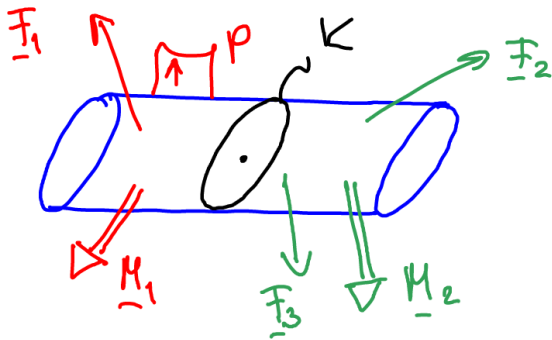


Statika - 6. hét

Igénybevételek I.

Elvéleti összefoglaló:

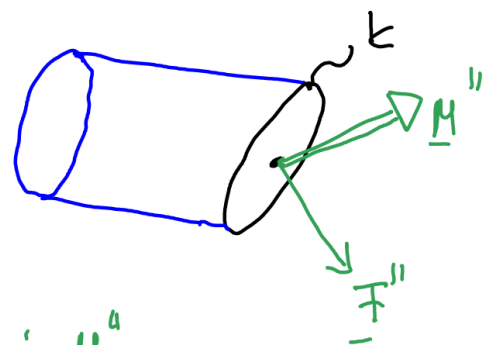
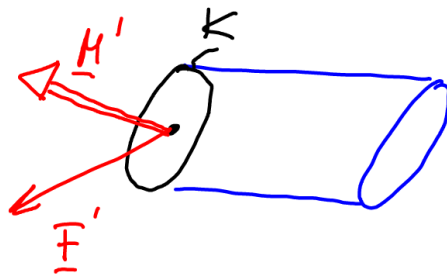
- mechanikai modell: rudmodell (egenes v. görbe)
- Igénybevétel: egy níl adott keresztmetszetet éró
erőhatás



A K keresztmetszetben

balról

jóbról



\underline{M}' és \underline{F}' az elhagyott bal rész
hatása

- ↳ \underline{F}' koncentrált erő
- ↳ \underline{M}' koncentrált erőpár

\underline{F}'' és \underline{M}'' az
elhagyott jóbb rész
hatása

- ↳ \underline{F}'' konc. erő
- ↳ \underline{M}'' konc. erőpár

Mindig a keresztmetszet súlypontjába !!

Az igénybevétel tehát a km. egyik oldalán lévő erőrendszerek
a keresztmetszet súlypontjára számított nyomaték

• erő $\rightarrow \underline{F} = \underline{N} + \underline{V}$

\underline{N} - normálerő (mídirányú)

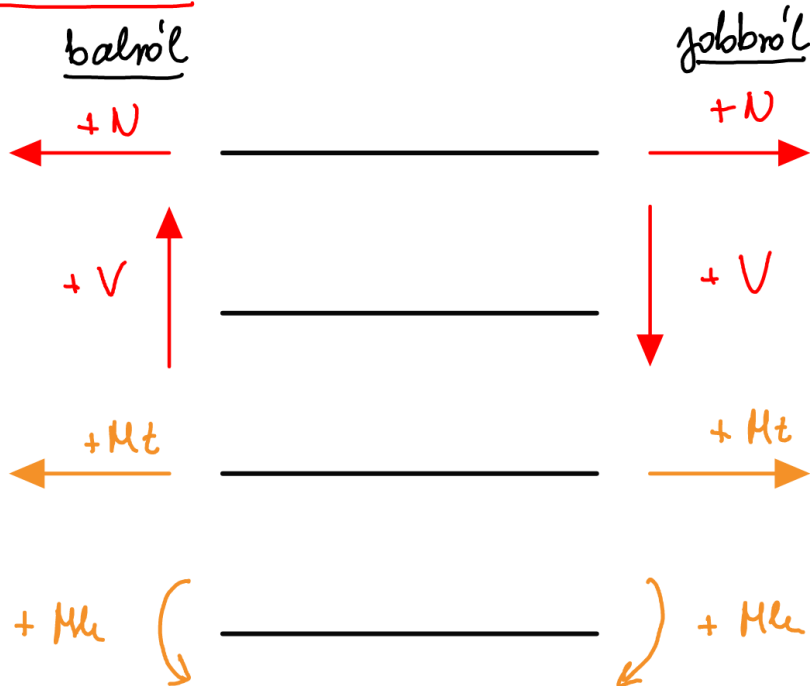
\underline{V} - nyíróerő (a mídra menőleges
azaz a km. síkjába esik)

• nyomaték : $\rightarrow M = M_t + M_k$

M_t - csavarónyomaték (nidirányú)

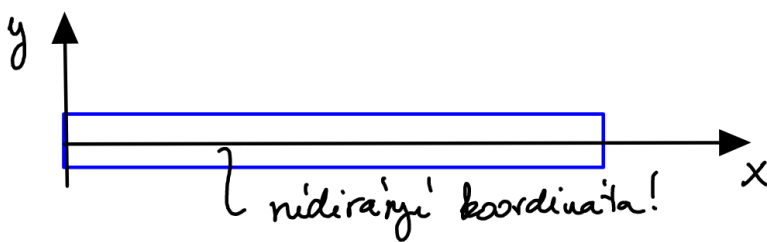
M_k - hajlítónyomaték (nidra menőleges)

Előjelkonvenció:



Ígénybevételi függvények:

Ha minden km-re kiszámoljuk
 \rightarrow x-koordináta függvény!



$N(x)$
 $V(x)$
 $M_k(x)$
 $M_t(x)$

grafikusan
 felrajzolja
 \downarrow
 igénybevételi
 függvény

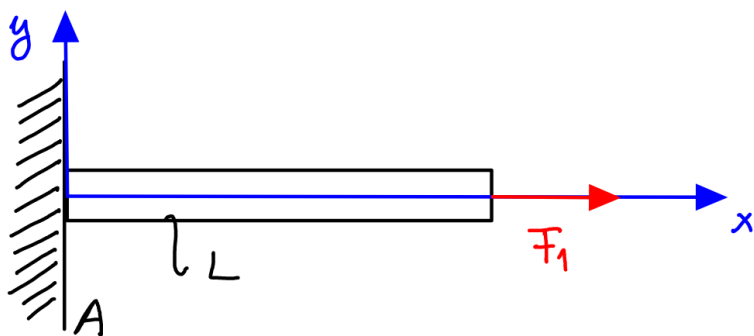
plusz függvény: megosztó terhelés $p(x)$

Kapcsolat:

$$V'(x) = p(x)$$

$$M_k'(x) = -V(x)$$

1. feladat Határozzuk meg az igénybeveteli függvényeket és rajzoljuk fel az igénybeveteli ábrákat!



Feltétel!

A teljes rendszert ismerni kell az az oldalon, ahol elhagyjuk a rendszert!

jobbrol: F_1 ismert

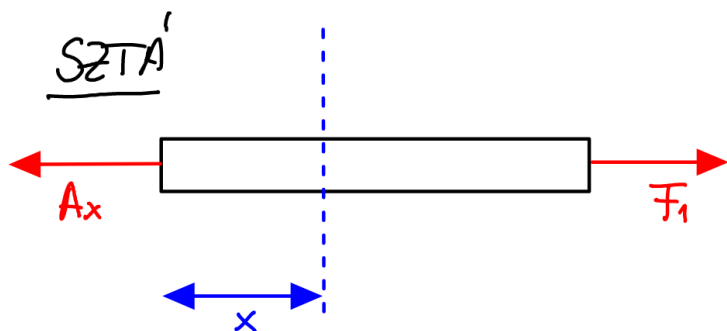
balrol: reakcióerő ismeretlen
 \downarrow számolni kell

$$A_x = F_1 \quad (\leftarrow)$$

$$A_y = 0$$

$$M_A = 0$$

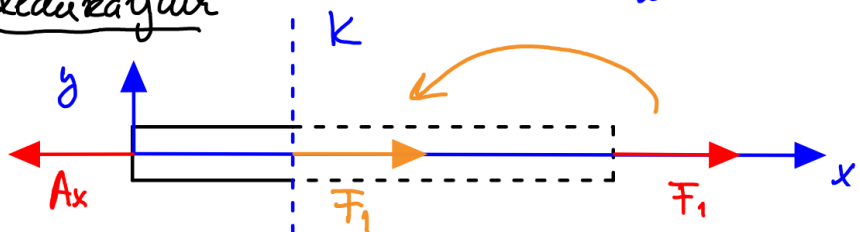
SZTA'



Választunk egy tetszőleges keresztmetszetet \rightarrow K

\hookrightarrow Ennek a távolsága a bal végétől legyen x

Redukáljuk



Függvények

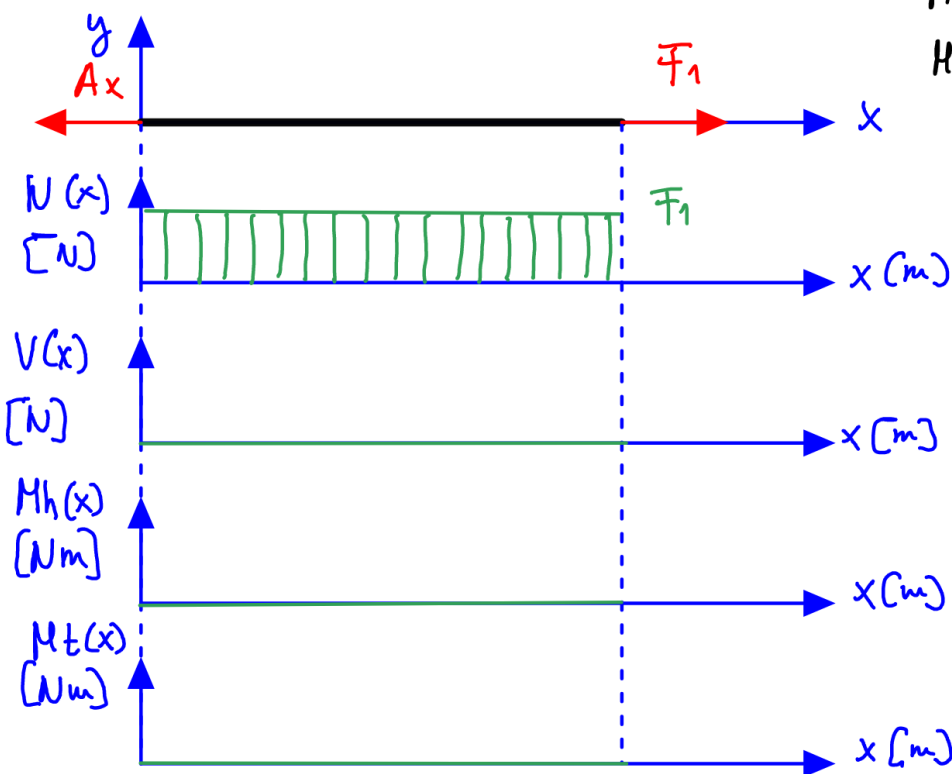
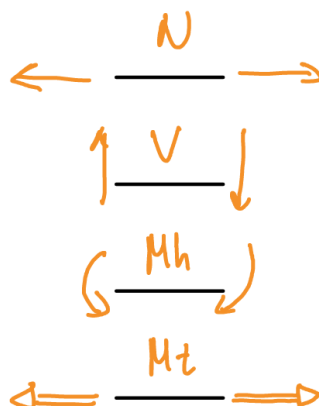
$$N(x) = F_1 = A_x$$

$$V(x) = 0$$

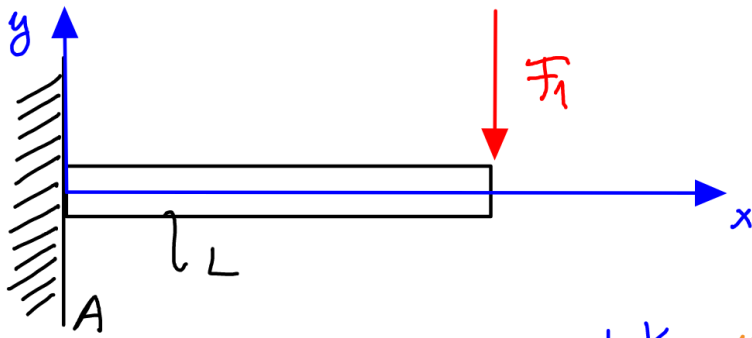
$$M_h(x) = 0$$

$$M_t(x) = 0$$

ha balról

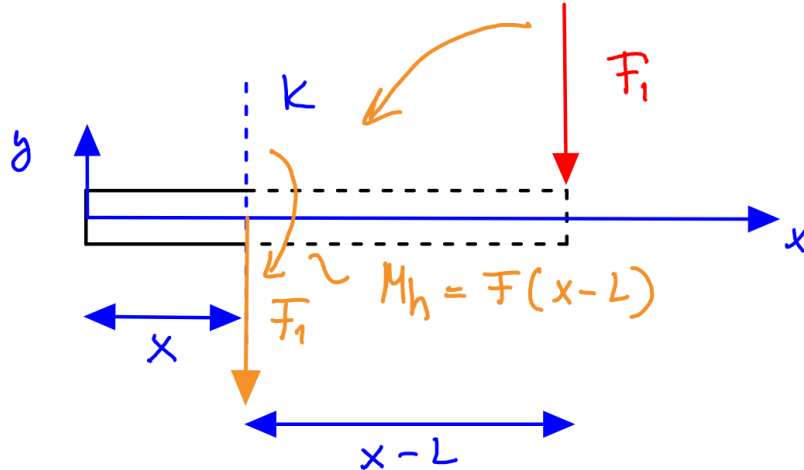


2. feladat Határozzuk meg az igénybeveteli függvényeket és rajzoljuk fel az igénybeveteli ábrákat!



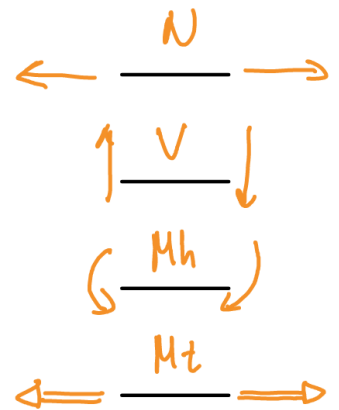
Most is az egyensúlyról kezdve megyünk jobbra!

Redukáljuk!

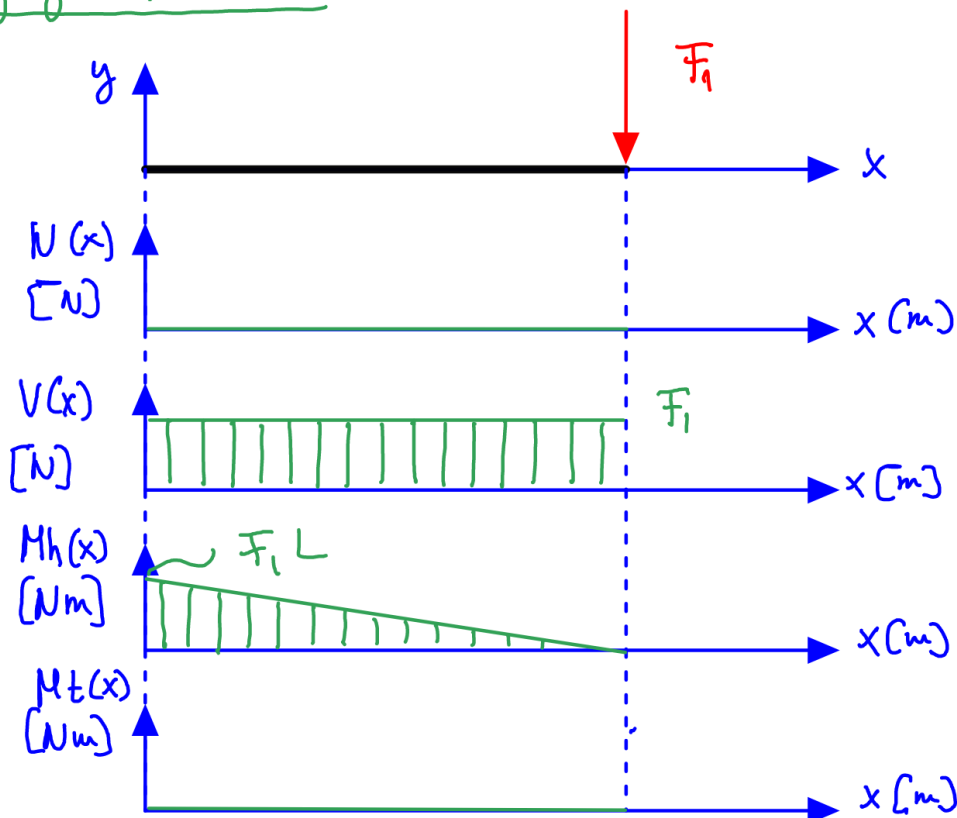


A függvények:

$$\begin{aligned} N(x) &= 0 \\ V(x) &= +F_1 \\ M_h(x) &= F_1(L-x) \\ M_t(x) &= 0 \end{aligned}$$



Ígybeveteli ábrák



$$M_h(0) = F_1 L$$

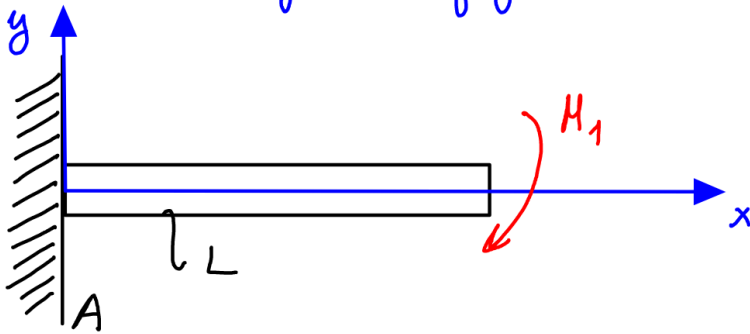
$$M_h(L) = 0$$

$$M_h'(x) = -F_1 \quad \checkmark$$

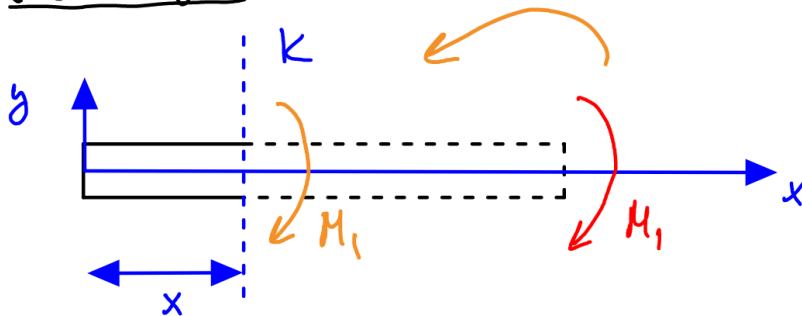
$$= -V(x)$$

3. feladat Határozzuk meg az igénybeveteli függvényeket és rajzoljuk fel az igénybeveteli ábrákat!

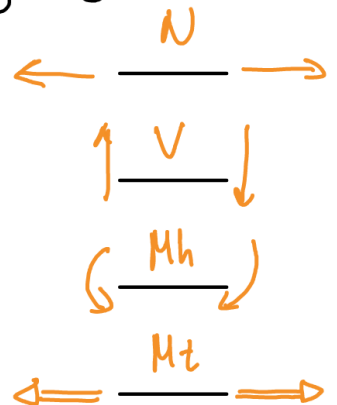
Ismét jobbról megyünk!



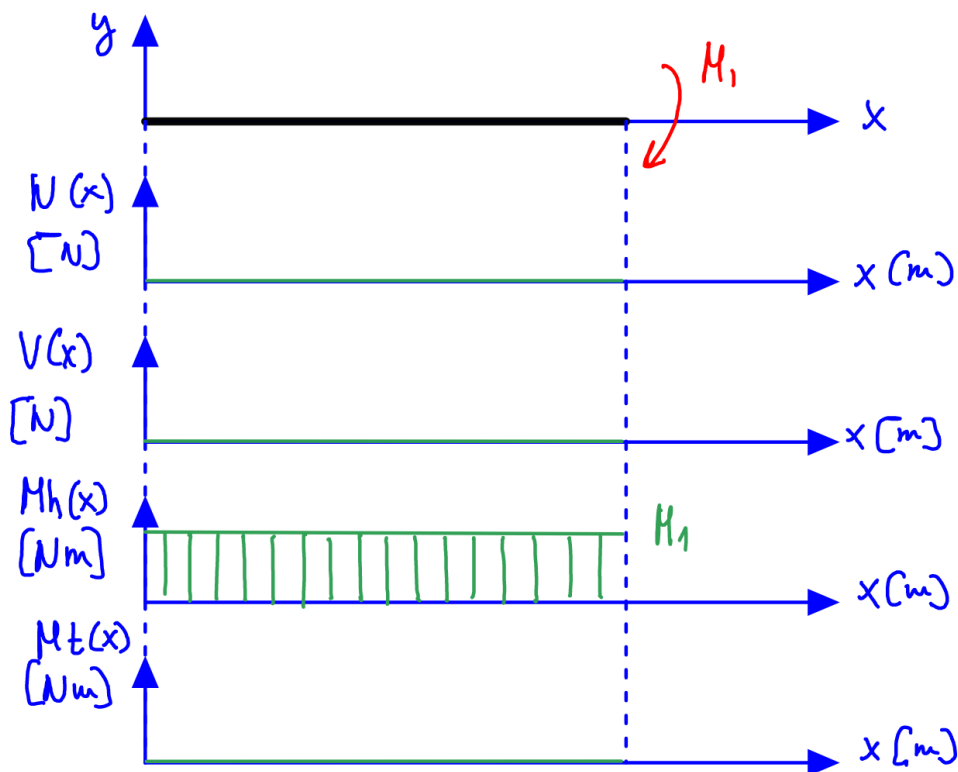
Redukáljuk:



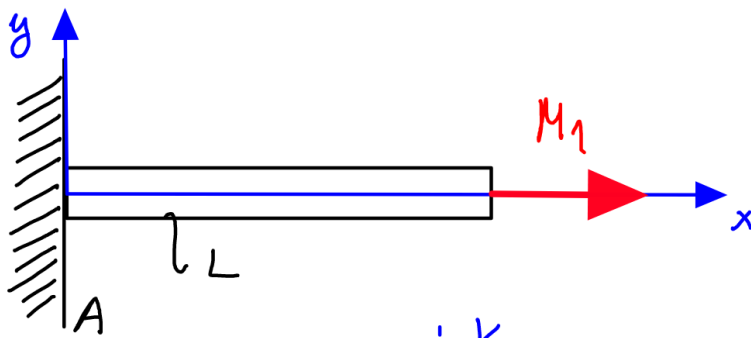
$$\begin{aligned} N(x) &= 0 \\ V(x) &= 0 \\ M_h(x) &= M_1 \\ M_t(x) &= 0 \end{aligned}$$



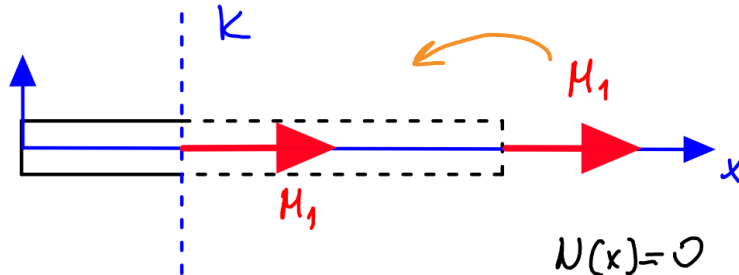
Igyénbeveteli ábrák



4. feladat Határozzuk meg az igénybeveteli függvényeket és rajzoljuk fel az igénybeveteli ábrákat!



Redukáljuk! \Rightarrow

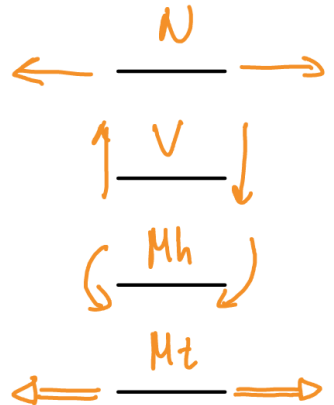


$$N(x) = 0$$

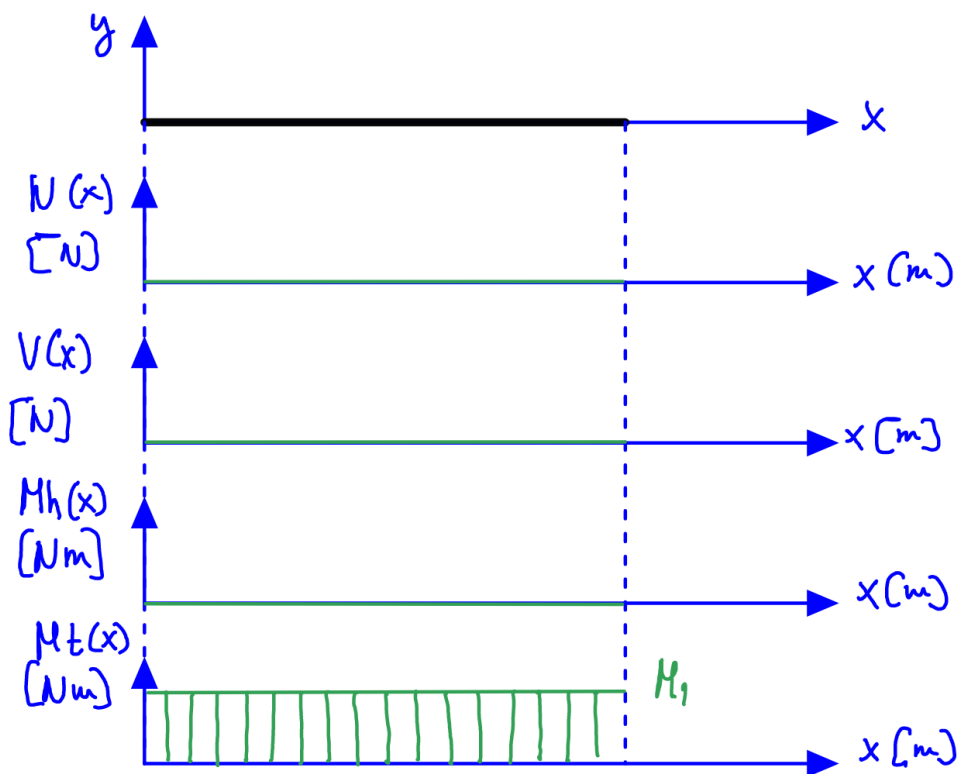
$$V(x) = 0$$

$$M_h(x) = 0$$

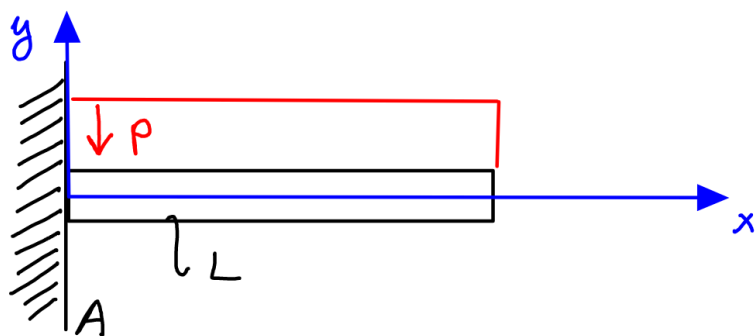
$$M_t(x) = M_1$$



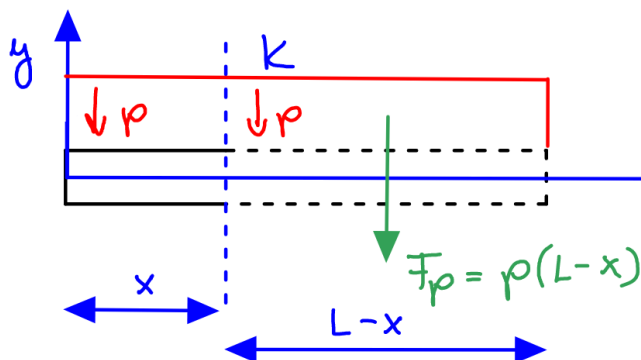
Ígybeveteli ábra



5. feladat Határozzuk meg az igénybeveteli függvényeket és rajzoljuk fel az igénybeveteli ábrákat!



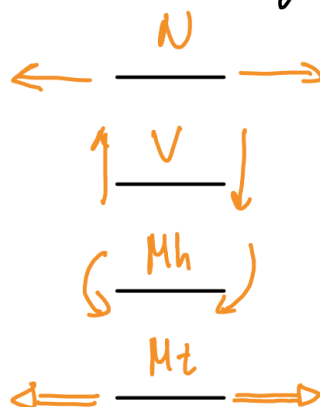
Redukálás



Ismét jobbra redukáljuk!
Nem kell reakciót számolni!

Helyettesítsük a megasztó terhelést a súlypontjába egy tömeggel

A K km-re
elő + hajlító
nyomaték

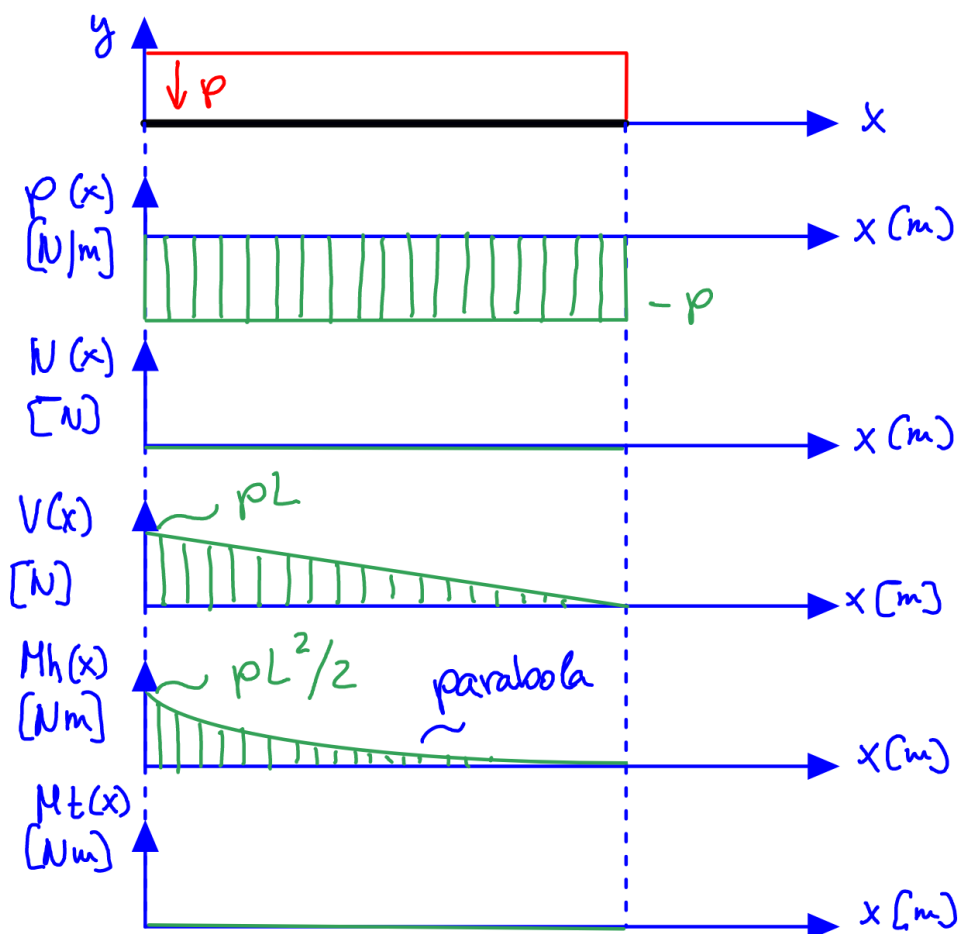


$$N(x) = 0$$

$$V(x) = p(L-x)$$

$$M_h(x) = p(L-x) \cdot \frac{L-x}{2} = p \frac{(L-x)^2}{2}$$

$$M_t(x) = 0$$



$$\bullet V(0) = pL ; V(L) = 0$$

$$\bullet V'(x) = -p = p(x)$$

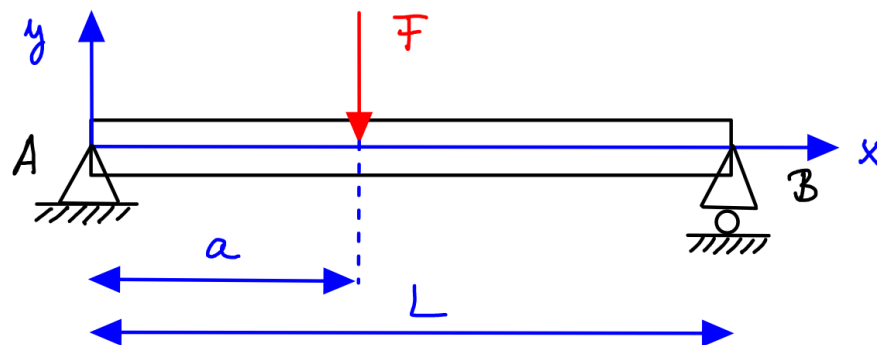
$$\bullet M_h(0) = \frac{pL^2}{2}$$

$$\bullet M_h(L) = 0$$

$$\bullet M_h'(x) = -p(L-x) = -V(x)$$

6. feladat

Határozzuk meg az igénybeveteli függvényeket és rajzoljuk fel az igénybeveteli ábrákat!



Adatok:

$$a = 0,4 \text{ m}$$

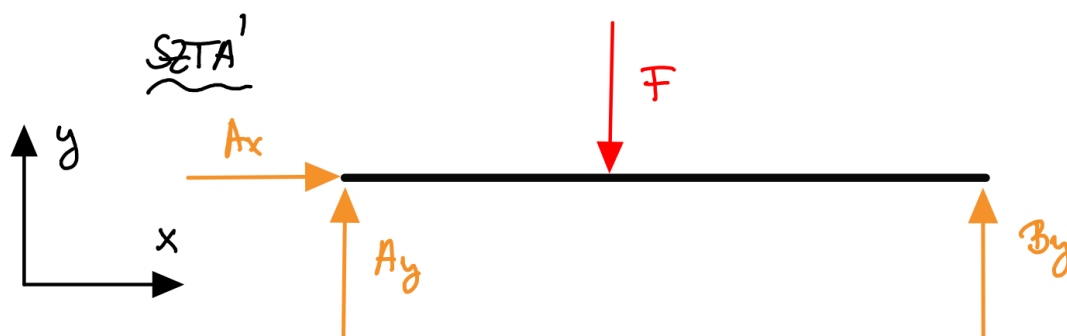
$$L = 1 \text{ m}$$

$$F = 4 \text{ kN}$$

I. Reakcióerők

(se jobbról, se balról nem tudunk kiindulni)

↳ kellene a reakciók



Egyensúlyi egyenletek

$$\sum F_x = 0 \quad [A_x = 0]$$

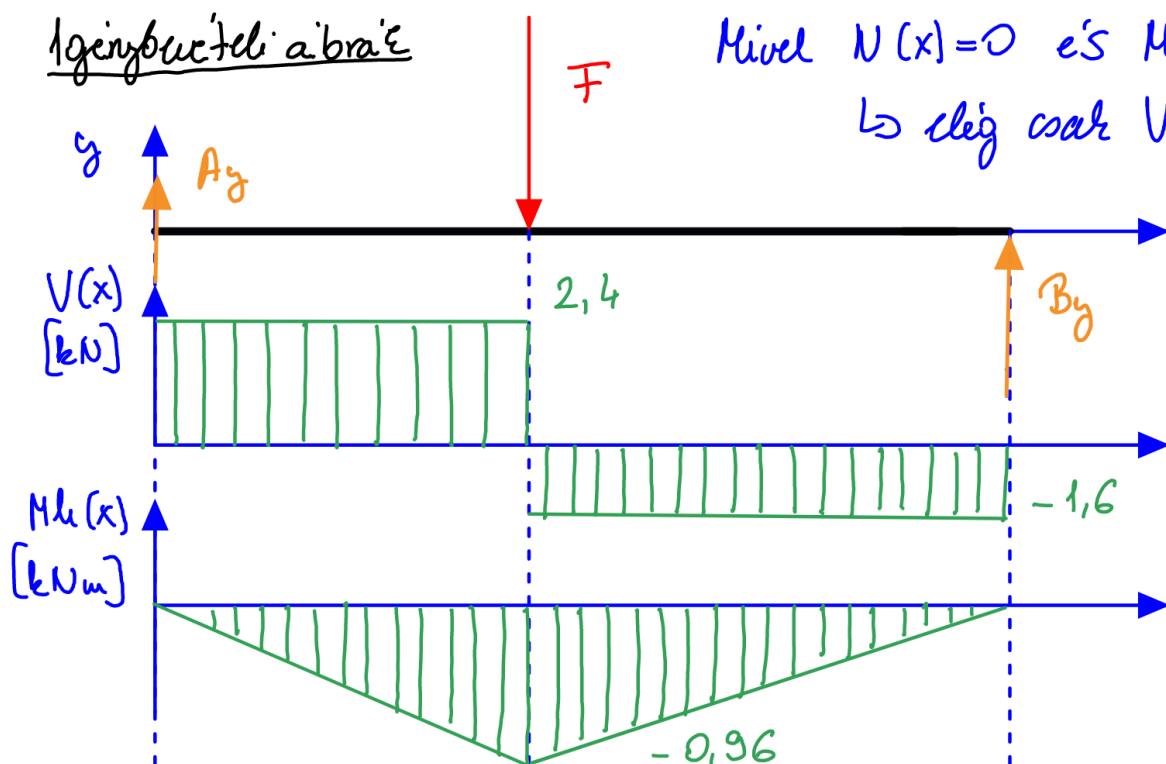
$$\sum F_y = 0 \quad A_y - F + B_y = 0$$

$$\sum M_A = 0 \quad -Fa + B_y L = 0$$

$$B_y = \frac{Fa}{L} = \underline{\underline{1,6 \text{ kN}}} \quad (\uparrow)$$

$$A_y = F - B_y = 2,4 \text{ kN} \quad (\uparrow)$$

Igyénbeveteli ábrák



Mivel $N(x) = 0$ és $M_t(x) = 0$

↳ elég csak $V(x)$ és $M_h(x)$

$$V(0) = 0$$

$$V(a-) = A_y$$

$$V(a+) = A_y - F$$

$$V(L) = -B_y$$

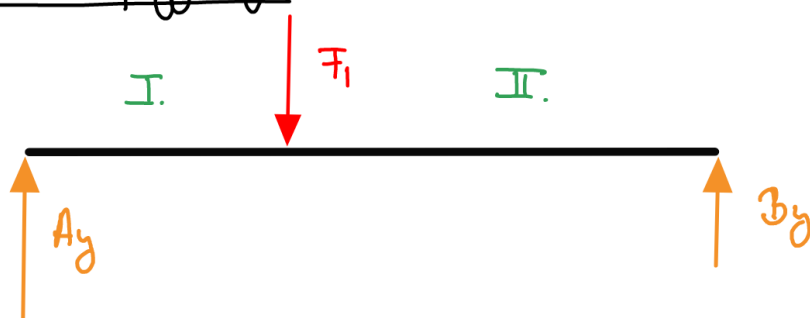
$$= A_y - F$$

$$M_h(0) = 0$$

$$M_h(a-) = -A_y a$$

$$M_h(L) = 0$$

Igénybeveteli függvények:



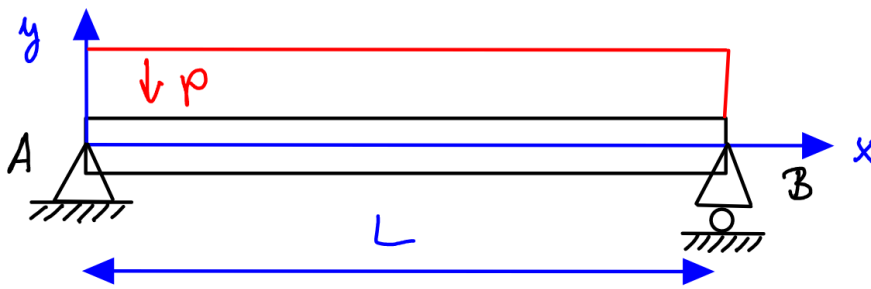
Két szakaszra osztjuk!

I. $0 < x < a$

II. $a < x < L$

	I. szakasz $0 < x < a$	II. szakasz $a < x < L$
$V(x)$	$V_1(x) = A_y = 2,4 \text{ kN}$	$V_2(x) = A_y - F_1 = -B_y = -1,6 \text{ kN}$
$M_h(x)$	$M_{h1}(x) = -A_y \cdot x = -2,4x$ méterben	$M_{h2}(x) = -A_y x + F_1 (x - a)$ vagy jobbról $M_{h2}(x) = -B_y (L - x) = 1,6x - 1,6$ méterben
	$M_{h1}'(x) = -A_y = -V_1(x)$ ✓	$M_{h2}'(x) = -A_y + F_1 = -V_2(x)$ ✓

7. feladat Határozzuk meg az igénybeveteli függvényeket és rajzoljuk fel az igénybeveteli ábrákat!

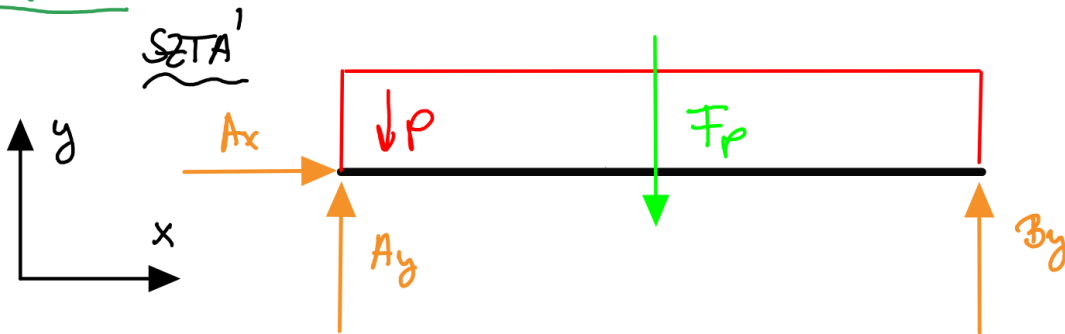


Adatok :

$$p = 4 \text{ kN/m}$$

$$L = 1 \text{ m}$$

Reakciók



Egyensúlyi egyenletek

$$\sum F_x = 0 \quad \boxed{A_x = 0}$$

$$\sum F_y = 0 \quad A_y + B_y - pL = 0$$

$$\sum M_A = 0 \quad B_y L - \frac{pL^2}{2} = 0$$

$$\hookrightarrow B_y = \frac{pL}{2} = \underline{\underline{2 \text{ kN}}} \quad (\uparrow)$$

$$\hookrightarrow A_y = pL - B_y = \underline{\underline{2 \text{ kN}}} \quad (\uparrow)$$

Igyénbeveteli függvények

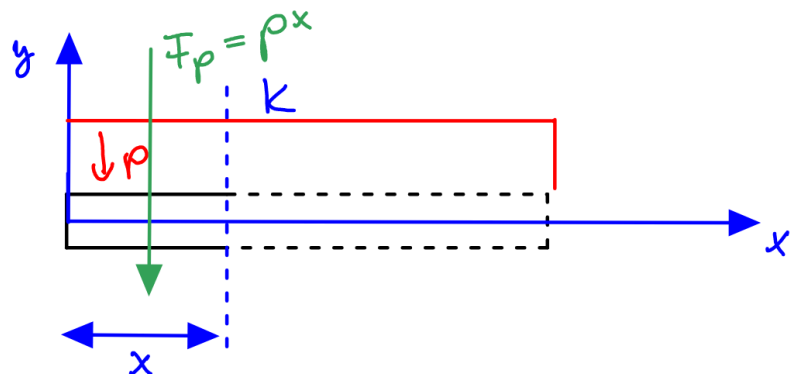
$$\bullet N(x) = 0; M_t(x) = 0$$

$$\bullet p(x) = -p$$

$$\bullet V(x) = A_y - px = 2 - 4x \quad \text{N}$$

$$\bullet M_h(x) = px \cdot \frac{x}{2} - A_y x =$$

$$= 2x^2 - 2x \quad \text{Nm}$$

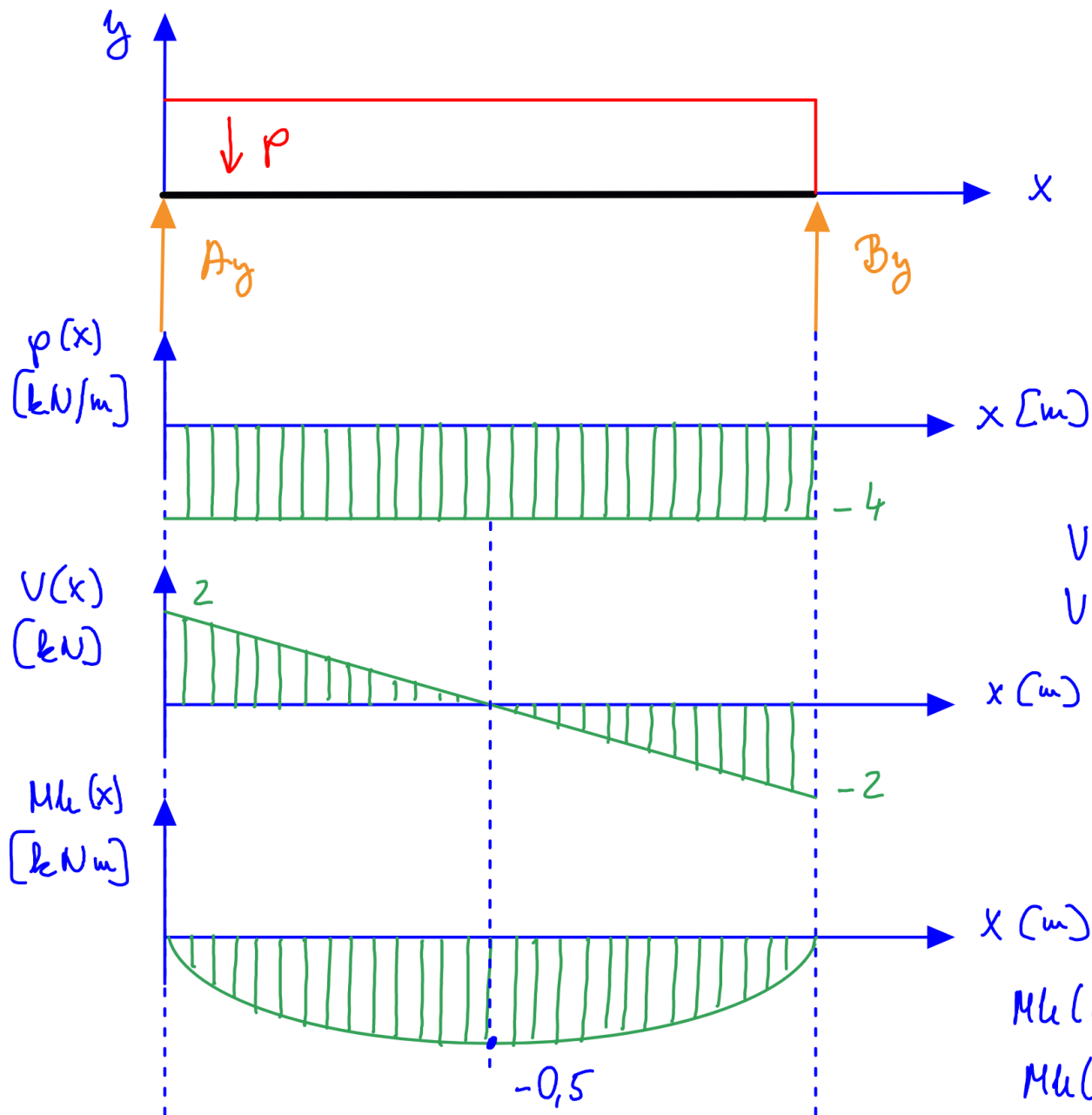


Ell.

$$M_h'(x) = px - A_y = -V(x) \quad \checkmark$$

$$V'(x) = -p = p(x) \quad \checkmark$$

1 gőnyővel és két támaszkal



$$V(0) = A_y$$
$$V(L) = -B_y$$

$$M_h(0) = 0$$

$$M_h(L) = 0$$

$$M_h\left(\frac{L}{2}\right) = M_{h_{\max}}$$

$$M_{h_{\max}} = -\frac{A_y L}{2} + \frac{p L^2}{8}$$

$$M_{h_{\max}} = -0.5 \text{ kNm}$$