

Statika - 3 hét

Síkbeli erőrendszer felbontása 3 komponensre

Előéleti összefoglaló:

Adott egy erőrendszer \rightarrow egyértelmű az erő
 $[F; H_A]_A$
 \hookrightarrow lásd később!
Visszafele nem egyértelmű

Példa: egy erő felbontása komponensekre

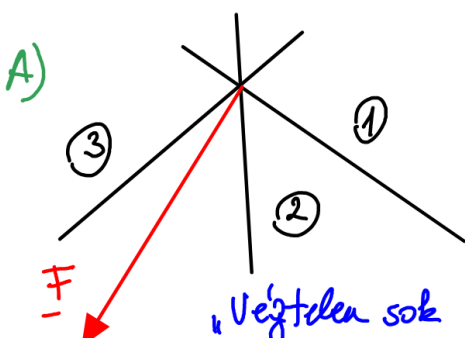
- $\underline{F} \rightarrow \underline{F}_1 + \underline{F}_2$ csak akkor ha \underline{F}_1 és \underline{F}_2 hatásvonalala \underline{F} hatásvonalán metsződik!
- Síkban 3 db egyensúlyi egyenlet (pontos bevezetés később)
 $\hookrightarrow \sum F_x = 0; \sum F_y = 0; \sum M_A = 0$
 \hookrightarrow Tehát ha egy erőt több komponensre akarunk felbontani \Rightarrow Legfeljebb három db ismeretlen lehet!

Feladat: Bontsuk fel egy erőt 3 az erővel egy síkba eső erőre!

Az erők iránya adott! (hatásvonalak ismert)

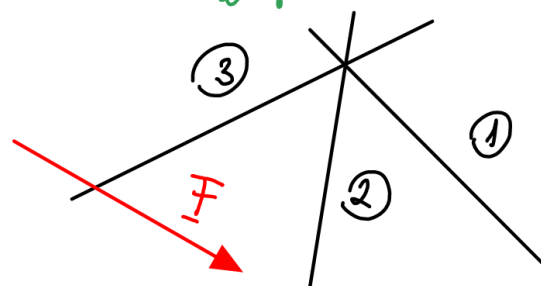
Ismeretlenek: A három erő nagysága

Feltétel: A három hatásvonal nem metsződik egy pontban



"Végtelen sok megoldás"
3 ismeretlen 2 egyenlet

\rightarrow 3)



Nincs megoldás
 $\hookrightarrow F$ nem megy át a metszésponton

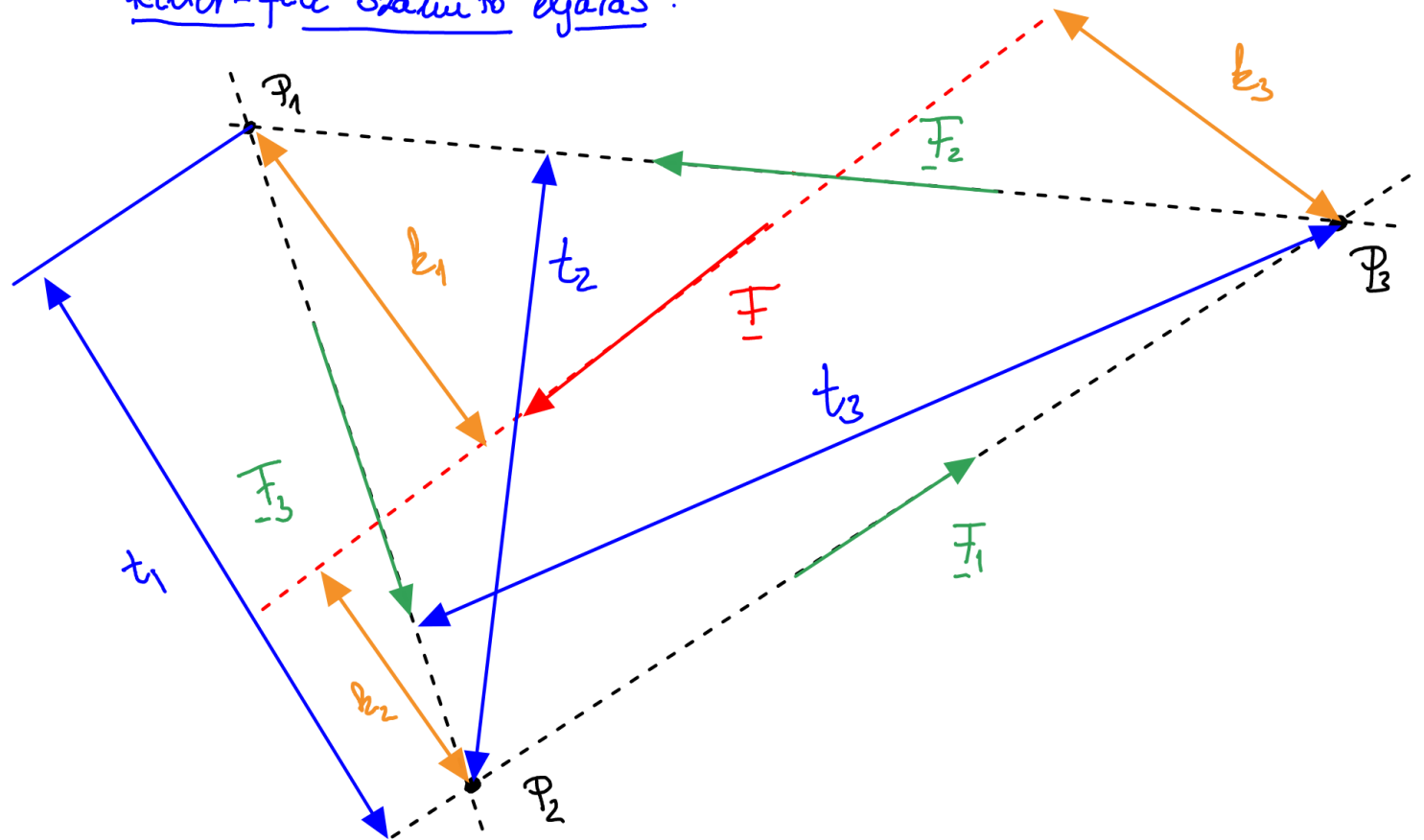
Ha nem egy pontban metsződik \rightarrow Megoldható!

Két módszer:

Ritter-fele számító eljárás

Culmann-fele szerkesztés

Ritter-fele számító eljárás:



1) vegyük fel az enők hatásvonalait \rightarrow Metszéspontok (P_1, P_2, P_3)

2) vegyük fel az enők hatásvonalainak menőleges távolságait a pontoktól

$$F \rightarrow k_1, k_2, k_3 \quad \begin{array}{l} F_1 \rightarrow t_1 \\ F_2 \rightarrow t_2 \\ F_3 \rightarrow t_3 \end{array}$$

3) Nyomatékok egyenlősége P_1, P_2, P_3 ra

MINDIG AZER ALAPJÁN!

P_1 pont:

$$F_1 t_1 = -F \cdot k_1$$

$$\rightarrow F_1 = -\frac{F \cdot k_1}{t_1}$$

P_2 pont:

$$F_2 t_2 = F k_2$$

$$\rightarrow F_2 = \frac{F k_2}{t_2}$$

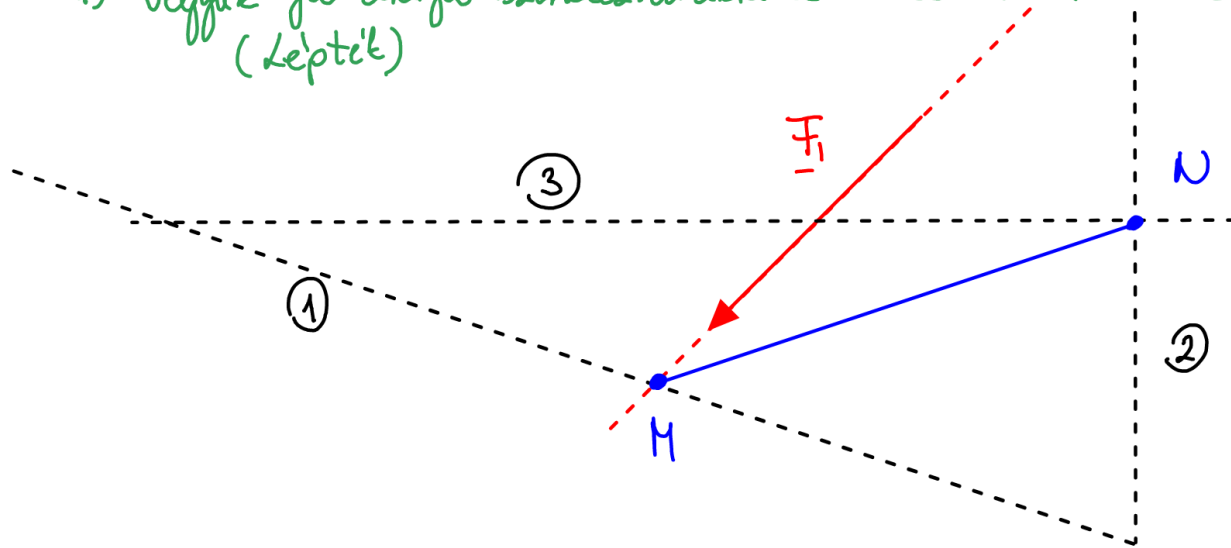
P_3 pont:

$$F_3 t_3 = F k_3$$

$$\rightarrow F_3 = \frac{F k_3}{t_3}$$

Culmann-féle szerkesztő eljárás:

- 1) Vegyük fel arányos szerkesztési ábrába a hatásvonalakat és az erőt!
(Lepték)



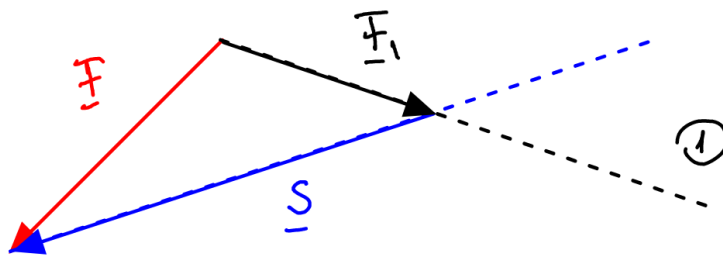
- 2) Vegyünk fel egy segéderőt (\underline{S}), amelynek hatása vonalait az alábbi két pont jelöli ki:

M pont: \underline{F} és az egyik hatásvonal metszéspontja

N pont: A másik két hatásvonal metszéspontja

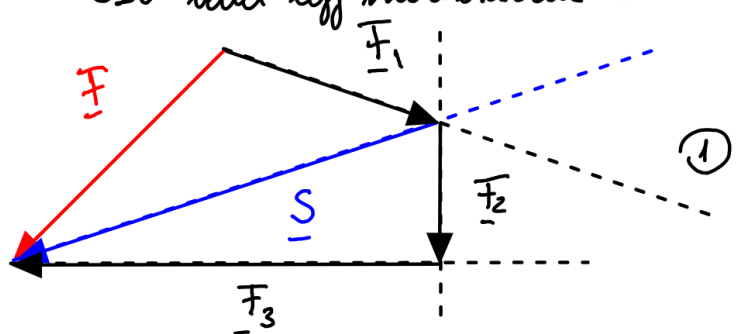
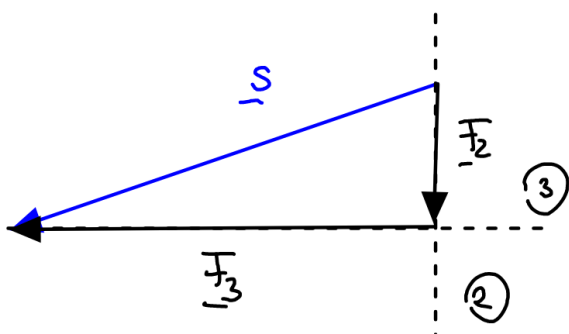
- 3) Bontuk fel \underline{F} erőt \underline{S} és \underline{F}_1 komponensekre!

Ervábra:



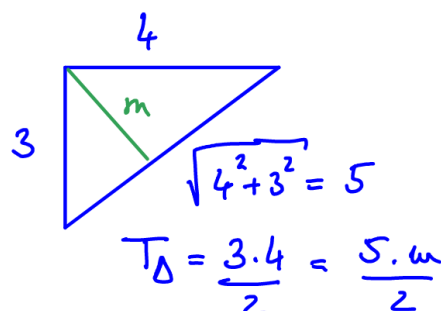
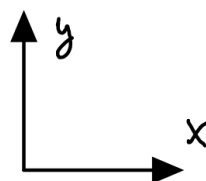
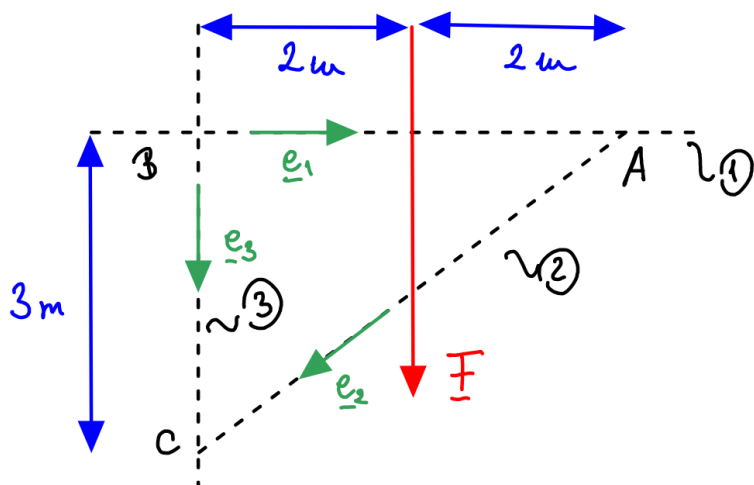
- 4) Majd az így kapott \underline{S} erőt bontjuk el N-be és bontuk fel (2)-(3) irányú komponensekre!

Ezt lehet egy másik ábrában is:



1. feladat

Bontsuk fel az adott $F=60\text{ kN}$ nagyságú y hatásvonalú erőt az ábra szerinti \underline{e}_1 , \underline{e}_2 és \underline{e}_3 vektorok irányába eső összetevőkre!



Számítással:

Vegyük fel a metszéspontoktól vett távolságot.

$$F-A \quad k_1 = 2\text{ m}$$

$$F-B \quad k_2 = 2\text{ m}$$

$$F-C \quad k_3 = 2\text{ m}$$

$$A-(3) \quad t_1 = 4\text{ m}$$

$$B-(2) \quad t_2 = m = \frac{3 \cdot 4}{5} = 2,4\text{ m}$$

$$C-(1) \quad t_3 = 3\text{ m}$$

Nyomatékok egyenletje:

$$F \cdot k_1 = F_3 \cdot t_1$$

$$F k_2 = F_2 \cdot t_2$$

$$-F k_3 = -F_1 t_3$$

$$\rightarrow F_3 = \frac{F k_1}{t_1} = \underline{\underline{30\text{ N}}}$$

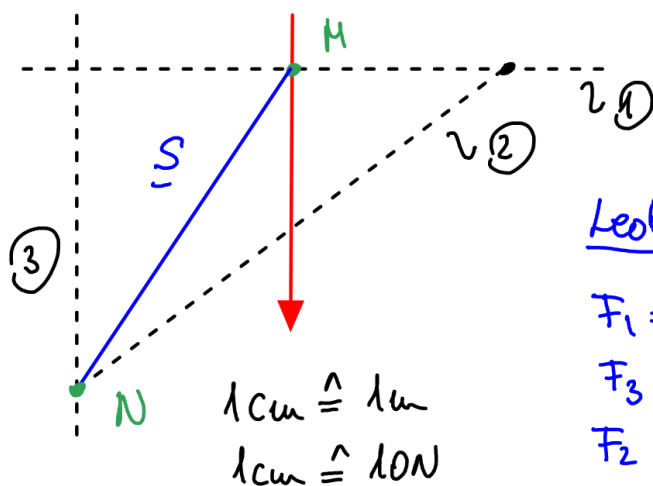
$$\rightarrow F_2 = \frac{F k_2}{t_2} = \underline{\underline{50\text{ N}}}$$

$$\rightarrow F_1 = \frac{F k_3}{t_3} = \underline{\underline{40\text{ N}}}$$

Szerkesztéssel:

1) Arányos ábra, M és N segédpontok \rightarrow \underline{S} hatásvonal

2) \underline{F} felbontása $\underline{F}_1 + \underline{S}$, majd $\underline{S} = \underline{F}_2 + \underline{F}_3$



Erdőre:

$$1\text{ cm} \hat{=} 10\text{ N}$$

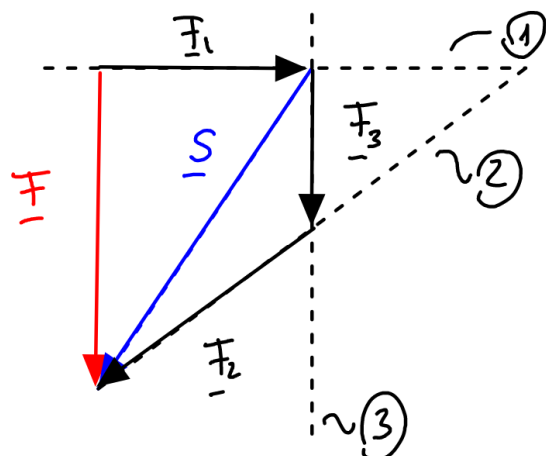
Leolvasva:

$$F_1 = 40\text{ N}$$

$$F_3 = 30\text{ N}$$

$$F_2 = 50\text{ N}$$

$$S = 72,11\text{ N}$$



2. feladat

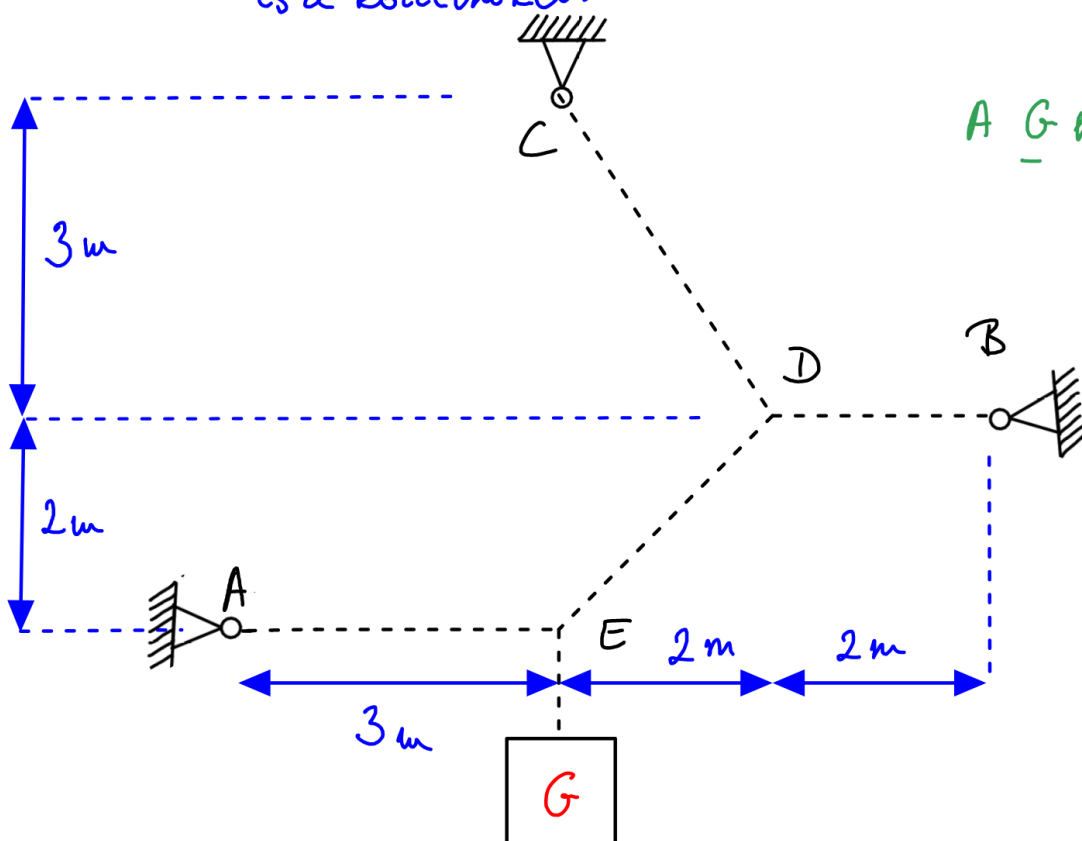
Az ábrán vázolt kötelekből álló szerkezettel oldjuk meg a $G = 100\text{N}$ súlyú teher tartását.

A D és E jelű csatlakozásokhoz 3-3 kötel kapcsolódik, amelyeket a környező falakhoz rögzítünk.

Határozzuk meg szerkezettől és számításokkal a reakcióerőket és a kötélerőket!

$$G = 100\text{N}$$

A G möl 3 db kötélerő tart egyensúlyt

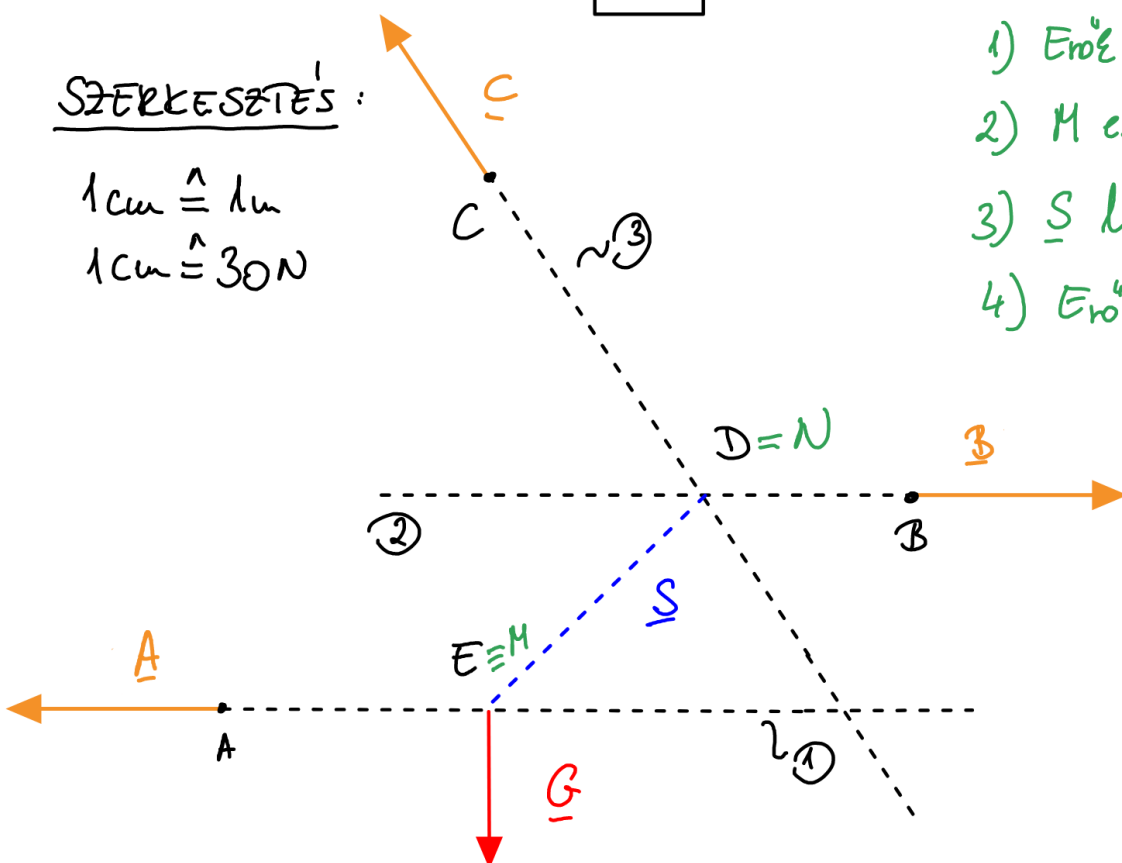


SZERKEZETES:

$$1\text{cm} \hat{=} 1\text{m}$$

$$1\text{cm} \hat{=} 30\text{N}$$

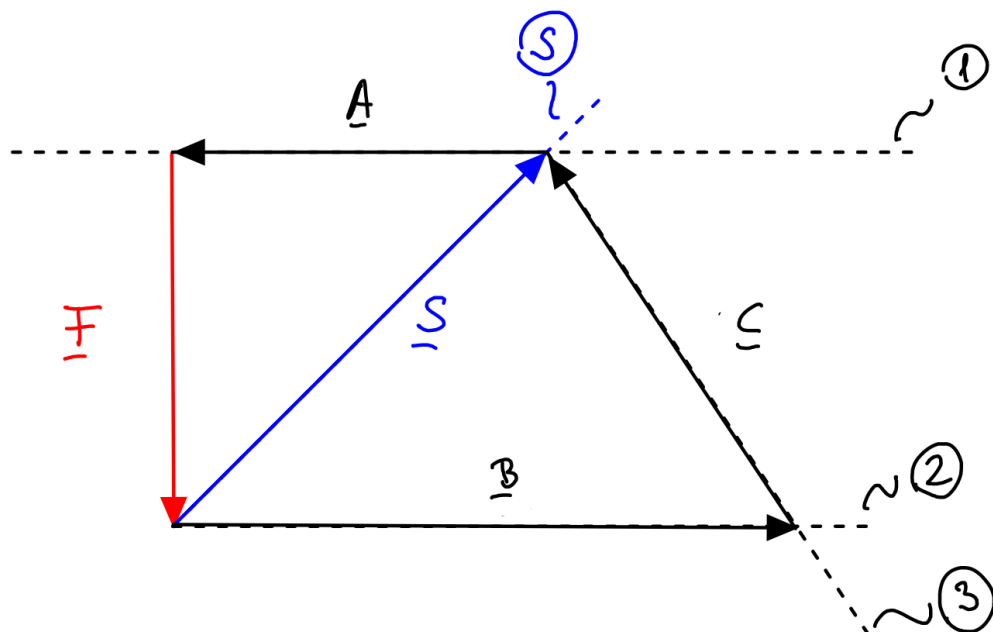
- 1) Erő és hatásvonalak
- 2) M és N pontok
- 3) S hatásvonal
- 4) Erőábra



Eroábra
 $1\text{cm} \hat{=} 30\text{N}$

Kost egyensúly kell, hogy legyen

5) $\hookrightarrow \underline{G}$, \underline{S} és \underline{A} záródó vektor D-et kell alkosszon



6) Az N pontban \underline{S} et felbontjuk ② és ③ irányú komponensekre

7) Leolvasva

$$A = 100\text{N}$$

$$B = 166,67\text{N}$$

$$C = 120\text{N}$$

$$\underline{S} = 141,42\text{N}$$

SZÁMOLÁSSAL:

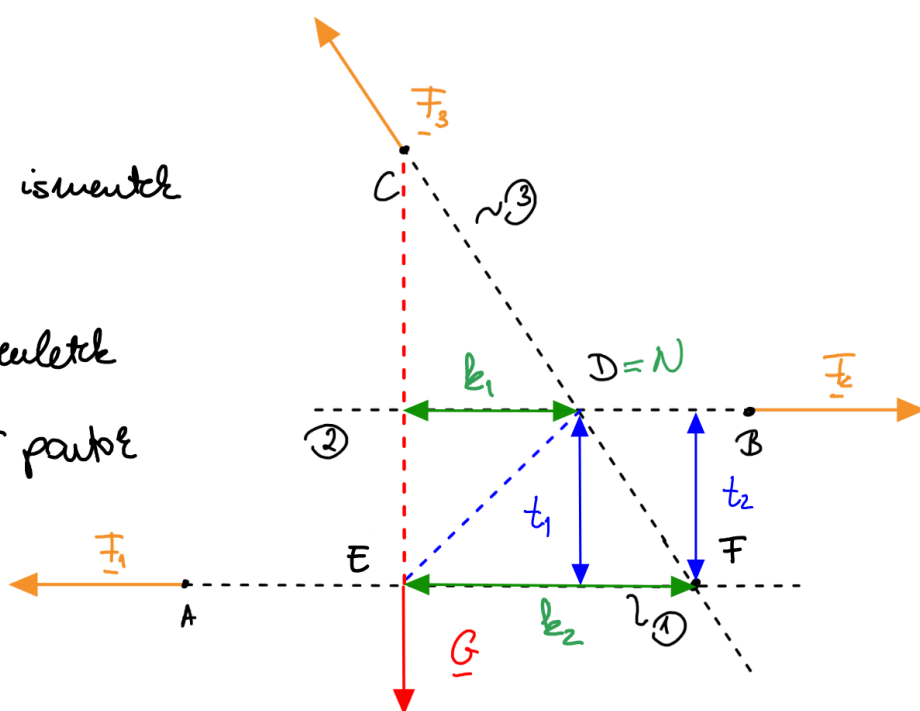
A kötelekben húzóerő

\hookrightarrow hatásvonalak ismertek

Kost egyensúly van

\hookrightarrow egyensúlyi egyenletek

Nyomatékok: D, E, F pontok



$$\cdot \sum M_D = k_1 F - A t_1 = 0 \quad \rightarrow A = \frac{k_1 F}{t_1} = \underline{\underline{100 \text{ N}}}$$

$$k_1 = 2 \text{ m}$$

$$t_1 = 2 \text{ m}$$

$$\cdot \sum M_F = k_2 F - B t_2 = 0 \quad \rightarrow B = \frac{F \cdot k_2}{t_2} = \underline{\underline{166,67 \text{ N}}}$$

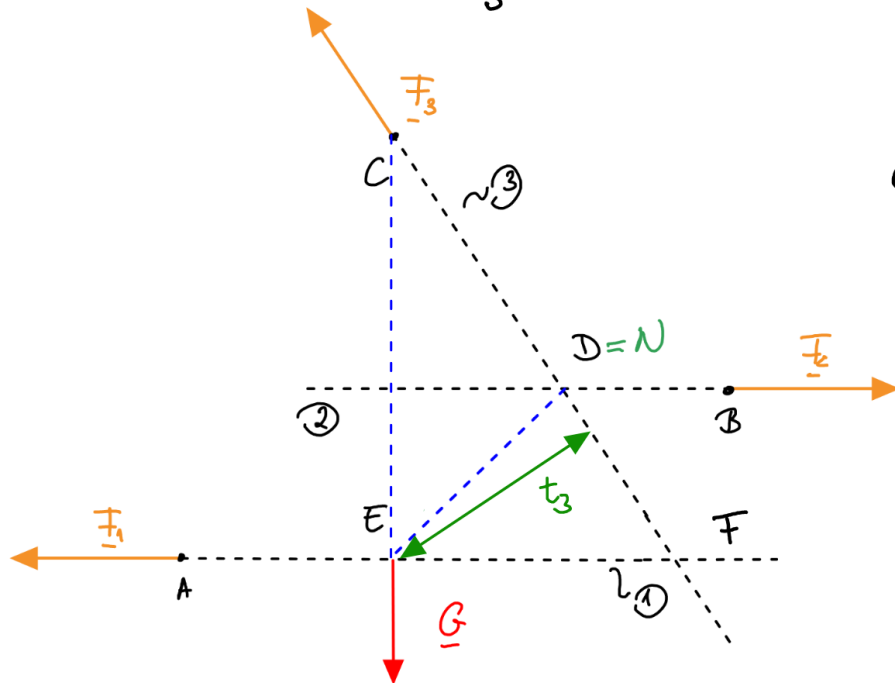
k_2 hasonló háromszögekből

$$\frac{k_1}{3} = \frac{k_2}{5} \quad \rightarrow k_2 = \frac{5}{3} k_1 = \frac{10}{3} \text{ m}$$

$$t_2 = 2 \text{ m}$$

$$\cdot \sum M_E = 0: -k_3 B + t_3 C = 0$$

$$k_3 = 2 \text{ m}$$



$$\overline{CE} = 5 \text{ m}$$

$$\overline{EF} = \frac{10}{3} \text{ m}$$

$$\overline{CF} = \sqrt{\overline{CE}^2 + \overline{EF}^2} = 6,01 \text{ m}$$

$$T_{EFC D} = \frac{\overline{CE} \cdot \overline{EF}}{2} = \frac{\overline{CF} \cdot t_3}{2}$$

$$\hookrightarrow t_3 = \frac{\overline{CE} \cdot \overline{EF}}{\overline{CF}} = \underline{\underline{2,77 \text{ m}}}$$

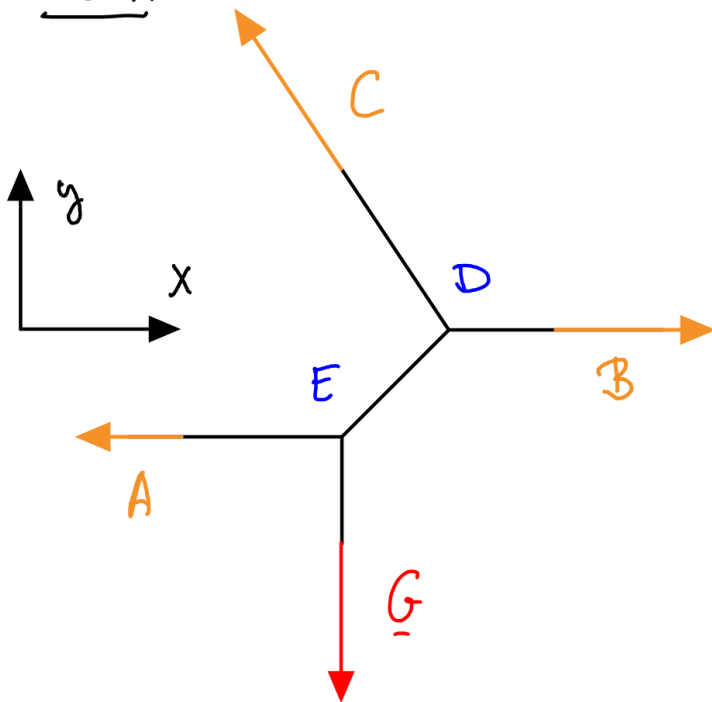
Visszatérve:

$$C = \frac{k_3 \cdot B}{t_3} = \underline{\underline{120,31 \text{ N}}}$$

Másik út \rightarrow Rács szerkezet

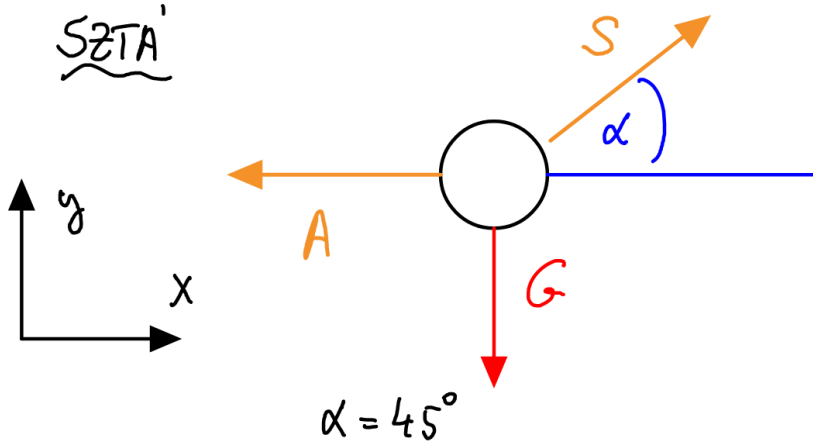
SZTA'

A reakció biztosan kötélingiák



E-csukló'

SZTA'



Egyensúlyi egyenlet:

$$\sum F_x = 0 : -A + S \cos \alpha = 0$$

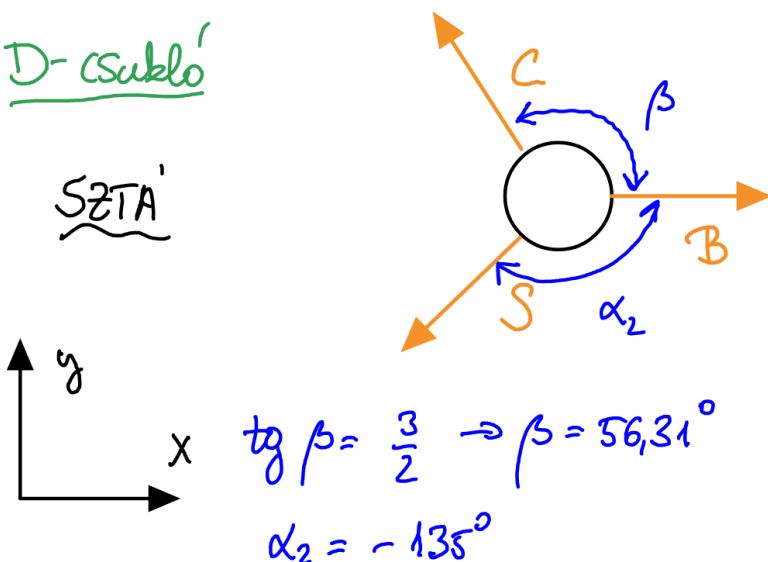
$$\sum F_y = 0 : -G + S \sin \alpha = 0$$

$$S = \frac{G}{\sin \alpha} = G \cdot \sqrt{2} = \underline{\underline{141,42 \text{ N}}}$$

$$A = S \cos \alpha = \underline{\underline{100 \text{ N}}}$$

D-csukló'

SZTA'



Egyensúlyi egyenlet:

$$\sum F_x = 0 : B + S \cos \alpha_2 + C \cos \beta = 0$$

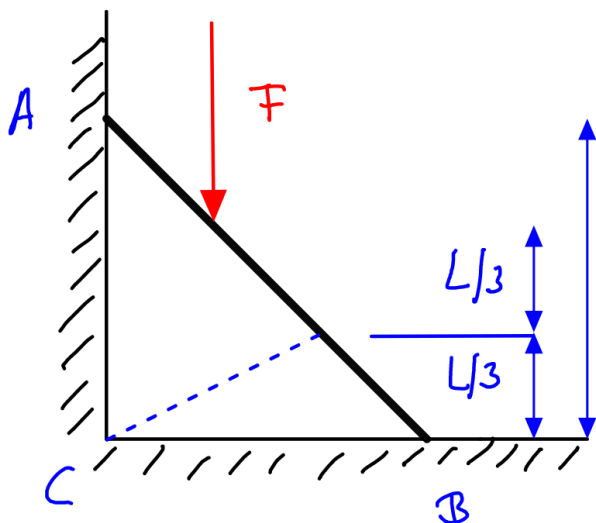
$$\sum F_y = 0 : C \sin \beta + S \sin \alpha_2 = 0$$

$$\hookrightarrow C = -\frac{S \sin \alpha_2}{\sin \beta} = \underline{\underline{120,18 \text{ N}}}$$

$$\hookrightarrow B = -C \cos \beta - S \cos \alpha_2 = \underline{\underline{166,67 \text{ N}}}$$

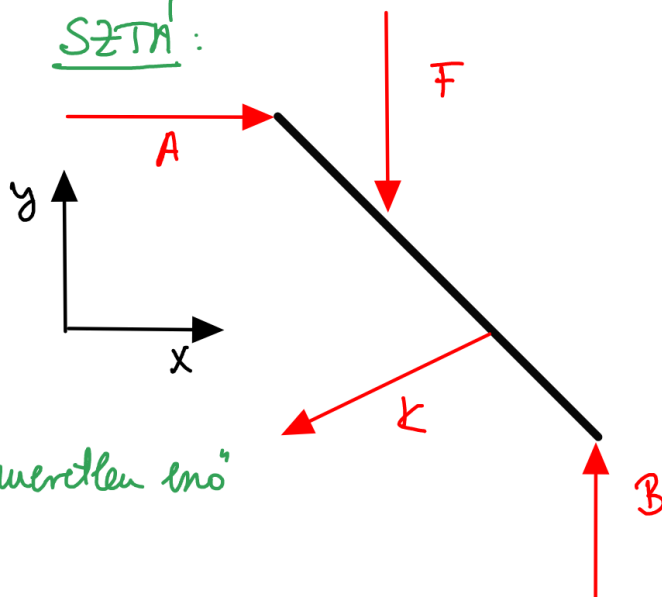
3. feladat

Az AB súlytalannak tekintett rúd a tökéletesen síma vízszintes és függőleges falhoz támaszkodik. A rúd a függőlegesen berajzott F erő terheli. A megcsúszás megakadályozása érdekében a rúd kötéllal a C sarokhoz rögzítjük. Határozzuk meg a falakat támasztó A és B erőket és a K kötélerőt!



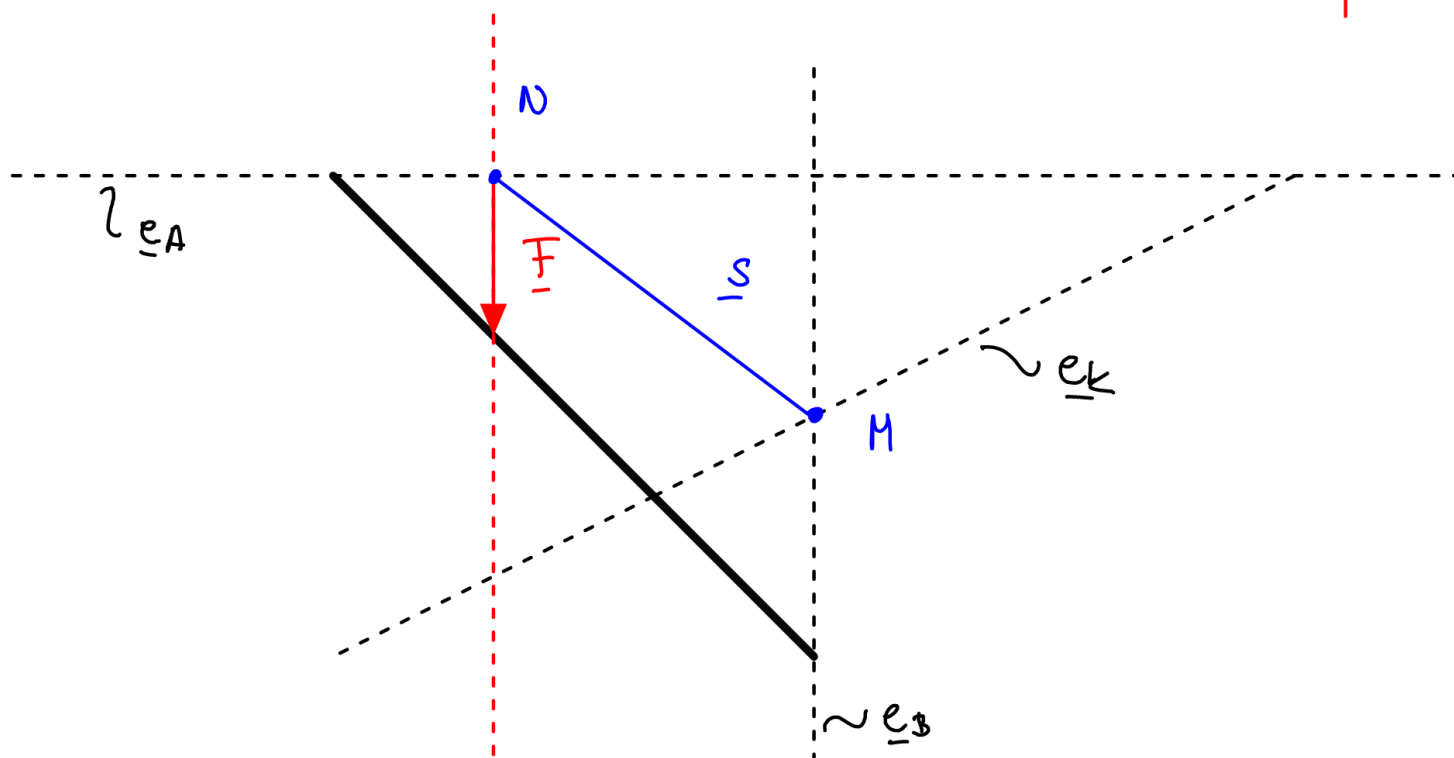
$$F = 60 \text{ kN}$$

SZTA:



3 ismeretlen erő

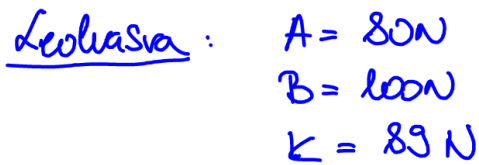
SZERKEZTESSEL:



1) 2-2 erő hatásvonalainak metszéspontja (N és M)

2) $\overline{NM} \rightarrow \underline{S}$ segédvonal hatásvonal

3) Ahol \underline{F} ismert vektorhatásvonal $\rightarrow \underline{A}$ és $\underline{S} \rightarrow$ másik pont
 $\hookrightarrow \underline{B}$ és \underline{C}

$$1 \text{ cm} \hat{=} 1 \text{ kN}$$
[illegible]

$(P, Q, R, T, k) \rightarrow Q, R, T$ - re igazak
fel!

Nyomatéki egyensúlyi egyenletek:

$$\sum M_Q = 0: \quad k_1 F - t_1 k = 0$$

Használó háromszögek

$$CED \sim RAC$$

$$k_1 = \frac{2}{3} L$$

$$\overline{CE} = \frac{2}{3} L$$

$$\overline{ED} = \frac{1}{3} L$$

$$\overline{AC} = L$$

$$\frac{\overline{CE}}{\overline{ED}} = \frac{\overline{RA}}{\overline{AC}}$$

$$\overline{RA} = \frac{\overline{CE} \cdot \overline{AC}}{\overline{ED}} = 2L$$

$$\hookrightarrow \overline{QR} = L \Rightarrow \overline{QT} = \frac{L}{2}$$

$$\overline{TR} = \sqrt{\overline{QR}^2 + \overline{QT}^2} = \sqrt{L^2 + \frac{L^2}{4}} = \frac{\sqrt{5} L}{2}$$

$$T_{QRT\Delta} = \frac{\overline{QR} \cdot \overline{QT}}{2} = \frac{\overline{TR} \cdot t_1}{2}$$

$$\hookrightarrow t_1 = \frac{\overline{QR} \cdot \overline{QT}}{\overline{TR}} = \frac{\frac{L^2}{2}}{\frac{\sqrt{5} L}{2}}$$

$$\underline{\underline{t_1 = \frac{L}{\sqrt{5}}}}$$

Visszatérve $\sum M_Q = 0$ -ba:

$$K = \frac{k_1 F}{t_1} = \frac{2\sqrt{5}}{3} F = \underline{\underline{1,43 F}} \\ = \underline{\underline{89,44 N}}$$

$$\sum M_A = 0 \quad -t_3 A + k_1 F = 0$$

$$t_3 = \frac{L}{2}$$

$$\hookrightarrow A = \frac{k_1 F}{t_3} = \frac{4}{3} F = \underline{\underline{80 N}}$$

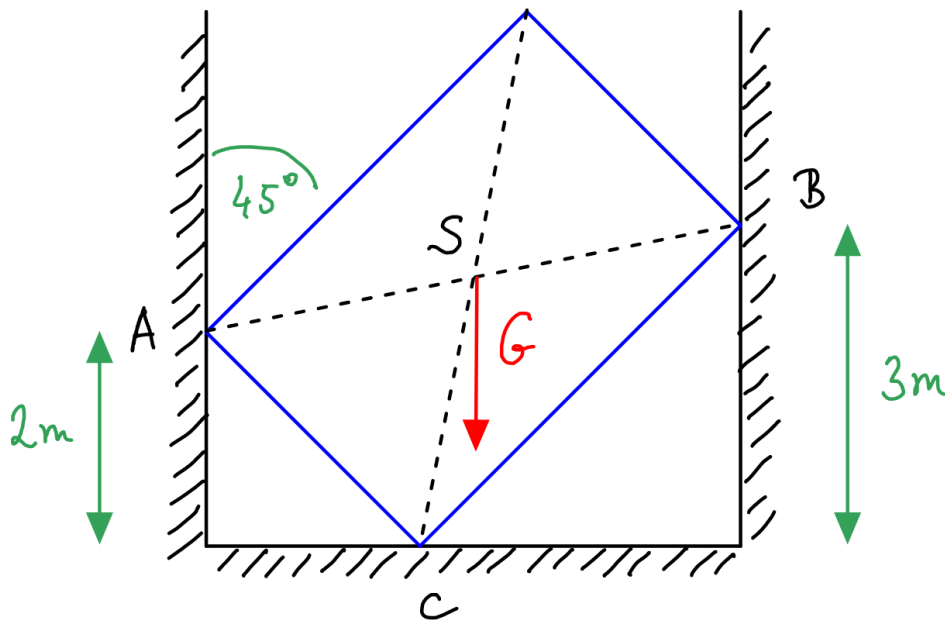
$$\sum M_B = 0 \quad F \cdot k_2 - B \cdot t_2 = 0$$

$$k_2 = L + \frac{2}{3} L = \frac{5}{3} L$$

$$t_2 = L$$

$$\hookrightarrow B = \frac{F \cdot k_2}{t_2} = \frac{5}{3} F = \underline{\underline{100 N}}$$

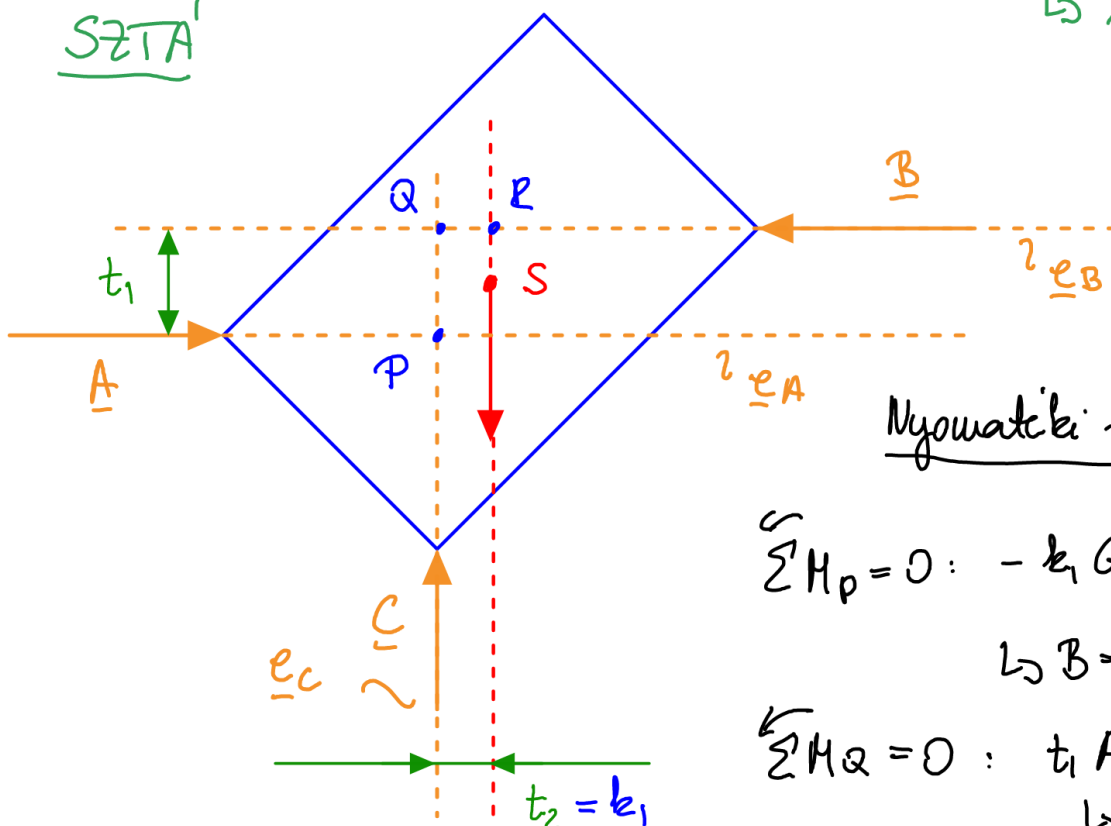
4. feladat Egy téglalap alakú $G = 800\text{ N}$ súlyú testet az alábbi
 vércsbe helyezték. Határozzuk meg az A, B, C helyeken
 a falakról átadódó erőket!



$$G = 800\text{ N}$$

SZÁMÍTÁSSAL

SZETA'



1) Erők hatásvonalai
 \hookrightarrow metszéspontok
 P, Q, R

Nyomatéki egyenlet:

$$\sum M_P = 0: -t_1 G + t_1 B = 0$$

$$\hookrightarrow B = \frac{t_1 G}{t_1} = \frac{1}{2} F = \underline{\underline{400\text{ N}}}$$

$$\sum M_Q = 0: t_1 A - t_2 G = 0$$

$$\hookrightarrow A = \frac{t_2 G}{t_1} = \underline{\underline{400\text{ N}}}$$

$$\sum M_R = 0: t_1 A - t_2 C = 0$$

$$\hookrightarrow C = \frac{t_1 A}{t_2} = \underline{\underline{800\text{ N}}}$$

$$t_1 = 1\text{ m}$$

$$t_2 = 0,5\text{ m}$$

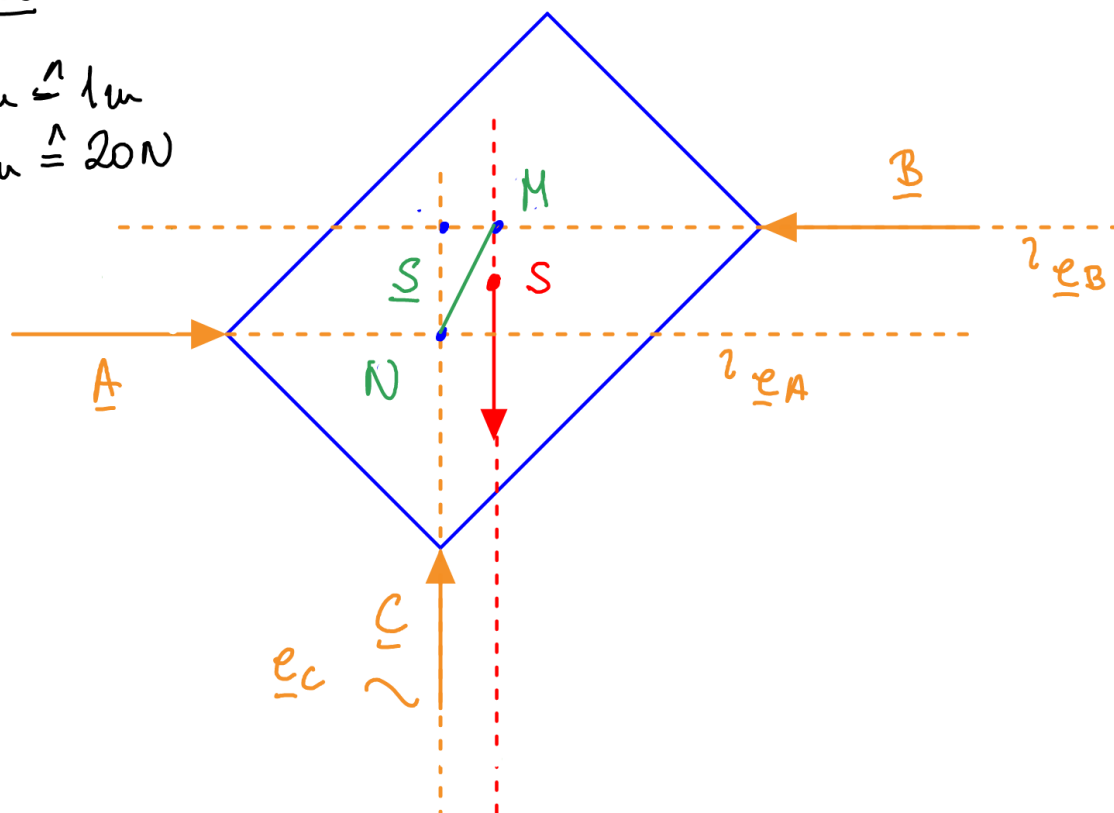
SZERKEZTÉSELE:

- 1) 2-2 mó hatásvonalainak metszéspontja (N és M)
- 2) $\overline{NM} \rightarrow \underline{S}$ segédvonal
- 3) Alól \underline{F} ismét vektorháromszög $\rightarrow \underline{B}$ és $\underline{S} \rightarrow$ másik part
 $\hookrightarrow \underline{A}$ és \underline{C}

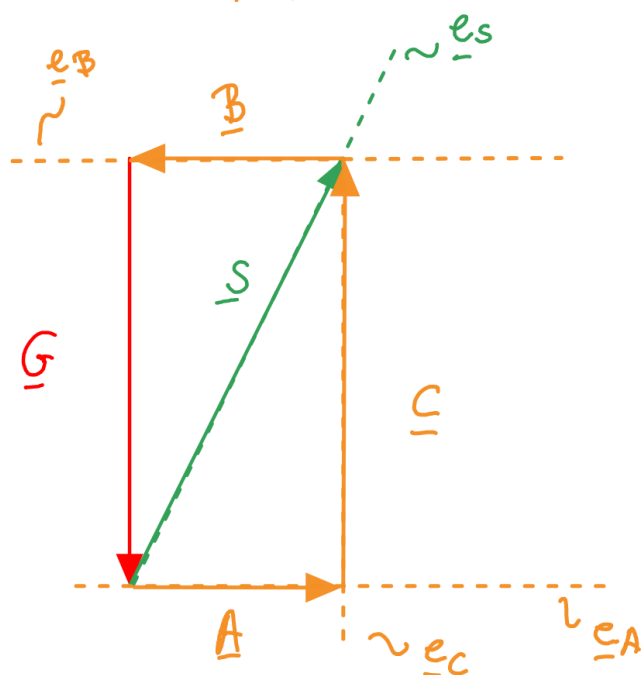
Lépték:

$$1 \text{ cm} \hat{=} 1 \text{ m}$$

$$1 \text{ cm} \hat{=} 20 \text{ N}$$



Erdőbra:



Ledvasra:

$$A = 400 \text{ N}$$

$$B = 400 \text{ N}$$

$$C = 800 \text{ N}$$