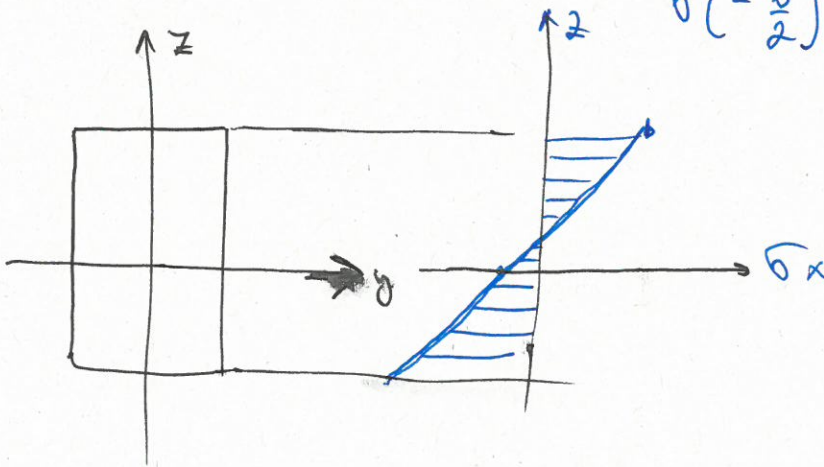
$$I_o \approx I_y = \frac{a b^3}{12} = 2083333,3 \text{ mm}^4$$

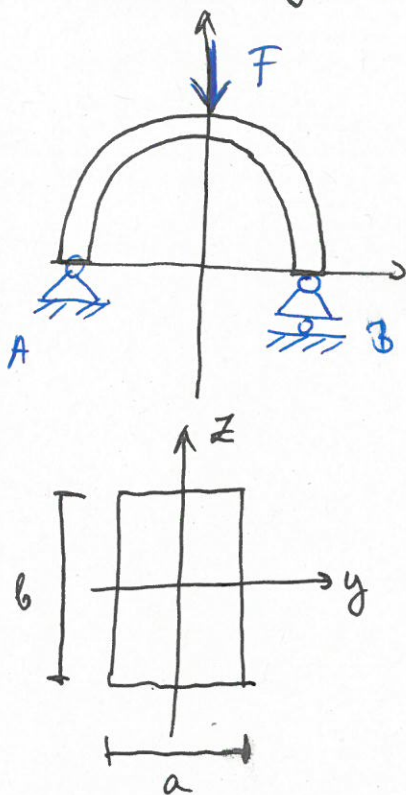
$$\downarrow \sigma = \frac{N}{A} + \frac{M_h}{R \cdot A} + \frac{M_h}{I_y} \frac{R z}{R+2}$$

$$\sigma(z) = -2 + 0,6 \cdot \frac{250z}{250+2}$$

$$\sigma\left(\frac{b}{2}\right) = -23 \text{ MPa}$$

$$\sigma\left(-\frac{b}{2}\right) = -39,5 \text{ MPa}$$





Határozzuk meg a vizolt nívóban a legnagyobb feszültség helyét és nagyságát. Rajzoljuk meg a feszültség eloszlását a vizéges keresztmetszetben!

Adatok:

$$F = 14 \text{ kN}$$

$$R = 300 \text{ mm}$$

$$a = 40 \text{ mm}$$

$$b = 60 \text{ mm}$$

Eredmények:

F támaszpontjának

Vízéges km. keresztmetszete

$$\sigma_{x \text{ külső}} = -82,5 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{x \text{ belső}} = 94,3 \text{ MPa}$$