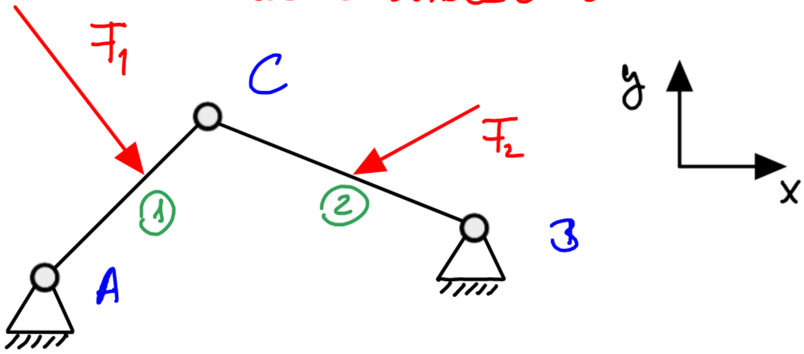
Statika – 6. gyakorlat

Csuklós szerkezetek



Elméleti áttekintés:

↳ „Bakállvány"

Mechanikai modell:

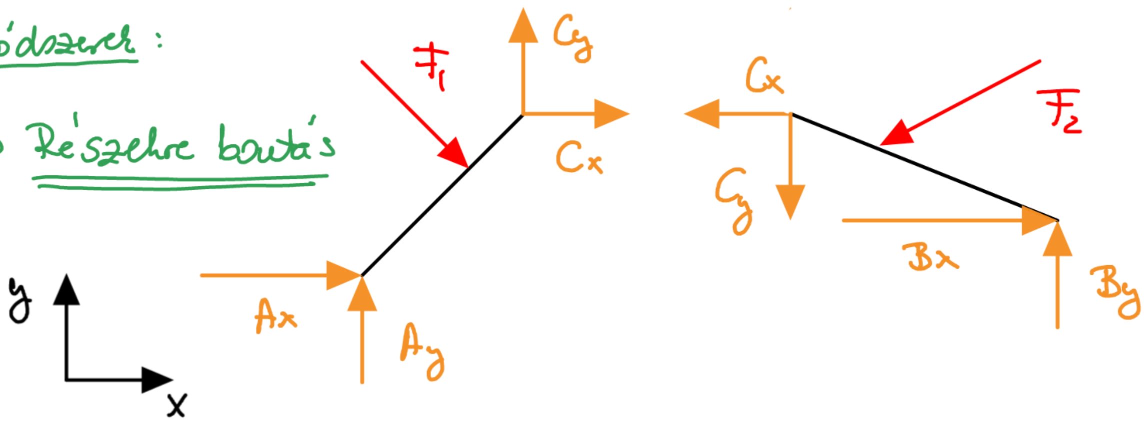
↳ merev rudak csuklósan kapcsolódnak

↳ nem csak a csuklóban van terhelés

↳ két db csukló → 4 ismeretlen!

Megoldási módszerek:

↳ Részekre bontás

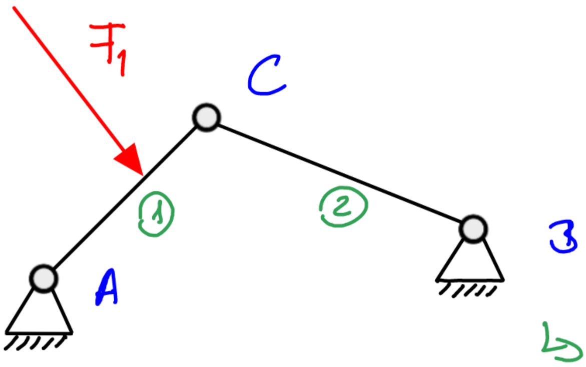


Ismeretlenek: $A_x, A_y, B_x, B_y, C_x, C_y$ — 6 db

Két merev test → 2·3 db egyensúlyi egyenlet! } OK!

↳ Szuperpozíció – A külső terhelést 2 részben vizsgálom!

1. eset: Csak ① re ható külső erők



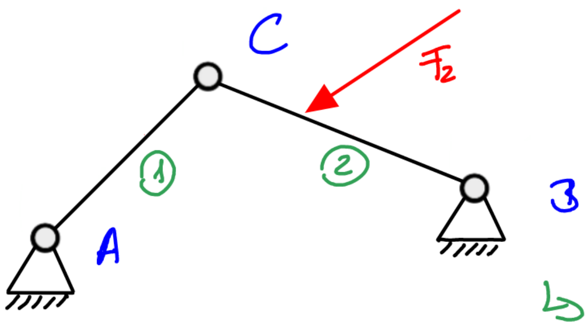
Ekkor a 2es rúd csak a végein terhelt! → rúdirányú a terhelés

Ismeretlenek: A_x'; A_y', B_x', B_y'

de B_x' és B_y' nem független

↳ elég a 3 egyensúlyi egyenlet!

2. eset: Csak ② re ható külső erők



Ekkor az ① és rúd csak a végein terhelt! → rúdirányú a terhelés

Ismeretlenek: A_x''; A_y'', B_x'', B_y''

de A_x'' és A_y'' nem független

↳ elég a 3 egyensúlyi egyenlet!

SZUPERPOZÍCIÓ ELVE:

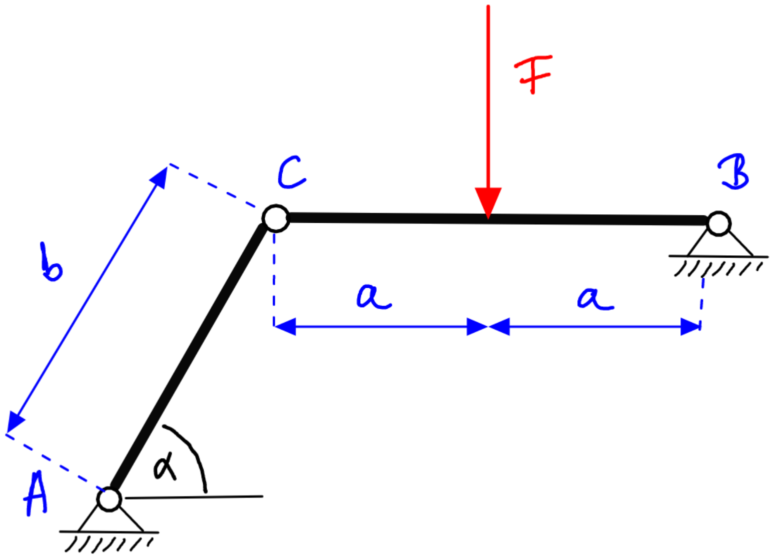
A külső erők külön-külön vett hatásainak összege adja az együttes hatást!

$$A_x = A_x' + A_x'' \qquad B_x = B_x' + B_x''$$

$$A_y = A_y' + A_y'' \qquad B_y = B_y' + B_y''$$

Az egyensúlyi egyenletek ún. lineáris rendszert alkotnak!

1. feladat Határozzuk meg számítással a reakcióerőket!



Adatok:

$F = 2000\,N$

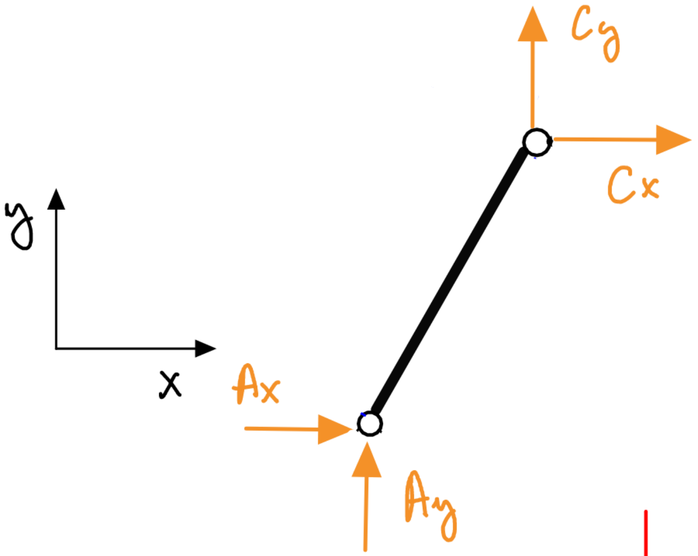
$a = 2\,m$

$b = 3\,m$

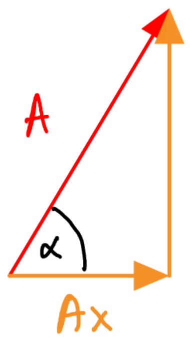
$\alpha = 60^\circ$

Használjuk ki, hogy az AB rúdon nincs külső terhelés

↳ Biztosan rúdirányú lesz a két végén ráható erő!



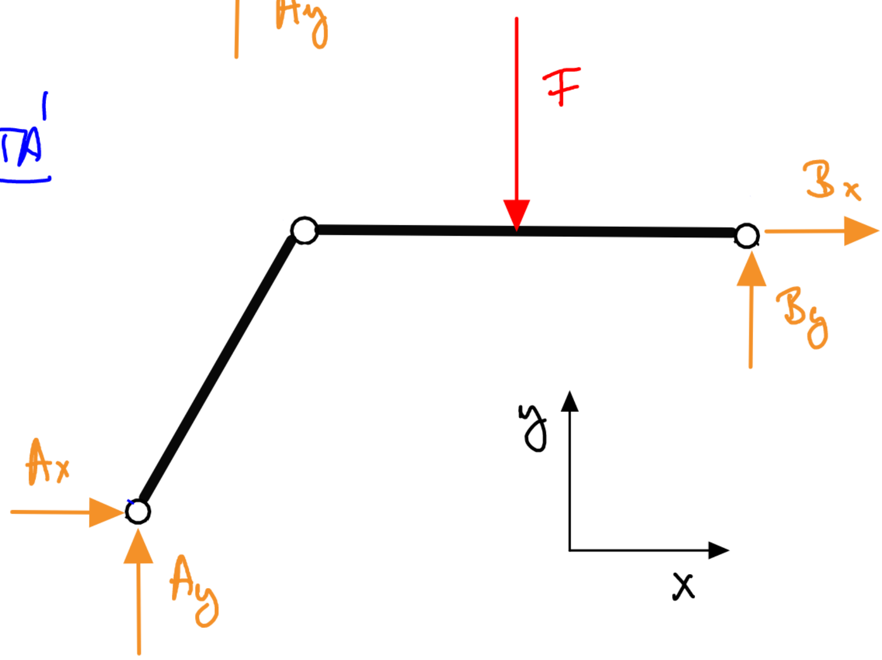
↳



$A_x = A\cos\alpha$

$A_y = A\sin\alpha$

SZTÁ



Egyensúlyi egyenletek:

$$\sum F_x = 0: \quad A_x + B_x = 0$$

$$\sum F_y = 0: \quad A_y + B_y - F = 0$$

$$\curvearrowleft \sum M_C = 0: \quad -F \cdot a + B_y \cdot 2a = 0$$ → A nyomatéki
határozott C-n!

$$B_y = \frac{Fa}{2a} = \frac{F}{2} = 1000 N \ (\uparrow)$$

$$A_y = F - B_y = 1000 N \ (\uparrow)$$

Korábbról tudjuk: $A = \frac{A_y}{\sin\alpha} = 1154,7 N$

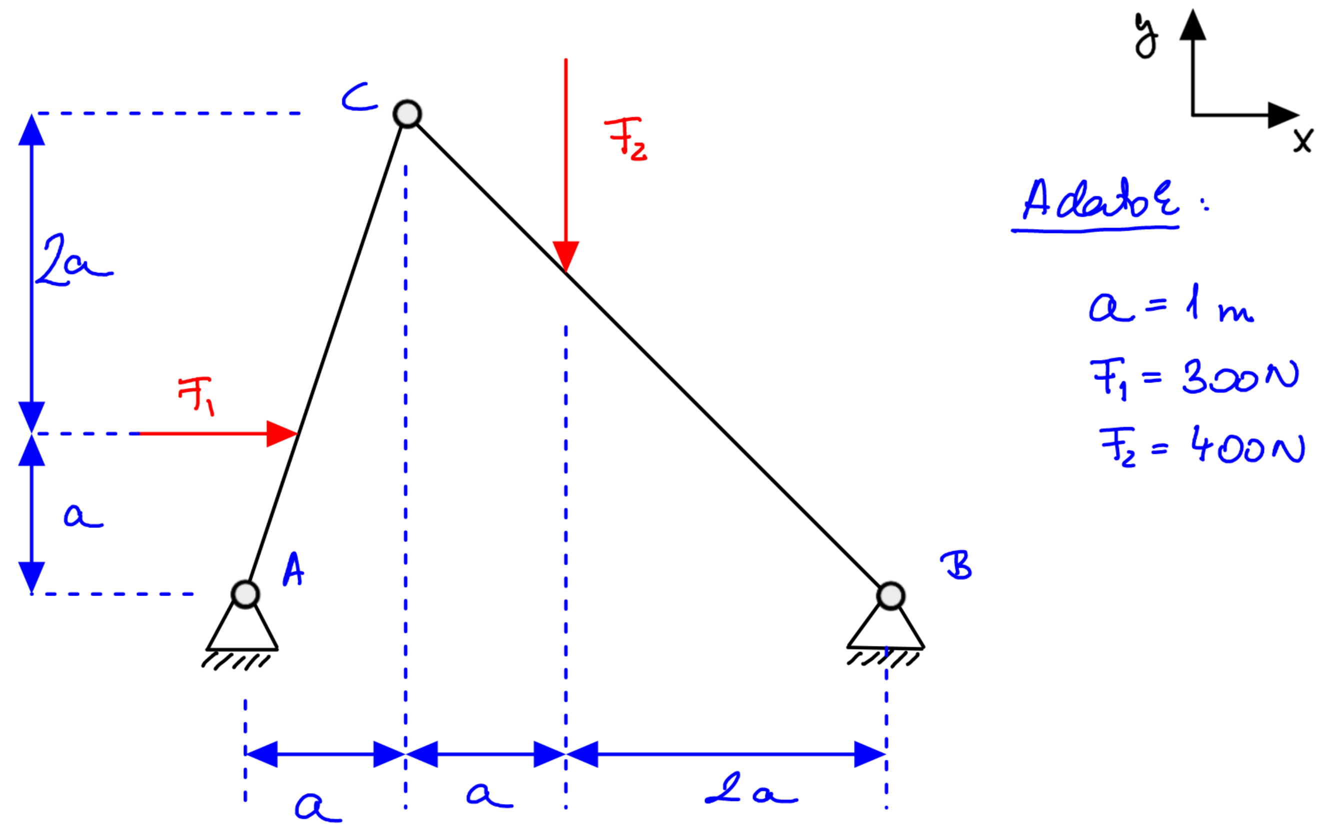
Ebből: $A_x = A \cos\alpha = 577,3 N \ (\rightarrow)$

$$B_y = -A_x = -577,3 N \ (\leftarrow)$$

Vektorosan:

$$\underline{A} = \begin{bmatrix} 577,3 \\ 1000 \end{bmatrix} N \qquad \underline{B} = \begin{bmatrix} -577,3 \\ 1000 \end{bmatrix} N$$

2. feladat Határozzuk meg számítással és szerkesztéssel az alábbi bakállvány esetén a reakcióerőket!



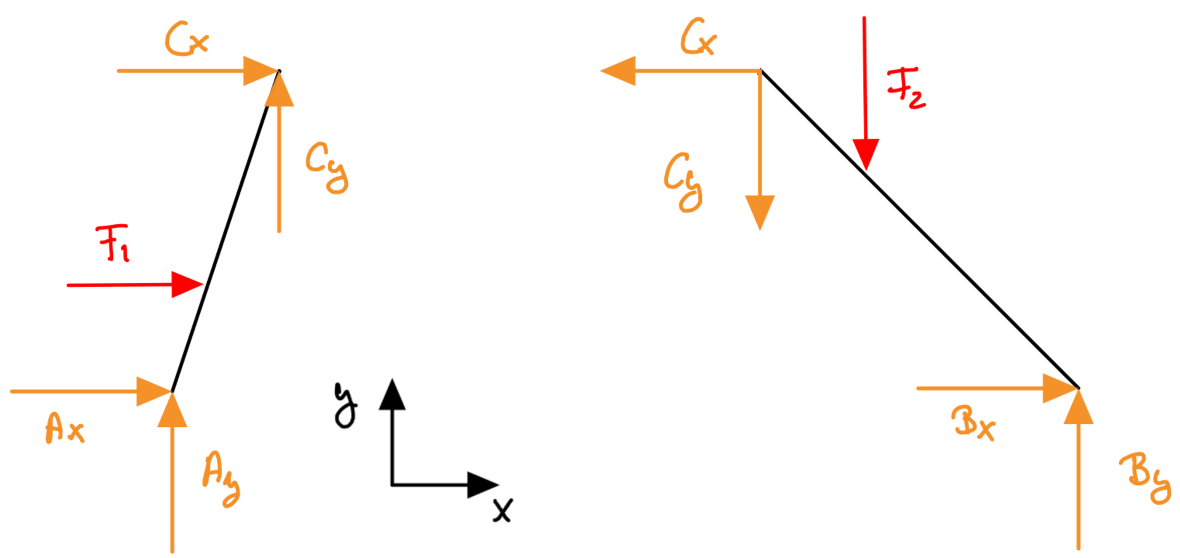
Adatok:

$a = 1\ m$

$F_1 = 300 N$

$F_2 = 400 N$

SZÁMÍTÁSSAL → Részekre bontás



Egyensúlyi egyenletek:

① -es rúd

$\sum F_x = 0 \rightarrow A_x + F_1 + C_x = 0 \quad (1)$

$\sum F_y = 0 \rightarrow A_y + C_y = 0 \quad (2)$

$\curvearrowleft \sum M_C = 0 \rightarrow 2a\,F_1 + 3a\,A_x - a\,A_y = 0 \quad (3)$

② es rúd

$\sum F_x = 0 \rightarrow B_x - C_x = 0 \quad (4)$

$\sum F_y = 0 \rightarrow B_y - C_y - F_2 = 0 \quad (5)$

$\curvearrowleft \sum M_C = 0 \rightarrow -a\,F_2 + 3a\,B_y + 3a\,B_x = 0$

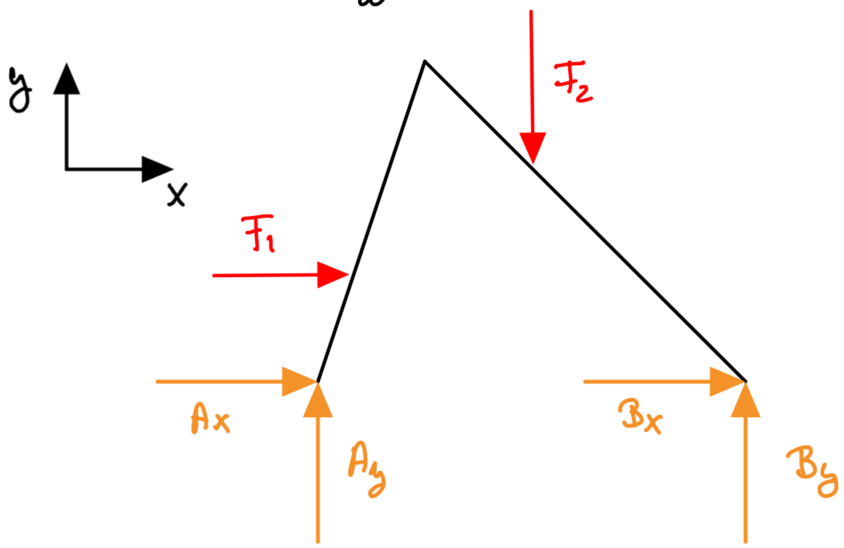
(6)

Ez 6 ismeretlen $\rightarrow$ $A_x, A_y, B_x, B_y, C_x, C_y$

6 db egyenlet $\rightarrow$ meg lehet oldani!

Hosszú lehet a számítás!

$\hookrightarrow$ Érdemes felírni a teljes szerkezetre az egyensúlyi egyenleteket!



$$\sum F_x = 0 \rightarrow A_x + B_x + F_1 = 0$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow A_y + B_y - F_2 = 0$$

$$\sum M_A = 0 \rightarrow -a F_1 - 2a F_2 + 4a B_y = 0$$

$\hookrightarrow$ Ebből: $B_y = \dfrac{a F_1 + 2a F_2}{4a} = \dfrac{F_1 + 2F_2}{4} = \underline{\underline{275\,N}}$

$\hookrightarrow$ $A_y = F_2 - B_y = \underline{\underline{125\,N}}$

Ezeket visszaírva a 3. egyenletbe:

$$A_x = \frac{-2a F_1 + a A_y}{3a} = \frac{-2F_1 + A_y}{3} = \underline{\underline{-158,33\,N}}$$

Majd (6)-ból:

$$B_x = \frac{a F_2 - 3a B_y}{3a} = \frac{F_2 - 3B_y}{3} = \underline{\underline{-141,67\,N}}$$

(4)-ből: $C_x = B_x = \underline{\underline{-141,67\,N}}$ végül (2)-ből $C_y = -A_y = \underline{\underline{-125\,N}}$

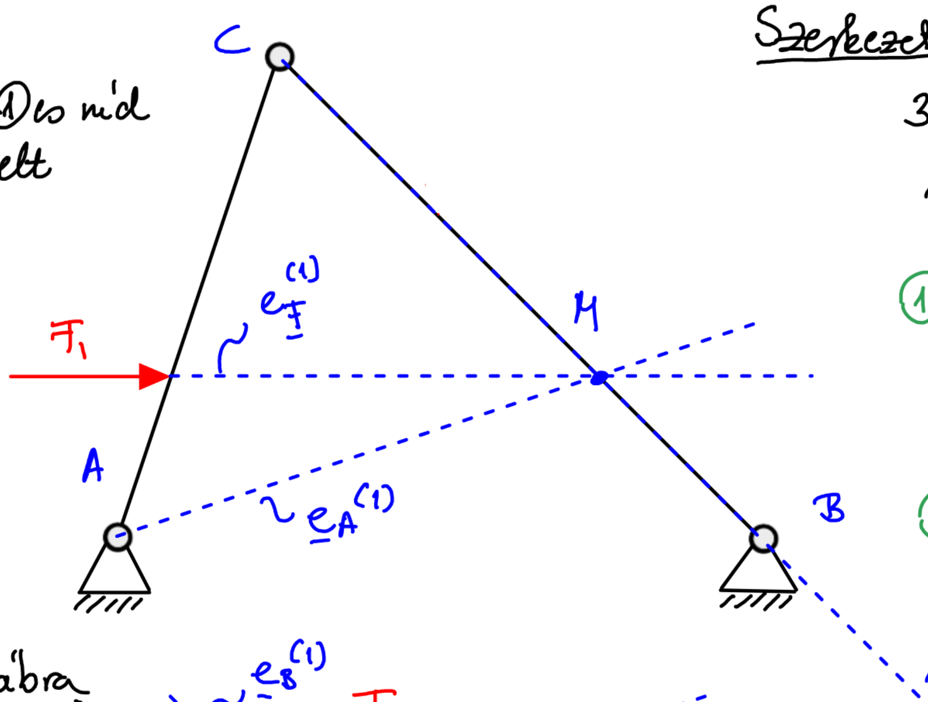
SZERKESZTÉSSEL:

Szuperpozíció elve

↳ Bontsuk két részre

I. eset

Csak ①-es rúd terhelt



Szerkezeti ábra

3 cm ≙ 1 m

1 cm ≙ 100 N

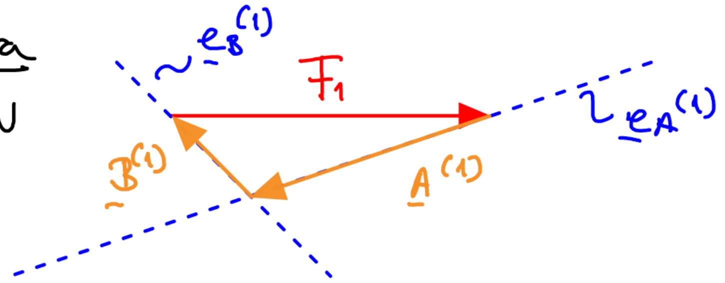
① CB rúdon nincs terhelés → B erő hatásvonala e_B

② A tartóra 3 erő hat
↳ egy pontban kell metsződni
$e_F^{(1)}$ és $e_B^{(1)}$ metszése M

③ e_A szerkesztése!

Erőábra

1 cm ≙ 50 N



II. eset Csak ②-es rúd terhelt

Szerkezeti ábra

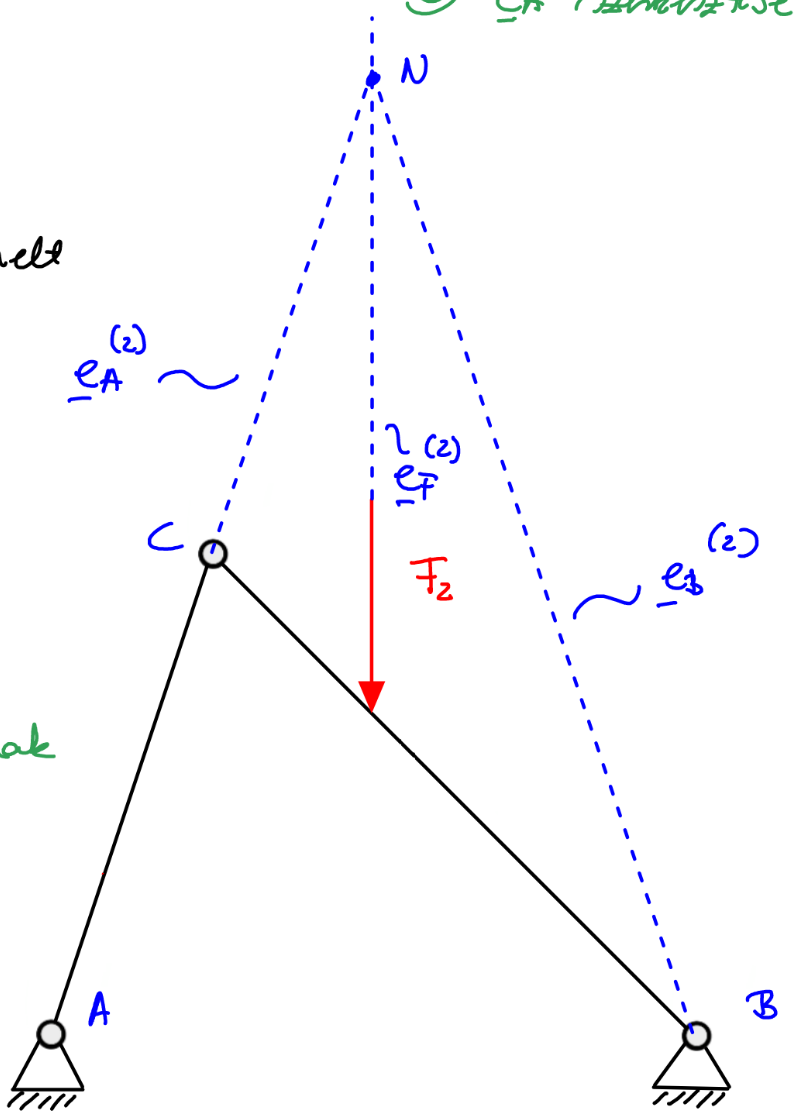
3 cm ≙ 1 m

1 cm ≙ 100 N

① $e_A^{(2)}$ hatásvonal $\overline{AC}$ mert rúdirányú

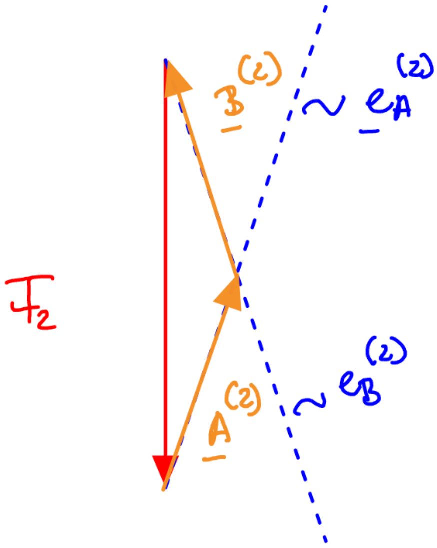
② F_2 és A hatásvonalainak metszése (N)

③ $e_B^{(2)}$ hatásvonal



Erőábra

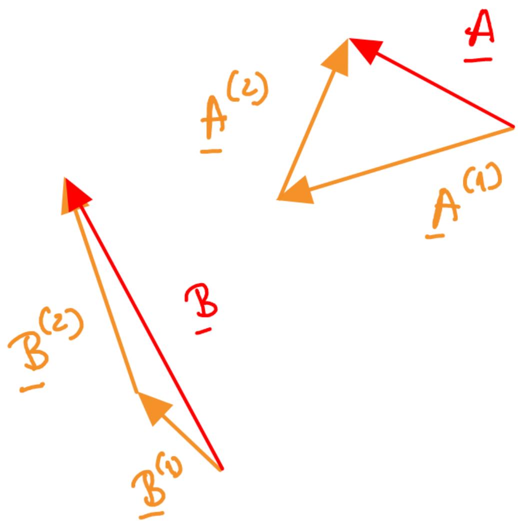
1cm ≙ 50N



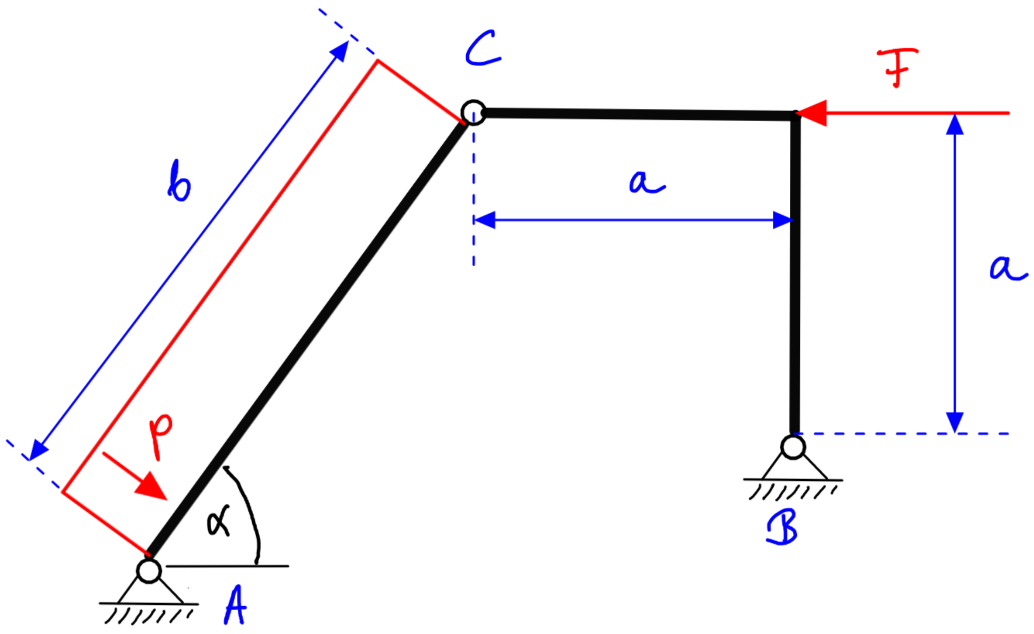
Eredők

$$\underline{A} = \underline{A}^{(1)} + \underline{A}^{(2)}$$

$$\underline{B} = \underline{B}^{(1)} + \underline{B}^{(2)}$$



3. feladat Határozzuk meg a reakcióerőket a részekre bontás módszerével!



Adatok:

$p = 400\ N/m$

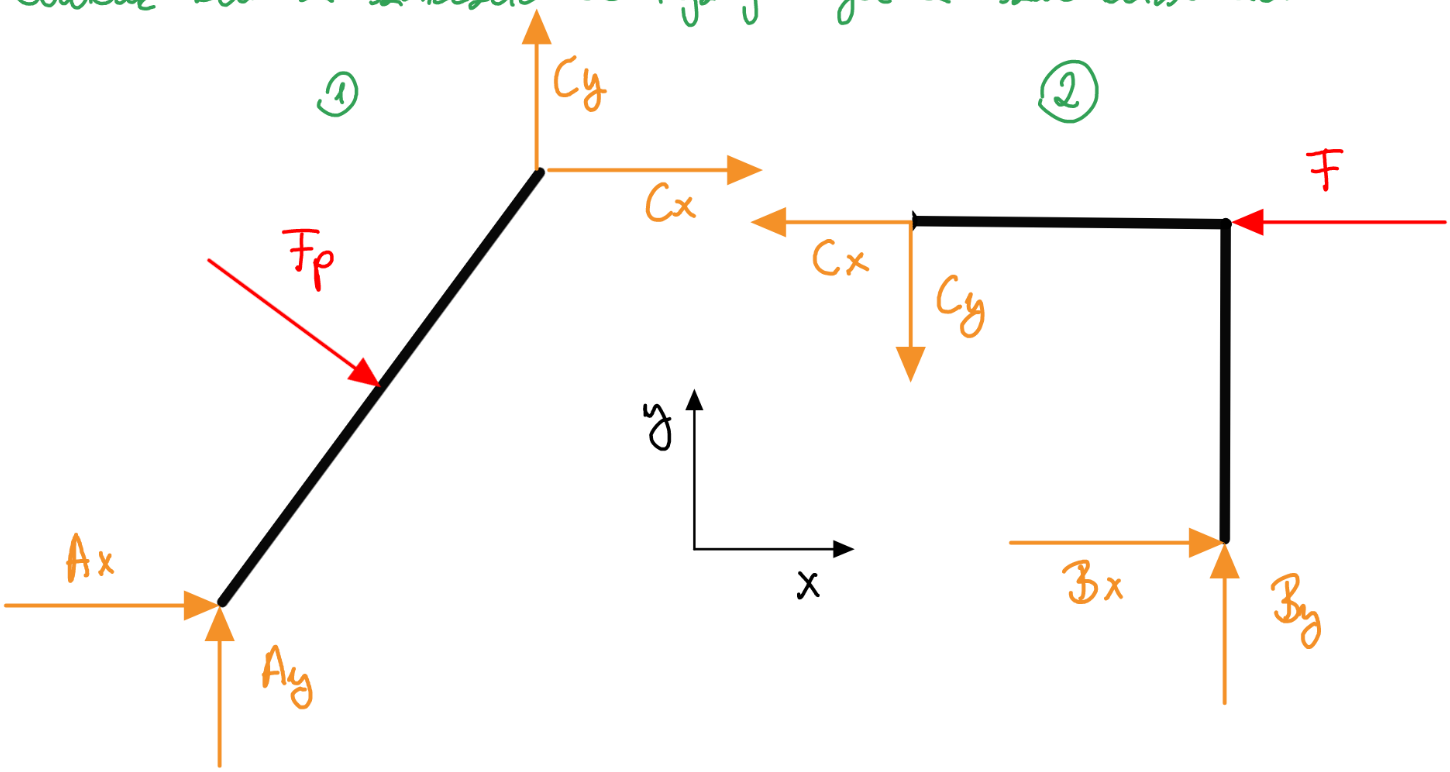
$F = 500\ N$

$a = 1\ m$

$b = 1{,}5\ m$

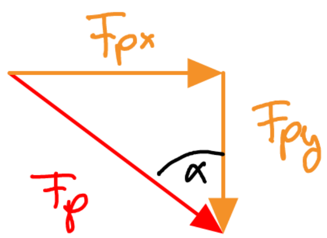
$\alpha = 60°$

Bontsuk ketté a szerkezetet és rajzoljuk fel a szabadtest ábrát!



A megoszló erőrendszer helyett Fp koncentrált erő

$F_p = p \cdot b = 600 N$



$F_{px} = F_p \sin\alpha$

$F_{py} = F_p \cos\alpha$

Egyensúlyi egyenletek:

① - es test

$\sum F_x = 0: \quad A_x + F_p \sin\alpha + C_x = 0 \quad (1)$

$\sum F_y = 0: \quad A_y + C_y - F_p \cos\alpha = 0 \quad (2)$

$\curvearrowleft \sum M_A = 0: \quad -C_x\, b\sin\alpha + C_y\, b\cos\alpha - F_p \frac{b}{2} = 0 \quad (3)$

②-es test

$\sum F_x = 0: \quad -C_x - F + B_x = 0 \quad (4)$

$\sum F_y = 0: \quad B_y - C_y = 0 \quad (5)$

$\curvearrowleft \sum M_C = 0: \quad B_y a + B_x a = 0 \quad (6)$

$(6): \rightarrow \quad B_y = -B_x$

$(5): \rightarrow \quad C_y = B_y$

$(4): \rightarrow \quad C_x = B_x - F$

Ezeket a (3)-ba: $\quad -(B_x - F)\, b\sin\alpha + B_y\, b\cos\alpha - F_p \cdot \frac{b}{2} = 0$

$$-B_x\, b\sin\alpha + F b\sin\alpha - B_x b\cos\alpha - F_p \frac{b}{2} = 0$$

$$-B_x(b\sin\alpha + b\cos\alpha) = F_p \frac{b}{2} - F\, b\sin\alpha$$

$$B_x = \frac{-F_p \frac{b}{2} + F b\sin\alpha}{b\sin\alpha + b\cos\alpha} = \underline{\underline{97{,}37\,N}} \quad (\rightarrow)$$

$$B_y = -\underline{\underline{97{,}37\,N}} \quad (\downarrow)$$

$$C_y = -\underline{\underline{97{,}37\,N}}$$

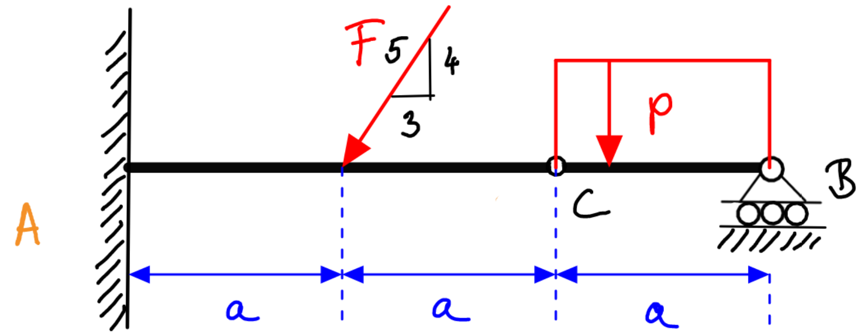
$$C_x = -\underline{\underline{402{,}63\,N}}$$

} mindenhol ellentétes a felvett iránnyal!

$(1): \quad A_x = -C_x - F_p \sin\alpha = -\underline{\underline{116{,}98\,N}} \quad (\leftarrow)$

$(2): \quad A_y = F_p \cos\alpha - C_y = \underline{\underline{397{,}37\,N}} \quad (\uparrow)$

4. feladat Határozzuk meg a reakcióerőket és a C csuklóerőt!



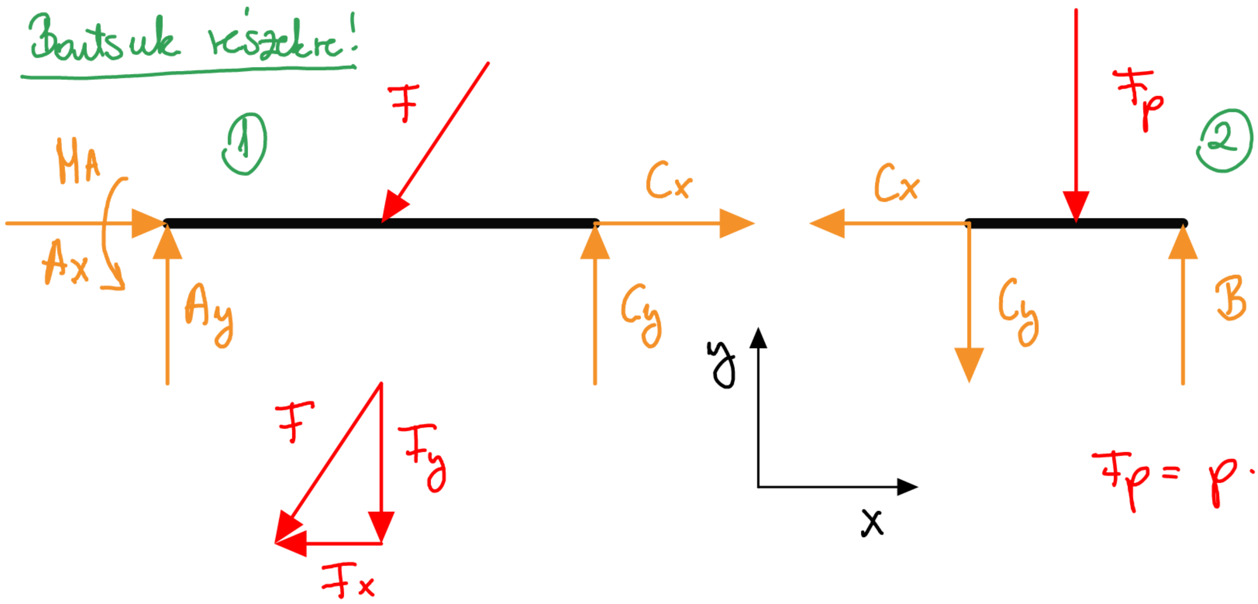
Adatok:

$F = 10\ kN$

$p = 4\ kN/m$

$a = 2\ m$

Bontsuk részekre!



$F_p = p \cdot a = 8\ kN$

$F_y = 8\ kN$

$F_x = 6\ kN$

Egyensúlyi egyenletek:

$\sum F_x = 0: \quad A_x - F_x - C_x = 0 \quad (1)$

$\sum F_y = 0: \quad A_y - F_y + C_y = 0 \quad (2)$

$\sum M_C = 0: \quad -A_y \cdot 2a + F_y \cdot a + M_A = 0 \quad (3)$

$\sum F_x = 0: \quad C_x = 0 \quad (4)$

$\sum F_y = 0: \quad -C_y + B - F_p = 0 \quad (5)$

$\sum M_C = 0: \quad -F_p \cdot \frac{a}{2} + B \cdot a = 0 \quad (6)$

(6): $B = \dfrac{F_p \cdot \frac{a}{2}}{a} = \dfrac{F_p}{2} = \underline{\underline{4\ kN}}\ (\uparrow)$

(5): $C_y = B - F_p = \underline{\underline{-4\ kN}}$

(4): $\underline{\underline{C_x = 0}}$

$\rightarrow$ (1): $A_x = C_x + F_x = \underline{\underline{6\ kN}}\ (\rightarrow)$

(2): $A_y = F_y - C_y = \underline{\underline{12\ kN}}\ (\uparrow)$

(3): $M_A = A_y \cdot 2a - F_y \cdot a =$

$= \underline{\underline{32\ kNm}}\ (\curvearrowleft)$