

I./1. Az A keresztmetszetű magvas rudat

mező falak közt fogjuk és az ábrán látható módon megterheljük. Hol és mekkora lesz a max. fesz. a rudban?

Adatok: $a = 0,5 \text{ m}$

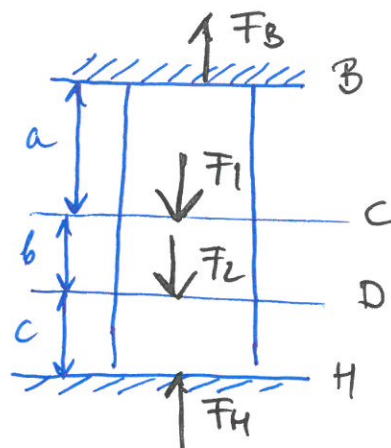
$b = 0,3 \text{ m}$

$c = 0,4 \text{ m}$

$F_1 = 100 \text{ kN}$

$F_2 = 150 \text{ kN}$

$A = 10 \text{ cm}^2$



1, Reakcióerő meghatározása

Y:

$$0 = F_B - F_1 - F_2 + F_H \quad 2 \text{ ismeretlen}$$

↳ Tudjuk, hogy a hosszirányú deformációk nulla alakváltozási feltétel:

$$0 = \Delta l_{BC} + \Delta l_{CD} + \Delta l_{DH}$$

$$\Delta l_{BC} = \frac{F_B \cdot a}{A E}$$

$$\Delta l_{CD} = \frac{(F_B - F_1) \cdot b}{A E}$$

$$\Delta l_{DH} = \frac{-F_H \cdot c}{A \cdot E}$$

↑ vissza tudjuk írni:

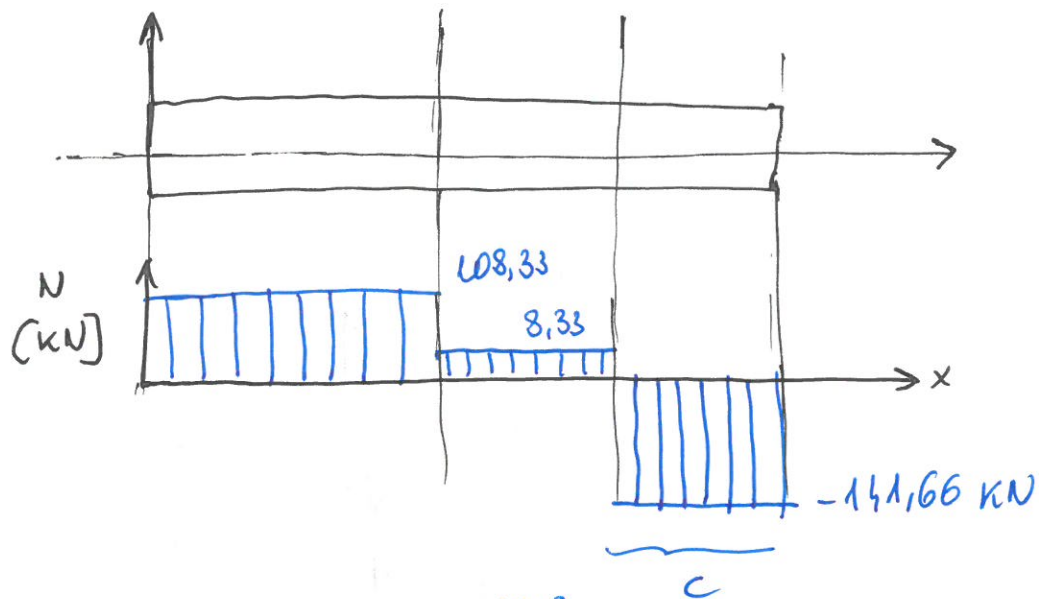
$$-F_H = F_B - F_1 - F_2$$

$$F_B \cdot a + (F_B - F_1) \cdot b + (F_B - F_1 - F_2) \cdot c = 0$$

$$F_B(a+b+c) = \underline{F_1(b+c) + F_2(c)}$$

$$F_B = \frac{F_1(b+c) + F_2 \cdot c}{a+b+c} = 108,33 \text{ kN}$$

$$\hookrightarrow F_H = \underline{\underline{141,66 \text{ kN}}}$$

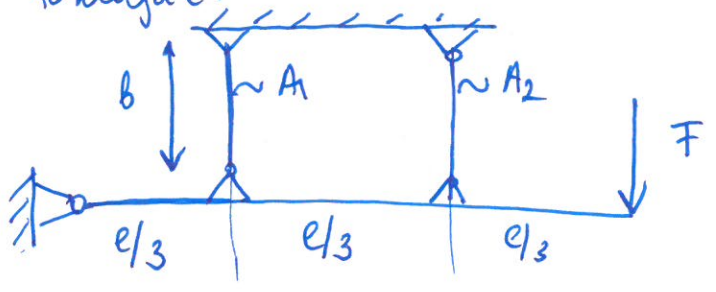


Hol lesz a legnagyobb?

$$\sigma_c = \frac{-F_H}{A} = \frac{-141,66 \text{ kN}}{1000 \text{ mm}^2} = \underline{\underline{-141,666 \text{ MPa}}}$$

I./2

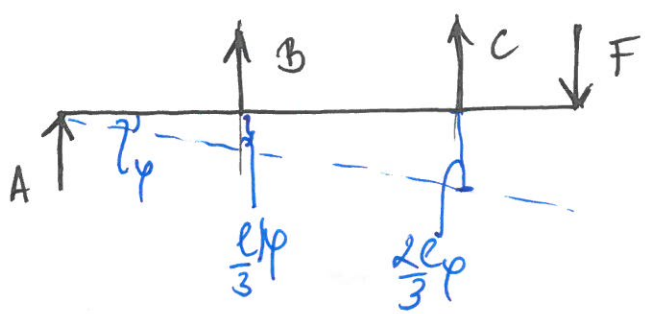
A₁ és A₂ állandó keresztmetszeti területű rugalmas oszlopok, melyek a vízszintes merev rúdhoz csatlakoznak. Mekkora erővel elmozdul az A, B, C csatlakozásban, ha a merev rúd F erővel terhelt?



Adatok:

- $l = 6 \text{ m}$
- $b = 3 \text{ m}$
- $A_1 = 400 \text{ mm}^2$
- $A_2 = 170 \text{ mm}^2$
- $F = 9 \text{ kN}$
- $E_1 = E_2 = 200 \text{ GPa}$

Szabadtest ábra



$$\Delta l_1 = \frac{l}{3} \sin \varphi \approx \frac{l}{3} \varphi$$
$$\Delta l_2 = \frac{2l}{3} \sin \varphi \approx \frac{2l}{3} \varphi$$

$$\left. \begin{aligned} E_1 &= \frac{\Delta l_1}{b} \\ E_2 &= \frac{\Delta l_2}{b} \end{aligned} \right\} \boxed{E_2 = 2E_1}$$

Erőegyenlet:

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow A + B + C - F = 0$$

Nyomatéki egyenlet:

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow B \cdot \frac{l}{3} + C \cdot \frac{2l}{3} - F \cdot l = 0$$

$$F = \frac{1}{3} B + \frac{2}{3} C$$

$$\Rightarrow B = 3F - 2C$$

$$\Delta l_2 = 2 \Delta l_1$$

$$\frac{C \cdot b}{A_2 \cdot E_2} = 2 \cdot \frac{b}{A_1 \cdot E_1} (3F - 2C)$$

$$C \cdot \left(\frac{b}{A_2 E_2} + 4 \frac{b}{A_1 E_1} \right) = \frac{6 F \cdot b}{A_1 E_1}$$

$$C = \frac{6 F \cdot b}{A_1 \cdot E_1} \cdot \frac{1}{\frac{b}{A_2 E_2} + \frac{4b}{A_1 E_1}} = 8500 \text{ N} = \underline{\underline{8,5 \text{ kN}}}$$

$$B = 3F - 2C = \underline{\underline{10 \text{ kN}}}$$

$$A = F - B - C = \underline{\underline{-9,5 \text{ kN}}}$$

Az állandó „d” átmérőjű, kör keresztmetszetű AC rúd acélból készült. Az állandó „a” élű hegyzet keresztmetszetű BC-rúd faból. Biztosítsuk a rúdak anyagára vonatkozó rugalmassági modulusokat és a megengedett feszültségeket. Mekkora a rúdakat majd bármilyen ki a C csukló f erdő elmozdulását

Adatok:

$$l = 3 \text{ m}$$

$$h = 2 \text{ m}$$

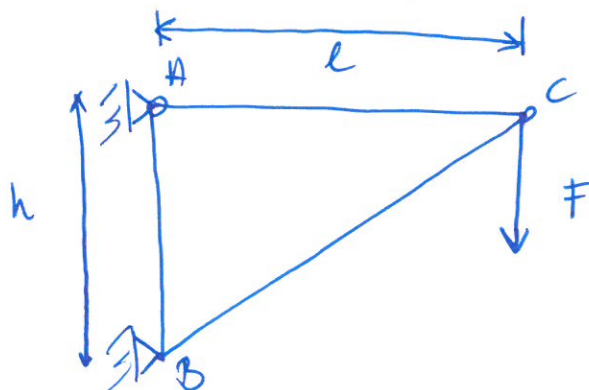
$$F = 60 \text{ kN}$$

$$\sigma_{meg}^{Acél} = 160 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{meg}^{fa} = 4 \text{ MPa}$$

$$E_{acél} = 200 \text{ GPa}$$

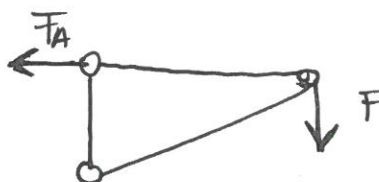
$$E_{fa} = 10 \text{ GPa}$$



① A keresztmetszet:

$$A_{acél} = \frac{d^2 \pi}{4}$$

$$A_{fa} = a^2$$

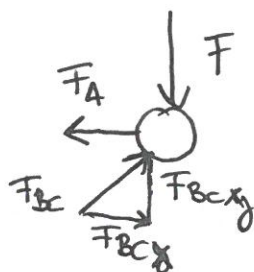


② Reakcióerők meghatározása: rúdban csak rúdcsatolás

$$\sum M_B = -h \cdot F_A + l \cdot F$$

$$F_A = \frac{F \cdot l}{h} = \underline{\underline{90 \text{ kN}}} \quad (\text{leírott})$$

• Csomóponti egyenlet



$$\left. \begin{aligned} F_{BCx} &= F_A = 90 \text{ kN} \\ F_{BCy} &= F = 60 \text{ kN} \end{aligned} \right\}$$

$$F_B = \sqrt{90^2 + 60^2} = \underline{\underline{108,166 \text{ kN}}}$$

③ Mértékzés

$$\sigma_{\text{meg}}^{\text{AC}} = \sigma^{\text{ac}} = \left| \frac{F_A}{A_{\text{ac}}} \right| \quad \text{a legrosszabb esetet kell venni}$$

$$\bullet \frac{d^2 \pi}{4} = \frac{F_A}{\sigma_{\text{meg}}^{\text{ac}}} \Rightarrow d = \sqrt{\frac{4 F_A}{\pi \cdot \sigma_{\text{meg}}^{\text{ac}}}} = 26,76 \text{ mm}$$

$$\sigma_{\text{meg}}^{\text{Fa}} \geq \sigma^{\text{fa}} \bullet a^2 = \frac{F_{\text{bc}}}{\sigma_{\text{meg}}^{\text{fa}}} \Rightarrow a = \sqrt{\frac{F_{\text{bc}}}{\sigma_{\text{meg}}^{\text{fa}}}} = \underline{\underline{164,44 \text{ mm}}}$$

④ C part elmozdulása

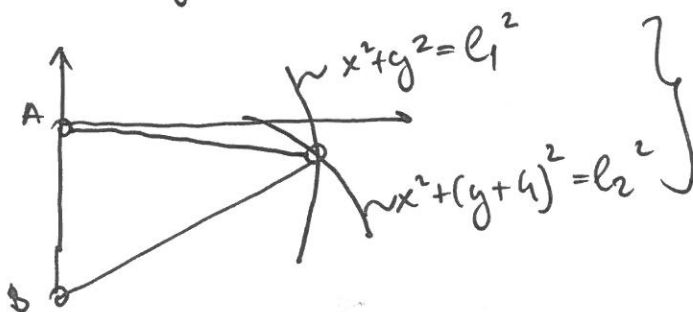
$$\Delta l_1 = \frac{F_A \cdot l_1}{A_1 \cdot E_1} = 2,4 \text{ mm} \quad \left(\frac{800 \text{ N} \cdot 3 \text{ m}}{E_1} \right)$$

$$\Delta l_2 = - \frac{F_{\text{bc}} \cdot l_2}{A_2 \cdot E_2} = \underline{\underline{-1,444 \text{ mm}}}$$

A₂ új hossza: $\sigma = E \cdot \epsilon = E \cdot \frac{l - l_0}{l_0} \Rightarrow l = \left(\frac{\sigma}{E} + 1 \right) l_0$

$$l_1 = \left(\frac{\sigma_{\text{meg}}}{E_1} + 1 \right) l_0 = 3002,4 \text{ mm}$$

$$l_2 = \left(\frac{-\sigma_{\text{meg}}}{E_2} + 1 \right) \sqrt{l_1^2 + l_1^2} = 3604,11 \text{ mm}$$



meg kell oldani az egyenlet rendszert

$$x_c^2 + y_c^2 = l_1^2$$

$$x_c^2 + (y_c + 4)^2 = l_2^2$$

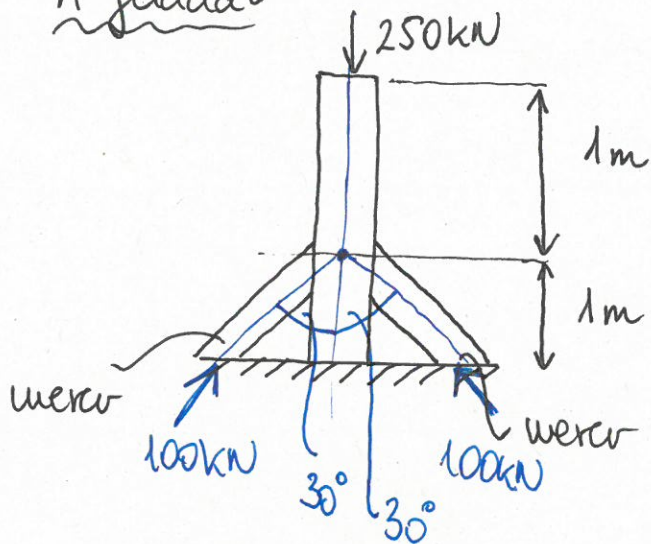
$$2y_c \cdot 4 + 16 = l_2^2 - l_1^2 \quad | :8$$

$$\Delta = \sqrt{(x_c - 0)^2 + y_c^2} = \underline{\underline{6,647 \text{ mm}}} \quad \begin{cases} y_c = \frac{l_2^2 - l_1^2 - 16}{8} = -6,2009 \text{ mm} \\ x_c = \sqrt{l_1^2 - y_c^2} = \underline{\underline{3002,39 \text{ mm}}} \end{cases}$$

Szilárdságtan - 1. hét

Pluszfeladat megoldás

A feladat



Adatok:

$$A = 14,2 \text{ cm}^2$$

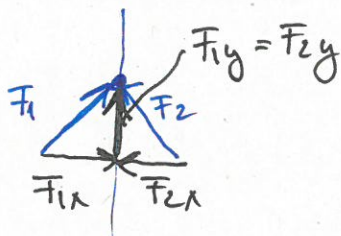
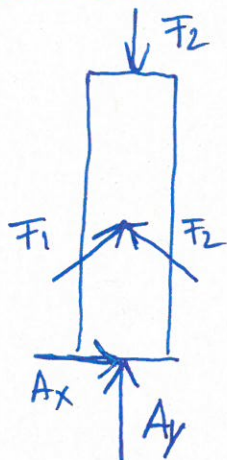
$$E = 200 \text{ GPa}$$

Az ábrán látható függőleges támasztó nód keresztmetszete I 120-as acélcső. Határozzuk meg a veszélyes keresztmetszetet a maximális feszültséget és a nód vízszintes elmozdulását!

A ferde meger nódak kialakítása olyan, hogy 100kN erő hat a talajtól a nódra!

Pluszfeladat - megoldás

Szabadtest ábra. (Csak a függőleges rúd)



$$F_1 = F_2 = 100 \text{ kN}$$

$$F_{1y} = F_1 \cdot \cos 30^\circ = 50\sqrt{3} \text{ kN}$$

$$F_{2x} = F_1 \cdot \sin 30^\circ = 50 \text{ kN}$$

Egyensúly:

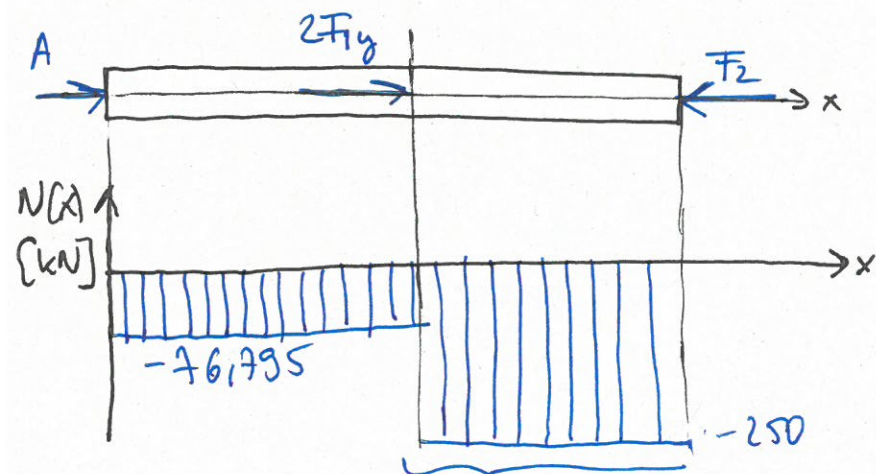
$$y: A_y + 2F_{1y} - F_2 = 0$$

$$A = F_2 - 2F_{1y} = 76,795 \text{ kN}$$

$$x: A_x + F_{1x} - F_{2x} = 0$$

$$A_x = 0$$

Ággybeveteli ábra



A "felso" szakasz
a vesztes

$$\sigma_{\max} = \frac{-F_2}{A} = -176,056 \text{ MPa}$$

Elmozdulás

felso' alsó szakasz

$$\Delta l = \Delta l_1 + \Delta l_2$$

$$\Delta l_1 = \frac{N_1 \cdot l_1}{A \cdot E} = \frac{-76,795 \cdot 1 \text{ m}}{14,2 \text{ cm}^2 \cdot 200 \text{ GPa}} = -0,27 \text{ mm}$$

$$\Delta l_2 = \frac{N_2 \cdot l_2}{A \cdot E} = -0,88 \text{ mm}$$

$$\underline{\underline{\Delta l = -1,15 \text{ mm}}}$$