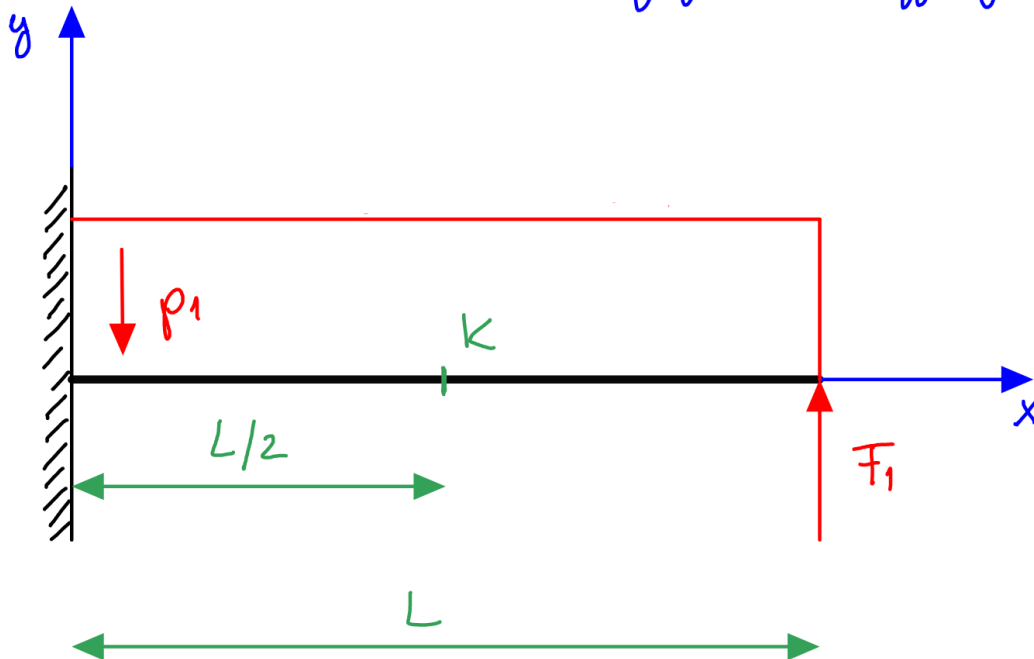


# Statika - 7. hét

## Izinybetek

1. feladat Írjuk fel az izinybeteli függvényeket és számítsuk

ki a K keresztmetszetben az izinybetek nagyságát!



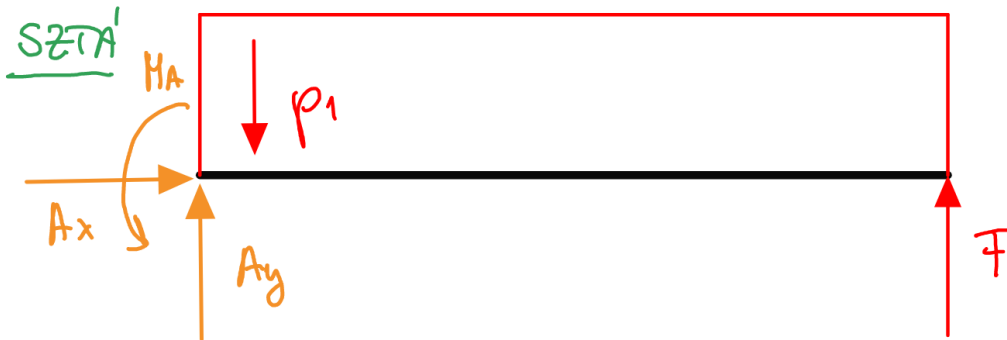
Adatok:

$$L = 4 \text{ m}$$

$$p_1 = 3 \text{ kN/m}$$

$$F = 3 \text{ kN}$$

Most mehetünk azonnal jobbról vagy kiszámoljuk a reakciókat és balról redukálunk!



Egyensúlyi egyenletek:

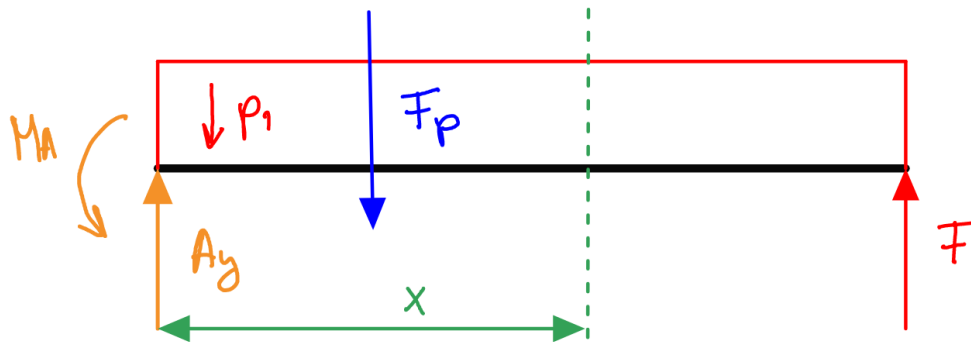
$$\sum F_x = 0: \boxed{A_x = 0}$$

$$\sum F_y = 0: A_y + F - p_1 L = 0$$
$$\hookrightarrow A_y = p_1 L - F = \underline{\underline{9 \text{ kN}}} (\uparrow)$$

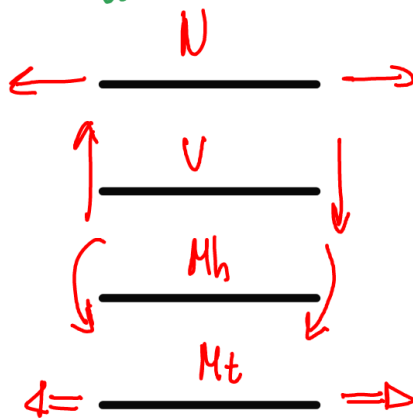
$$\sum M_A = 0: M_A + F \cdot L - p_1 L \cdot \frac{L}{2} = 0$$

$$\hookrightarrow M_A = p_1 \frac{L^2}{2} - F \cdot L = \underline{\underline{12 \text{ kNm}}} \curvearrowright$$

Érdekes felrajzolni a testre ható erőket!



Válasszuk ki egy keresztmetszetet! Mivel a midszakaszon belül nincs koncentrált erő és nyomaték  
 ↳ egy szakasz elég!



Balról

Jólról

$N(x)$	0	0
$V(x)$	$A_y - p x$ $V(x) = 9 - 3x$ ← méterben kn	$-F + p(L-x)$ $V(x) = -3 + 12 - 3x = 9 - 3x$
$M_b(x)$	$-A_y x + \frac{p x^2}{2} + M_A$ $M_b(x) = -9x + \frac{3}{2} x^2 + 12$ ← knm méterben	$-F(L-x) + p \frac{(L-x)^2}{2}$ $M_b(x) = -3(4-x) + \frac{3(16-8x+x^2)}{2}$ $= -12 + 3x + 24 - 12x + \frac{3}{2} x^2$ $= \frac{3}{2} x^2 - 9x + 12$ ← knm méterben
$M_t(x)$	0	0

Teljes a függvények:

$$p(x) = -p$$

$$V(x) = A_y - px$$

$$M_k(x) = \frac{px^2}{2} - A_y x + M_A$$

Ellenőrizze a derivátó kapcsolatát!

$$V'(x) = -p = p(x) \checkmark$$

$$M_k'(x) = px - A_y = -V(x) \checkmark$$

K - keresztmetszet:

$$N_k = 0$$

$$M_{tk} = 0$$

$$V_k = V(L/2) = 9 - 3 \cdot 2 = \underline{3 \text{ kN}}$$

$$M_{kx} = M_k(L/2) = \frac{3}{2} \cdot 2^2 - 9 \cdot 2 + 12 = \underline{\underline{0 \text{ kNm}}}$$

Rúd vég: (x=L)

$$V(L) = 9 - 3 \cdot 4 = -3 \text{ kN}$$

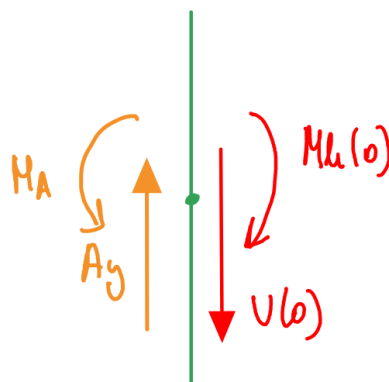
$$M_k(L) = \frac{3}{2} \cdot 4^2 - 9 \cdot 4 + 12 = 0 \text{ kNm}$$

} megfelel annak, amit a  
"nál jobb végén lévő" terhelés  
ad

Befogás (x=0)

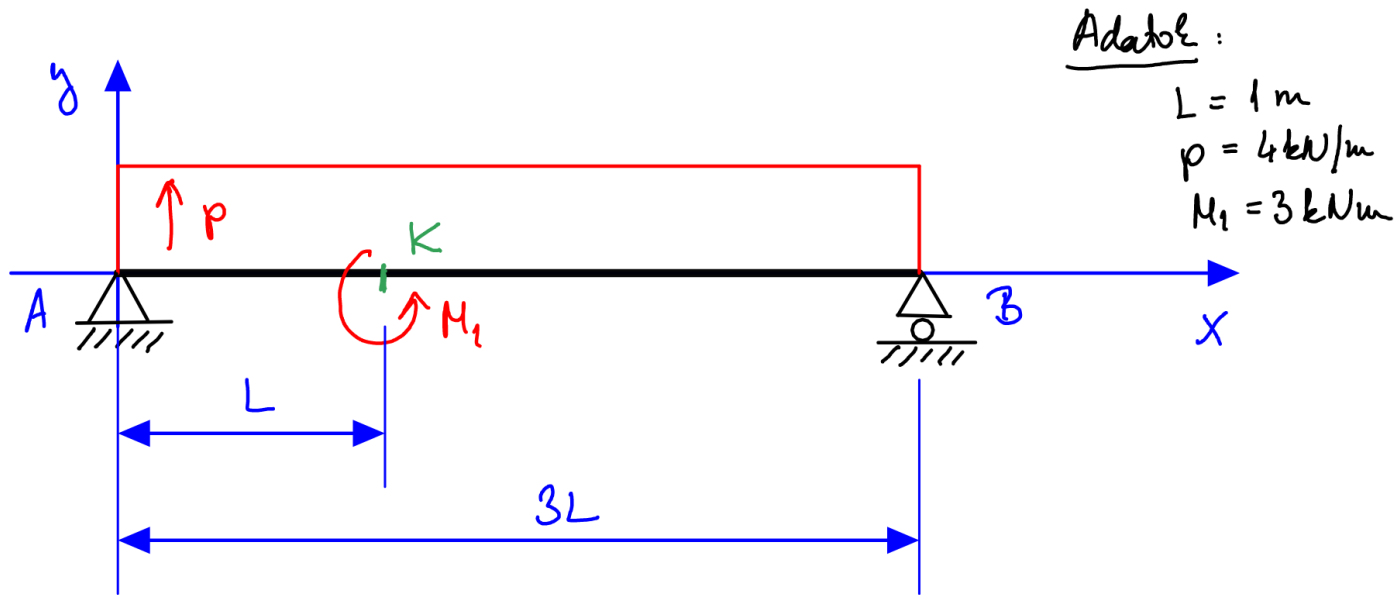
$$V(0) = 9 \text{ kN}$$

$$M_k(0) = 12 \text{ kNm}$$



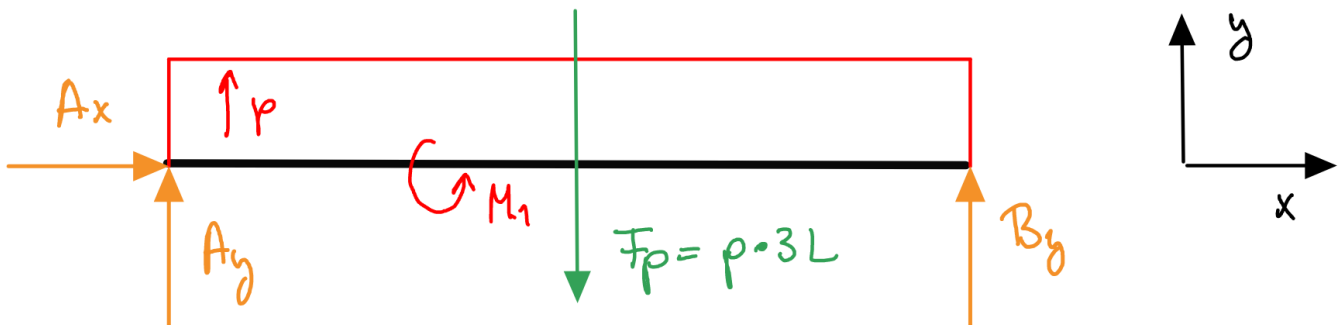
Tengely egyenűg!

2. feladat Írjuk fel az igénybeveteli függvényeket és számítsuk ki a K keresztmetszetben az igénybevetések nagyságait!



① Reakcióerők számítása

SZTA:



Equilibrium equations:

$$\sum F_x = 0: \quad \boxed{A_x = 0}$$

$$\sum F_y = 0: \quad A_y + B_y + p \cdot 3L = 0$$

$$\sum M_A = 0: \quad M_1 + B_y \cdot 3L + p \cdot 3L \cdot \frac{3}{2}L = 0$$

$$\hookrightarrow B_y = \frac{-p \frac{3L^2}{2} - M_1}{3L} = \underline{\underline{-7 \text{ kN}}} (\downarrow)$$

$$\hookrightarrow A_y = -p \cdot 3L - B_y = \underline{\underline{-5 \text{ kN}}} (\downarrow)$$



Mivel a rúdön van koncentrált terhelés ( $M_1$ )  $\rightarrow$  két szakasz kell!  
balról redukálunk

	<u>I. szakasz</u> $0 < x < L$	<u>II. szakasz</u> $L < x < 3L$
$N(x)$	0	0
$V(x)$	$A_y + px = -5 + 4x$	$A_y + px = -5 + 4x$
$M_h(x)$	$-A_y x - \frac{px^2}{2}$	$-A_y x - \frac{px^2}{2} + M_1 = -2x^2 + 5x + 3$
$M_t(x)$	0	0

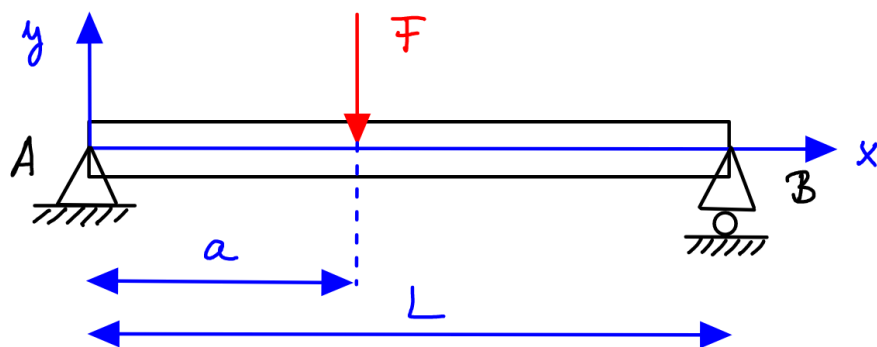
A < -keresztmetszet :  $\rightarrow$  pont a határ  $\rightarrow$  mindkét oldalt  
meg kell nézni

$$\begin{aligned} V(L-) &= V_1(L) = -1 \text{ kN} \\ V(L+) &= V_2(L) = -1 \text{ kN} \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} V(L-) &= V_1(L) = -1 \text{ kN} \\ V(L+) &= V_2(L) = -1 \text{ kN} \end{aligned}} \right\} \text{itt nincs különbség}$$

$$\begin{aligned} M_h(L-) &= M_{h1}(L) = 3 \text{ kNm} \\ M_h(L+) &= M_{h2}(L) = 6 \text{ kNm} \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} M_h(L-) &= M_{h1}(L) = 3 \text{ kNm} \\ M_h(L+) &= M_{h2}(L) = 6 \text{ kNm} \end{aligned}} \right\} \text{itt van különbség} \\ &\quad \rightarrow \text{megj. van a görben!}$$

### 3. feladat

Határozzuk meg az igénybeveteli függvényeket és rajzoljuk fel az igénybeveteli ábrákat!



Adatok:

$$a = 0,4 \text{ m}$$

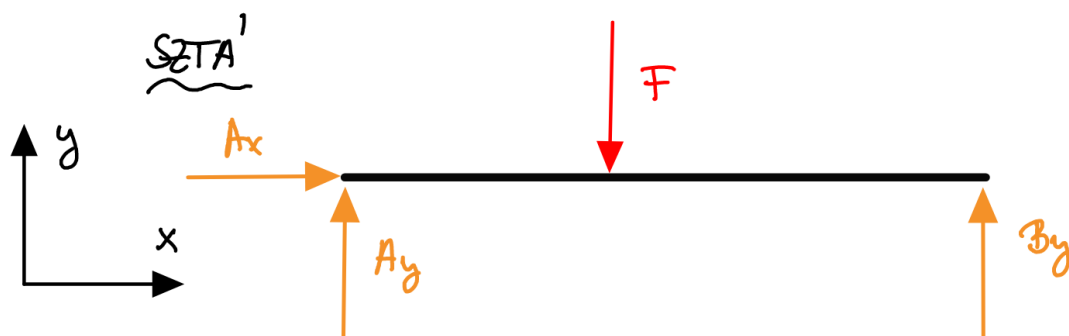
$$L = 1 \text{ m}$$

$$F = 4 \text{ kN}$$

#### I. Reakcióerők

(se jobbról, se balról sem tudunk haladni)

↳ kellene a reakciók



Egyensúlyi egyenletek

$$\sum F_x = 0 \quad [A_x = 0]$$

$$\sum F_y = 0 \quad A_y - F + B_y = 0$$

$$\sum M_A = 0 \quad -Fa + B_y L = 0$$

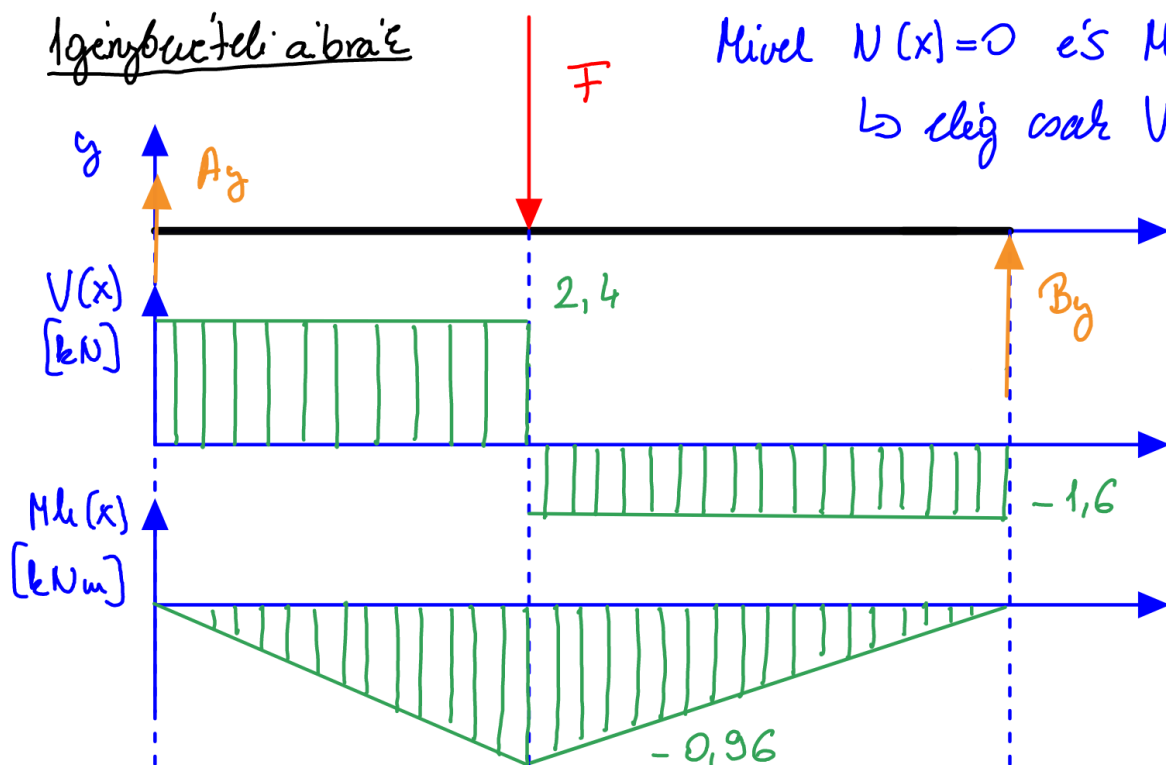
$$B_y = \frac{Fa}{L} = \underline{\underline{1,6 \text{ kN}}} \quad (\uparrow)$$

$$A_y = F - B_y = 2,4 \text{ kN} \quad (\uparrow)$$

#### Igyénbeveteli ábrák

Mivel  $N(x) = 0$  és  $M_t(x) = 0$

↳ elég csak  $V(x)$  és  $M_h(x)$



$$V(0) = 0$$

$$V(a-) = A_y$$

$$V(a+) = A_y - F$$

$$V(L) = -B_y$$

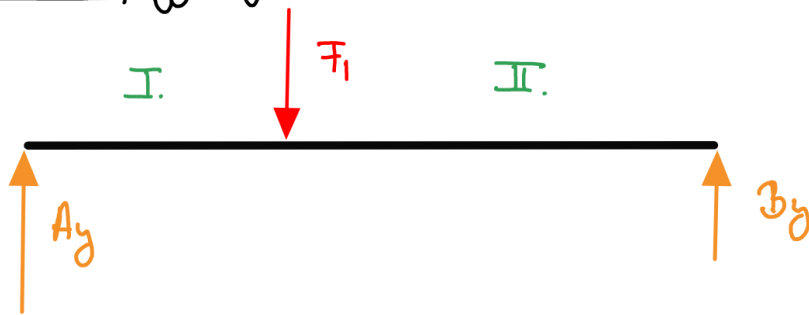
$$= A_y - F$$

$$M_h(0) = 0$$

$$M_h(a-) = -A_y a$$

$$M_h(L) = 0$$

Igenybeveteli függvények:



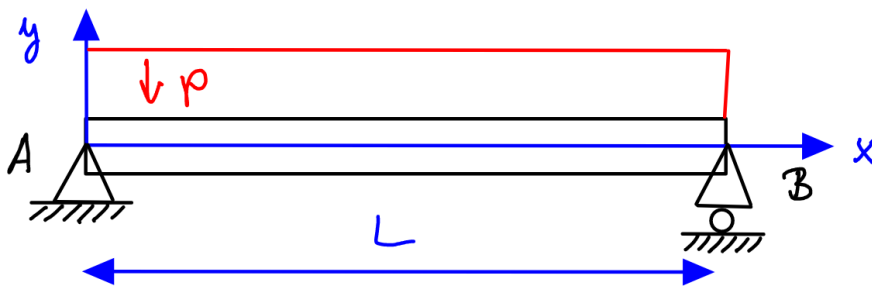
Két szakaszra osztjuk!

I.  $0 < x < a$

II.  $a < x < L$

	I. szakasz $0 < x < a$	II. szakasz $a < x < L$
$V(x)$	$V_1(x) = A_y = 2,4 \text{ kN}$	$V_2(x) = A_y - F_1 = -B_y = -1,6 \text{ kN}$
$M_h(x)$	$M_{h1}(x) = -A_y \cdot x = -2,4x$ méterben	$M_{h2}(x) = -A_y x + F_1 (x - a)$ vagy jobbról $M_{h2}(x) = -B_y (L - x) = 1,6x - 1,6$ méterben
	$M_{h1}'(x) = -A_y = -V_1(x)$ ✓	$M_{h2}'(x) = -A_y + F_1 = -V_2(x)$ ✓

**4. feladat** Határozzuk meg az igénybeveteli függvényeket és rajzoljuk fel az igénybeveteli ábrákat!

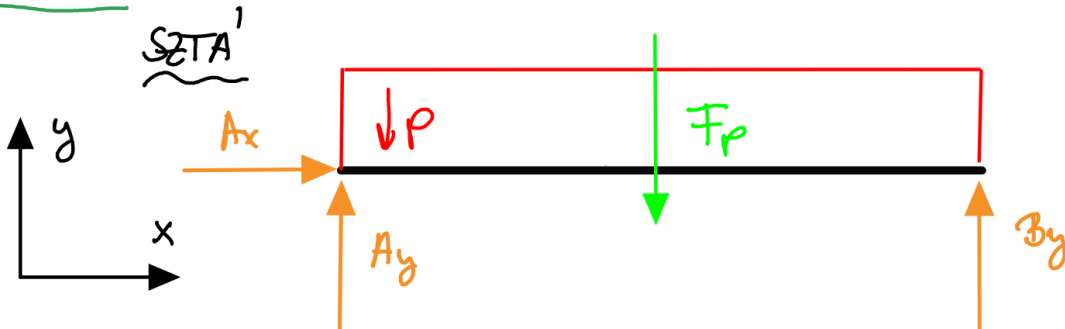


Adatok :

$$p = 4 \text{ kN/m}$$

$$L = 1 \text{ m}$$

Reakciók



Egyensúlyi egyenletek

$$\sum F_x = 0 \quad \boxed{A_x = 0}$$

$$\sum F_y = 0 \quad A_y + B_y - pL = 0$$

$$\sum M_A = 0 \quad B_y L - \frac{pL^2}{2} = 0$$

$$\hookrightarrow B_y = \frac{pL}{2} = \underline{\underline{2 \text{ kN}}} \quad (\uparrow)$$

$$\hookrightarrow A_y = pL - B_y = \underline{\underline{2 \text{ kN}}} \quad (\uparrow)$$

Igyénbeveteli függvények

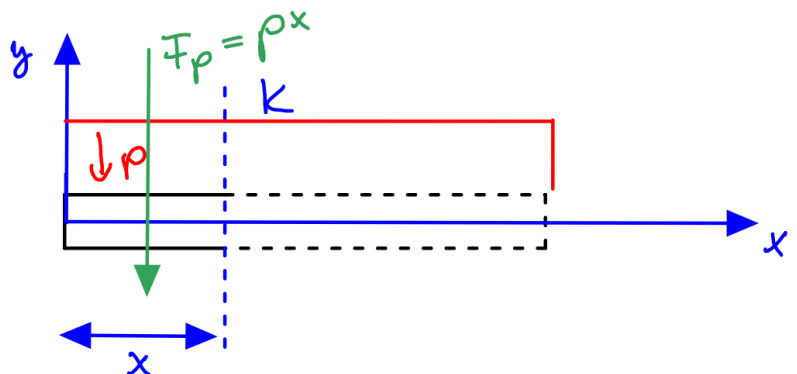
$$\bullet N(x) = 0; M_t(x) = 0$$

$$\bullet p(x) = -p$$

$$\bullet V(x) = A_y - px = 2 - 4x \quad \text{N}$$

$$\bullet M_h(x) = p \cdot x \cdot \frac{x}{2} - A_y x =$$

$$= 2x^2 - 2x \quad \text{Nm}$$



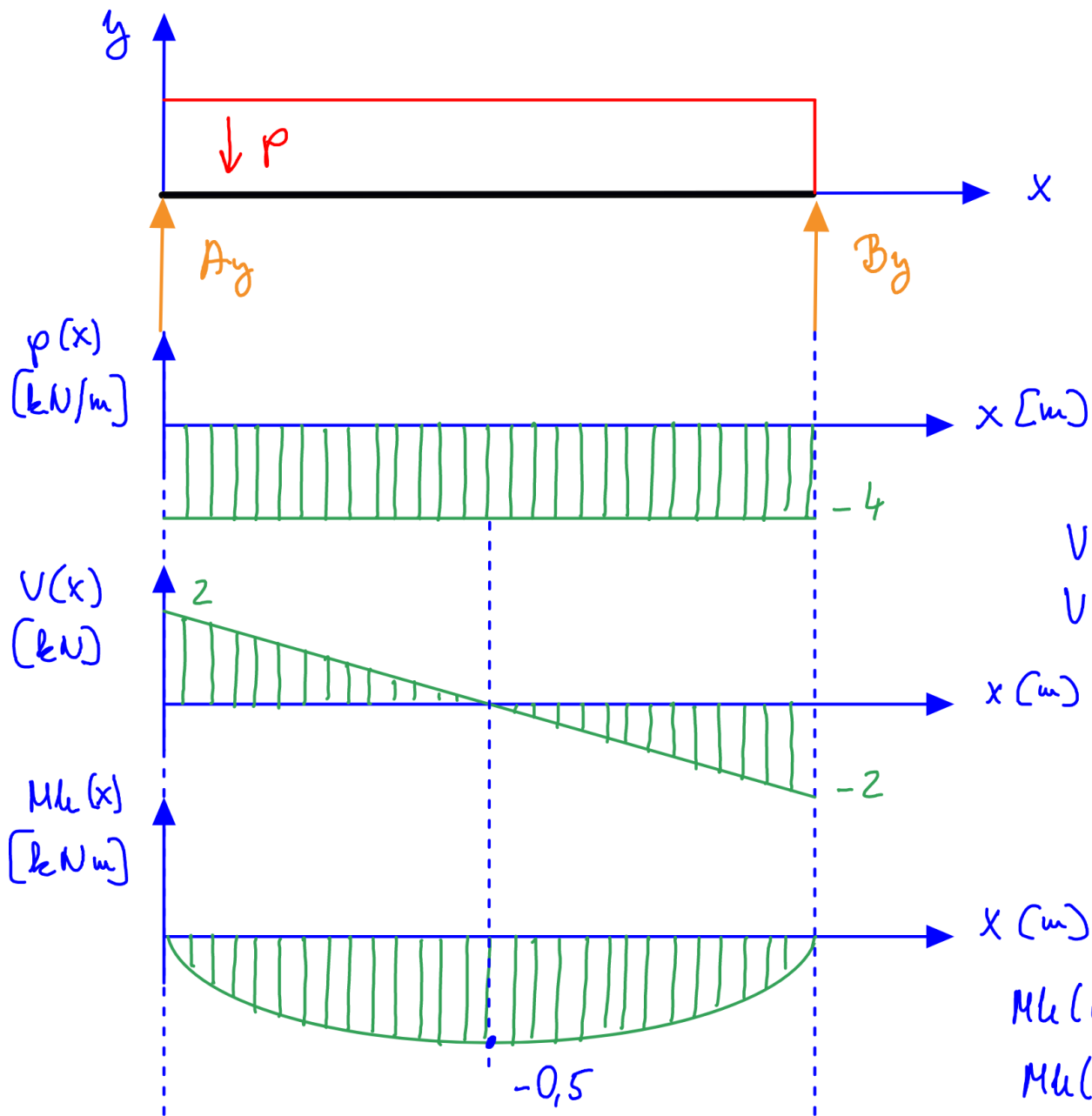
Ell.

$$M_h'(x) = px - A_y = -V(x) \quad \checkmark$$

$$V'(x) = -p = p(x) \quad \checkmark$$



# Işinbütüklü abrak



$$V(0) = A_y$$
$$V(L) = -B_y$$

$$M(0) = 0$$

$$M(L) = 0$$

$$M\left(\frac{L}{2}\right) = M_{\max}$$

$$M_{\max} = -\frac{A_y L}{2} + \frac{p L^2}{8}$$

$$M_{\max} = -0.5 \text{ kNm}$$