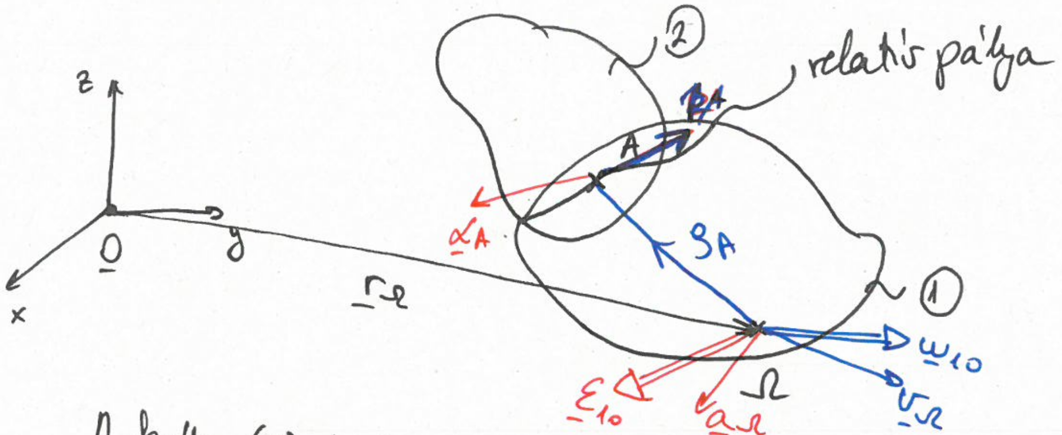
Dinamika 6 gyakorlat

Relatív kinematika

Összefoglaló



A kettes (2) test mozgását az ①es testhez viszonyított relatív módon vizsgáljuk

↳ Adott:

az (x,y,z) KR-ben
- $\underline{\omega}_{10}$ - 1es test 0-hoz viszonyított szögsebessége
- $\underline{v}_\Omega$ - Az Ω pont sebessége
- $\underline{a}_\Omega$ - Az Ω pont gyorsulása
- $\underline{\varepsilon}_{10}$ - Az 1es test 0-hoz viszonyított szöggyorsulása

Valamint (ξ, η, ζ)
- $\underline{\beta}_A$ - az A pont relatív sebessége
- $\underline{\omega}_{21}$ - a 2es test 1-hez képesti szögsebessége
- $\underline{\alpha}_A$ - az A pont relatív sebessége
- $\underline{\varepsilon}_{21}$ - a 2es test 1-hez képesti szöggyorsulása

Ekkor:

- $\underline{v}_A = \underline{\beta}_A + \underline{v}_{A\,száll}$ (abs., relatív, szállító)

$\underline{v}_{A\,száll} = \underline{v}_\Omega + \underline{\omega}_{10} \times \underline{\rho}_A$ → az A pont sebessége, mintha „1"es testen lenne

$\underline{\omega}_{20} = \underline{\omega}_{21} + \underline{\omega}_{10}$

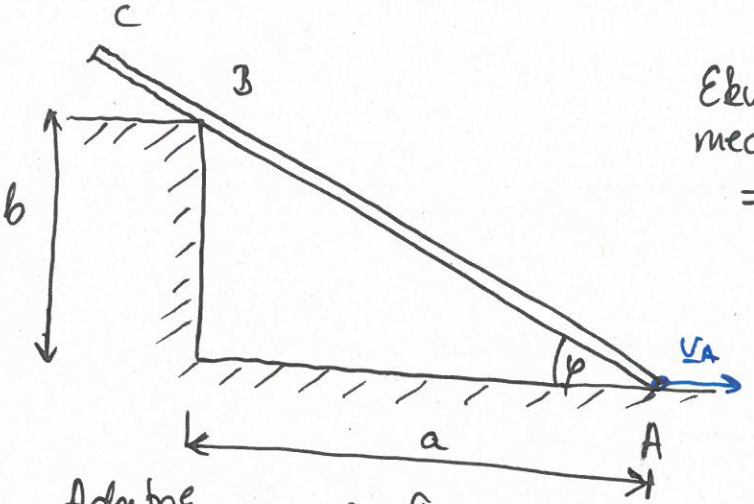
- $\underline{a}_A = \underline{\alpha}_A + \underline{a}_{A\,száll} + \underline{a}_{A\,cor}$

(abszt). (rel) + (száll) (Coriolis)

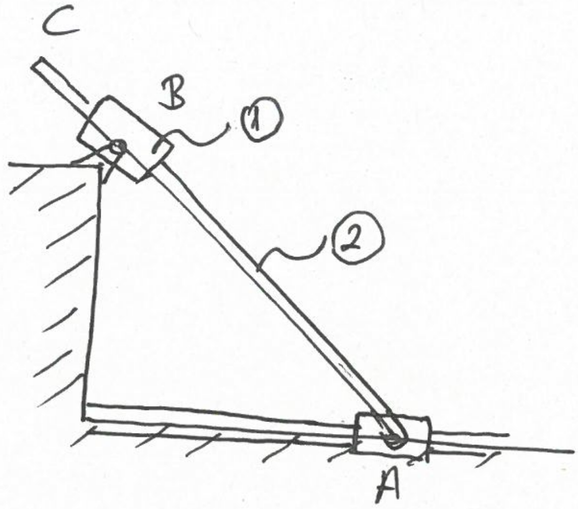
$\underline{a}_{A\,száll} = \underline{a}_\Omega + \underline{\varepsilon}_{10} \times \underline{\rho}_A + \underline{\omega}_{10} \times (\underline{\omega}_{10} \times \underline{\rho}_A)$ ↗ az A pont gyorsulása, mintha az „1"es testen lenne!

$\underline{a}_{A\,cor} = 2\underline{\omega}_{10} \times \underline{\beta}_A$

1. példa „lecsúszó rúd"



Ekvivalens mechanizmus $\Longrightarrow$



Adatok

$\underline{v}_A = 2{,}5 \left[\frac{m}{s}\right] =$ áll

$a = 4$ (m)

$b = 3$ (m)

Feladat: Határozzuk meg a rúd mozgásállapotát a „B" pontjához képest felvett mennyiségekkel!

↳ sebesség állapot $[\underline{\omega}, \underline{v}_B]_B$

↳ gyorsulásállapot $[\underline{\omega}, \underline{\varepsilon}, \underline{a}_B]_B$

1) Sebességállapot

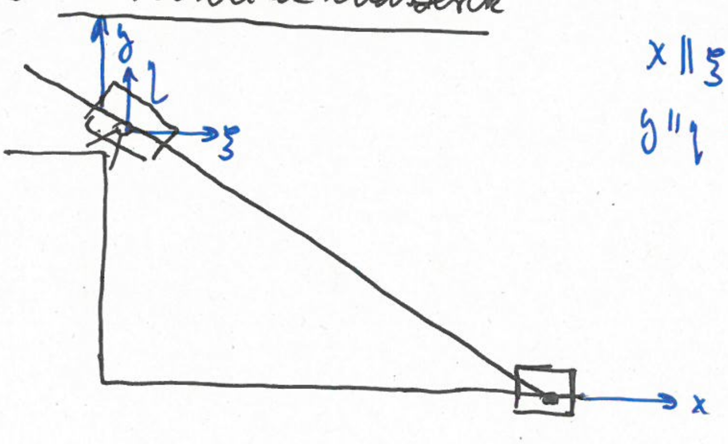
↳ Vizsgált pont: B pont

↳ „2"-es testen B_2 pont
↳ „1"-es testen B_1 pont
} jelenleg éppen átfedésben vannak

DE! $\underline{v}_{B1} \neq \underline{v}_{B2}$!!

$\underline{a}_{B1} \neq \underline{a}_{B2}$

↳ Koordinátarendszerek



$x \parallel \xi$ tengellyel

$y \parallel \eta$ tengellyel

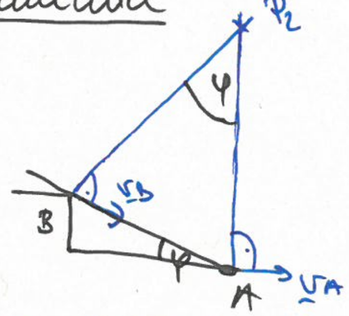
Relatív kinematikával

$$\underline{v}_{B_2} = \underline{\beta}_B + \underline{v}_{B\,száll} = \underline{\beta}_{B_2} + \underline{v}_{B1} = \boxed{\underline{\beta}_{B_2} = \underline{v}_{B_2}}$$

a relatív sebesség csúszka irányú! $\underline{v}_B$ is az lesz!

az 1es test tartós nyugalomban van
$\underline{v}_{B1} \equiv \underline{0}$

• Szemlélettel



$\underline{v}_{A\parallel} = \underline{v}_{B\parallel} = \underline{v}_B$ ← a rúddal párhuzamos komponensel

$$v_{A\parallel} = v_A \cdot \cos\varphi = v_A \cdot \frac{a}{\overline{AB}} = 2{,}5 \cdot \frac{4}{5} = \underline{\underline{2\left[\frac{m}{s}\right]}}$$

$$\overline{AB} = \sqrt{a^2+b^2} = 5$$

$$v_B = v_{A\parallel} = \underline{\underline{2\left[\frac{m}{s}\right]}}$$

$$\underline{e}_t = \begin{bmatrix} \cos\varphi \\ -\sin\varphi \\ 0 \end{bmatrix} \qquad \underline{v}_B = v_B \cdot \underline{e}_t = \begin{bmatrix} 1{,}6 \\ -1{,}2 \\ 0 \end{bmatrix} \underline{\underline{\left[\frac{m}{s}\right]}}$$

$$\cos\varphi = \frac{a}{\overline{AB}} = \frac{4}{5}$$

$$\sin\varphi = \frac{b}{\overline{AB}} = \frac{3}{5}$$

$$\overline{AP_2} = \frac{\overline{AB}}{\sin\varphi}$$

A szöggyorsulást a Póluspontból

$$v_A = \overline{AP_2} \cdot \omega_2$$

$$\omega_2 = \frac{v_A}{\overline{AP_2}} = \frac{v_A \cdot \sin\varphi}{\overline{AB}} = \frac{2{,}5 \cdot \frac{3}{5}}{5} = \frac{2{,}5 \cdot 3}{25} = \underline{\underline{0{,}3\left[\frac{rad}{s}\right]}}$$

$$\underline{\omega}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0{,}3 \end{bmatrix} \left[\frac{rad}{s}\right]$$

óramutatóval ~~megegyez~~ ellentétes irányú ⇒ pozitív!

• analitikusan

Tudjuk, hogy
$$\underline{v}_{B_2} = \underline{\beta}_{B_2} = \begin{bmatrix} v_{Bx} \\ v_{By} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_B \cdot \cos\varphi \\ -v_B \sin\varphi \\ 0 \end{bmatrix}$$ ← geometria miatt

$$\underline{v}_{B_2} = \underline{v}_A + \underline{\omega}_2 \times \underline{r}_{AB}$$

$$\begin{bmatrix} v_B\cos\varphi \\ -v_B\sin\varphi \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_A \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{vmatrix} \underline{i} & \underline{j} & \underline{k} \\ 0 & 0 & \omega_2 \\ \underbrace{-\overline{AB}\cos\varphi}_{-a} & \underbrace{\overline{AB}\sin\varphi}_{b} & 0 \end{vmatrix} = \begin{bmatrix} v_A - \overline{AB}\cdot\omega_2\cdot\sin\varphi \\ -\overline{AB}\,\omega_2\cos\varphi \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_A - b\omega_2 \\ -a\omega_2 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Ezekből:

$$v_B \cos\varphi = v_A - b\omega_2$$

$$-v_B \sin\varphi = -a\omega_2 \longrightarrow \omega_2 = \frac{v_B \sin\varphi}{a}$$

- $v_B \cos\varphi = v_A - \frac{b \cdot v_B \sin\varphi}{a} \Rightarrow v_B = \frac{v_A}{\cos\varphi + \frac{b}{a}\sin\varphi} = 2\left[\frac{m}{s}\right]$

- $\omega_2 = \frac{v_B \sin\varphi}{a} = 0{,}3\left[\frac{rad}{s}\right]$

Gyorsulásállapot Relatív kinematikával

$$\underline{a}_B = \underline{\alpha}_{B_2} + \underline{a}_{B_2 száll} + \underline{a}_{B_2 cor}$$

A csúszka együtt fordul a merev testtel
$\omega_{10} = \omega_2$

$\underline{\alpha}_{B_2}$: midirányú

$$\underline{\alpha}_B = \begin{bmatrix} \alpha_B \cos\varphi \\ -\alpha_B \sin\varphi \\ 0 \end{bmatrix}$$

$\underline{a}_{B_2 száll}$: $\underline{a}_{B_1} \equiv \underline{0}$ (nyugalomban van)

$\underline{a}_{B_2 cor}$: $2\,\underline{\omega}_{10} \times \underline{\beta}_B = 2 \cdot \underline{\omega}_2 \times \underline{v}_B =$

$$= \begin{vmatrix} i & j & k \\ 0 & 0 & 2\omega_2 \\ v_B\cos\varphi & -v_B\sin\varphi & 0 \end{vmatrix} = \begin{bmatrix} 2\omega_2 v_B \sin\varphi \\ 2\omega_2 v_B \cos\varphi \\ 0 \end{bmatrix}$$

Azaz:

$$\underline{a}_B = \begin{bmatrix} \alpha_B \cos\varphi + 2\omega_2 v_B \sin\varphi \\ -\alpha_B \sin\varphi + 2\omega_2 v_B \cos\varphi \\ 0 \end{bmatrix}$$

Másik részről:

$$\underline{a}_B = \underset{\underline{0}}{\underline{a}_A} + \underline{\varepsilon}_2 \times \underline{r}_{AB} - \omega_2^2 \underline{r}_{AB} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 0 & 0 & \varepsilon_2 \\ -a & b & 0 \end{vmatrix} - \omega_2^2 \begin{bmatrix} -a \\ b \\ 0 \end{bmatrix} =$$

$$\underline{a}_B = \begin{bmatrix} -\varepsilon_2 b + \omega_2^2 a \\ -\varepsilon_2 a - \omega_2^2 b \\ 0 \end{bmatrix}$$

A két eredményt össze lehet vetni

$$\alpha_B \cos\varphi + 2\omega_1 v_B \sin\varphi = -\varepsilon_2 b + \omega_2^2 a$$

$$-\alpha_B \sin\varphi + 2\omega_1 v_B \cos\varphi = -\varepsilon_2 a \mp \omega_2^2 b$$

↳ LER α_B-re és ε_2-re

↳ $\varepsilon_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -0{,}24 \end{bmatrix} \left[\frac{rad}{s^2}\right]$; $\underline{\underline{\alpha_B = 0{,}45 \left[\frac{m}{s^2}\right]}}$

↳ Ebből $\underline{\alpha}_B$ felírható: $\underline{\underline{\underline{\alpha}_B = \begin{bmatrix} 0{,}36 \\ -0{,}27 \\ 0 \end{bmatrix} \left[\frac{m}{s^2}\right]}}$

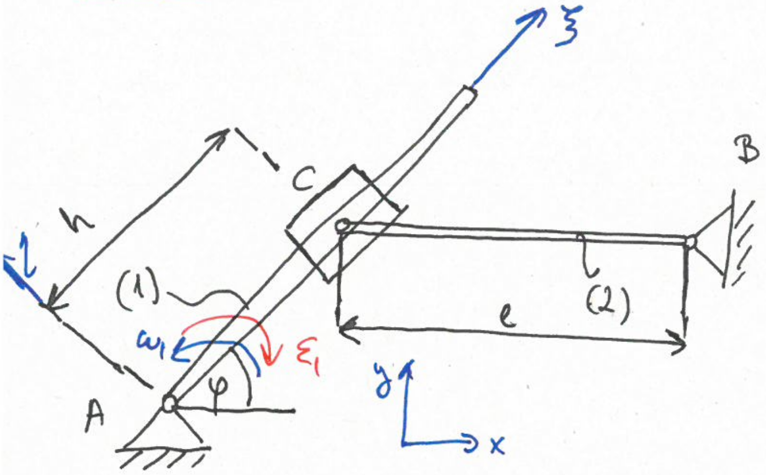
$$\underline{\alpha}_B = \alpha_B \cdot \begin{bmatrix} \cos\varphi \\ -\sin\varphi \\ 0 \end{bmatrix}$$

↓

Visszahelyettesítve ⇒ $\underline{a}_B$ számítható

$$\underline{\underline{\underline{a}_B = \begin{bmatrix} 1{,}08 \\ 0{,}96 \\ 0 \end{bmatrix} \left[\frac{m}{s^2}\right]}}$$

2. példa „Csúszkás mechanizmus 1"



Adatok:

$l = 0{,}8\ [m]$

$h = 0{,}6\ [m]$

$\varphi = 60°$

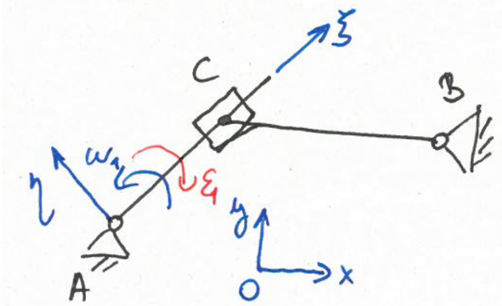
$\omega_1 = 3\left[\frac{rad}{s}\right]$

$\varepsilon_1 = 40\left[\frac{rad}{s^2}\right]$

Feladat: A (2)-es test sebességállapota és gyorsulásállapota a „C" ponthoz rendelt mennyiségekkel

$\underline{\omega}_2;\ \underline{v}_C;\ \underline{\varepsilon}_2;\ \underline{a}_C$

Sebességállapot (relatív kinematikával)



Vizsgált pont C

↳ C_1 az 1-es test része (x, y, z)

↳ C_2 a 2-es test része (ξ, η, ζ)

$\underline{v}_{C1} \neq \underline{v}_{C2}$ és $\underline{a}_{C1} \neq \underline{a}_{C2}$

Relatív kinematikai kapcsolat

- $\underline{v}_{C_2} = \underline{\rho}_{C_2} + \underline{v}_{C_2 száll} = \underline{\rho}_{C_2} + \underline{v}_{C1}$

A (2)-es test B pontjából

$\underline{v}_{C2} = \underline{v}_B + \underline{\omega}_2 \times \underline{r}_{BC}$, $\quad \underline{v}_B = \underline{0}$

A kettő egyenlő kell, hogy legyen!

$$\boxed{\underline{\omega}_2 \times \underline{r}_{BC} = \underline{\rho}_{C2} + \underline{v}_{C1}}$$

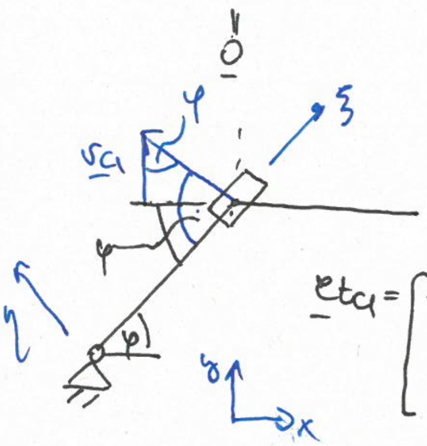
Ezt kell megoldani

Szemlélettel v. analitikusan

körpályán mozog

$\underline{v}_{C1} = \underline{v}_{A1} + \underline{\omega} \times \underline{r}_{AC1}$

$v_{C_1} = h \cdot \omega_1 = \underline{\underline{1{,}8 \left[\frac{m}{s}\right]}}$



$\underline{v}_{C1} = v_{C1} \cdot \underline{e}_{tC1} = 1{,}8 \cdot \begin{bmatrix} -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{2} \\ 0 \end{bmatrix} = \underline{\underline{\begin{bmatrix} -1{,}558 \\ 0{,}9 \\ 0 \end{bmatrix}}} \left[\frac{m}{s}\right]$

$\underline{e}_{tC1} = \begin{bmatrix} -\sin\varphi \\ \cos\varphi \\ 0 \end{bmatrix}$

$\underline{v}_{C1} = \begin{bmatrix} -\sin\varphi\, h\omega_1 \\ \cos\varphi\, h\omega_1 \\ 0 \end{bmatrix}$

a relatív sebesség az (1)es rúd irányába mutat

$\underline{v}_{C2} = \begin{bmatrix} v_{C2} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}_{(\xi,\eta,\zeta)} = \begin{bmatrix} v_{C2}\cos\varphi \\ v_{C2}\sin\varphi \\ 0 \end{bmatrix}_{(x,y,z)}$

át KELL írni
(x, y, z)-be

Kell még $\underline{\omega}_2 \times \underline{r}_{BC} = \begin{vmatrix} \underline{i} & \underline{j} & \underline{k} \\ 0 & 0 & \omega_2 \\ -l & 0 & 0 \end{vmatrix} = \underline{\underline{\begin{bmatrix} 0 \\ -l\omega_2 \\ 0 \end{bmatrix}}}$

Összeírva: $\underline{\omega}_2 \times \underline{r}_{BC} = \underline{v}_{C2} + \underline{v}_{C1}$

$\begin{bmatrix} 0 \\ -l\omega_2 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_{C2}\cos\varphi \\ v_{C2}\sin\varphi \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_{C1x} \\ v_{C1y} \\ 0 \end{bmatrix} \longrightarrow v_{C2} = \frac{-v_{C1x}}{\cos\varphi} = \frac{h\omega_1\sin\varphi}{\cos\varphi}$

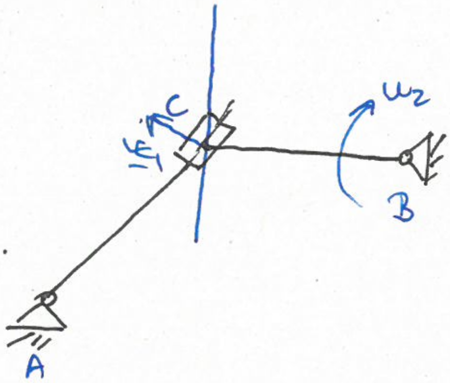
$v_{C2} = \underline{\underline{3{,}12 \left[\frac{m}{s}\right]}}$

$\longrightarrow \omega_2 = \frac{v_{C2}\sin\varphi + v_{C1y}}{(-l)} = \underline{\underline{-4{,}5 \left[\frac{rad}{s}\right]}}$

Tehát: $\underline{\omega}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -4{,}5 \end{bmatrix} \left[\frac{rad}{s}\right] \longrightarrow \underline{v}_{C2} = \begin{bmatrix} 0 \\ -l\omega_2 \\ 0 \end{bmatrix} = \underline{\underline{\begin{bmatrix} 0 \\ 3{,}6 \\ 0 \end{bmatrix}_{(x,y,z)}}} \left(\frac{m}{s}\right)$

$\underline{v}_{C2} = \begin{bmatrix} 3{,}12 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}_{(\xi,\eta,\zeta)} \left(\frac{m}{s}\right) = \begin{bmatrix} 1{,}56 \\ 2{,}7 \\ 0 \end{bmatrix}_{(x,y,z)} \left(\frac{m}{s}\right)$

Másik lehetőség



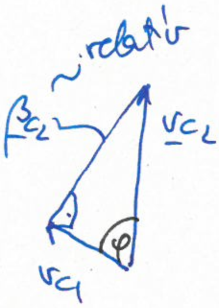
Mivel C pont B körül körmozgást végez

$\Downarrow$

a sebessége függőleges ($\underline{v}_{C2}$)

↳ $\underline{v}_{C1}$ sebesség pedig $\overline{AC}$-re merőleges

$v_{C1} = 1{,}8 \left[\frac{m}{s}\right] \rightarrow \underline{v}_{C1} = \begin{bmatrix} -1{,}56 \\ 0{,}9 \\ 0 \end{bmatrix} \left[\frac{m}{s}\right]$



$$v_{C2} = \frac{v_{C1}}{\cos\varphi} = 3{,}6 \left[\frac{m}{s}\right] \Rightarrow \underline{v}_{C2} = \begin{bmatrix} 0 \\ 3{,}6 \\ 0 \end{bmatrix} \left[\frac{m}{s}\right]$$

$$\underline{\beta}_{C2} = \underline{v}_{C2} - \underline{v}_{C1} = \begin{bmatrix} 1{,}56 \\ 2{,}7 \\ 0 \end{bmatrix} \left[\frac{m}{s}\right] \qquad \beta_{C2} = 3{,}12 \left[\frac{m}{s}\right]$$

másrészről $\quad v_{C2} = l \cdot \omega_2 \Rightarrow \omega_2 = \frac{v_{C2}}{l} = 4{,}5 \left[\frac{rad}{s}\right] \Rightarrow \underline{\omega}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -4{,}5 \end{bmatrix} \left[\frac{rad}{s}\right]$

↳ óramutatóval megegyező

Gyorsulásállapot

- Relatív kinematikával

$$\underline{a}_{C2} = \underline{\alpha}_{C2} + \underline{a}_{C2\,száll} + \underline{a}_{C2\,cor}$$

- 2-es test felől:

$$\underline{a}_{C2} = \underbrace{\underline{a}_B}_{=\underline{0}} + \underline{\varepsilon}_2 \times \underline{r}_{BC2} - \omega_2^2 \underline{r}_{BC2}$$

$$\boxed{\begin{aligned} &\underline{\alpha}_{C2} + \underline{a}_{C2\,száll} + \underline{a}_{C2\,cor} = \\ &= \underline{\varepsilon}_2 \times \underline{r}_{BC2} - \omega_2^2 \underline{r}_{BC2} \end{aligned}}$$

Az ebben lévő mennyiségeket kell felírni

↳ majd megoldani!

Relatív rész:

- $$\underline{\alpha}_{C2} = \begin{bmatrix} \alpha_{C2} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}_{(\xi,\eta,\zeta)} = \begin{bmatrix} \alpha_{C2}\cos\varphi \\ \alpha_{C2}\sin\varphi \\ 0 \end{bmatrix}_{(x,y,z)}$$

  nidirányú

- $$\underline{a}_{C2száll} = \underline{a}_{C1} = \underbrace{\underline{a}_A}_{\underline{0}} + \underline{\varepsilon}_1 \times \underline{r}_{AC} - \omega_1^2 \underline{r}_{AC} = \begin{vmatrix} \underline{i} & \underline{j} & \underline{k} \\ 0 & 0 & \varepsilon_1 \\ h\cos\varphi & h\sin\varphi & 0 \end{vmatrix} - \omega_1^2 \begin{bmatrix} h\cos\varphi \\ h\sin\varphi \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\underline{a}_{C1} = \begin{bmatrix} -\varepsilon_1 h \sin\varphi - \omega_1^2 h\cos\varphi \\ \varepsilon_1 h\cos\varphi - \omega_1^2 h\sin\varphi \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 18{,}0846 \\ -16{,}6765 \\ 0 \end{bmatrix} \left(\frac{m}{s^2}\right)$$

- $$\underline{a}_{C2cor} = 2\,\underline{\omega}_1 \times \underline{\beta}_{C2} = 2 \cdot \begin{vmatrix} \underline{i} & \underline{j} & \underline{k} \\ 0 & 0 & \omega_1 \\ \beta_{C2} & 0 & 0 \end{vmatrix} = 2 \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ \beta_{C2}\omega_1 \\ 0 \end{bmatrix}_{(\xi,\eta,\zeta)} = \begin{bmatrix} 0 \\ 18{,}71 \\ 0 \end{bmatrix}_{(\xi,\eta,\zeta)} \left(\frac{m}{s^2}\right)$$

  $$a_{C2cor} = 18{,}71 \left(\frac{m}{s^2}\right)$$

  $$\underline{a}_{C2cor} = a_{C2cor} \cdot \begin{bmatrix} -\sin\varphi \\ \cos\varphi \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -16{,}2 \\ 9{,}35 \\ 0 \end{bmatrix} \left(\frac{m}{s^2}\right)$$

- **Jobb oldal:**

$$\underline{a}_{C2} = \underline{\varepsilon}_2 \times \underline{r}_{BC} - \omega_2^2 \underline{r}_{BC} = \begin{vmatrix} \underline{i} & \underline{j} & \underline{k} \\ 0 & 0 & \varepsilon_2 \\ -\ell & 0 & 0 \end{vmatrix} - \omega_2^2 \begin{bmatrix} -\ell \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega_2^2 \ell \\ -\varepsilon_2 \ell \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 16{,}2 \\ -\varepsilon_2 \ell \\ 0 \end{bmatrix} \left(\frac{m}{s^2}\right)$$

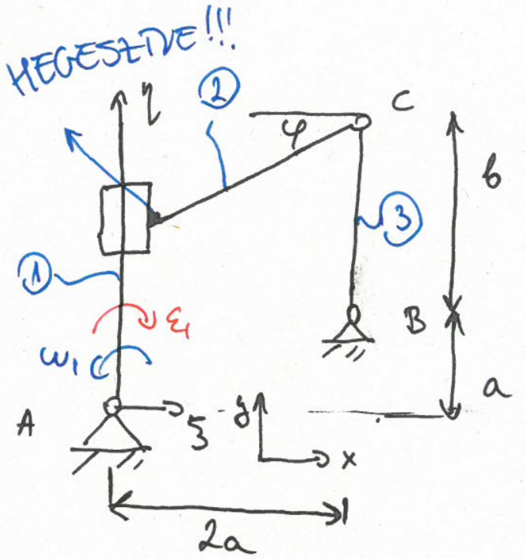
Összevetve: $\underline{\alpha}_{C2} + \underline{a}_{C1} + \underline{a}_{C2cor} = \underline{\varepsilon}_2 \times \underline{r}_{BC} - \omega_2^2 \underline{r}_{BC}$

$$\begin{bmatrix} \alpha_{C2}\cos\varphi + a_{C1x} + a_{C2corx} \\ \alpha_{C2}\sin\varphi + a_{C1y} + a_{C2cory} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{C2x} \\ -\varepsilon_2 \ell \\ 0 \end{bmatrix} \quad \begin{aligned} &\Rightarrow \alpha_{C2} = 28{,}63 \left(\frac{m}{s^2}\right) \\ &\Rightarrow \varepsilon_2 = -21{,}84 \left(\frac{rad}{s^2}\right) \end{aligned}$$

Ezekkel:

$$\underline{\varepsilon}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -21{,}84 \end{bmatrix} \left(\frac{rad}{s^2}\right); \quad \underline{\alpha}_{C2} = \begin{bmatrix} 14{,}31 \\ 24{,}75 \\ 0 \end{bmatrix}_{(x,y,z)} \left(\frac{m}{s^2}\right) \Rightarrow \underline{a}_{C2} = \begin{bmatrix} 16{,}2 \\ 17{,}47 \\ 0 \end{bmatrix} \left(\frac{m}{s^2}\right)$$

3. példa „Csúszkás mechanizmus 2"



Adatok

$a = 0{,}15\ [m]$

$b = 0{,}25\ [m]$

$\varphi = 30°$

$\omega_1 = 5\ \left[\frac{rad}{s}\right]$

$\varepsilon_1 = 8\ \left[\frac{rad}{s^2}\right]$

Feladat: 3-as test mozgásállapota a C ponthoz redukált mennyiségekkel

$\underline{v}_C;\ \underline{\omega}_3;\ \underline{a}_C;\ \underline{\varepsilon}_3$

Sebességállapot:

C pontra kétoldalról

3as test felől

$\rightarrow\ \underline{v}_{C3} = \underline{v}_B + \underline{\omega}_3 \times \underline{r}_{BC} = \underline{\omega}_3 \times \underline{r}_{BC}$, ahol $\underline{v}_B = \underline{0}$

2es test felől

$\rightarrow\ \underline{v}_{C2} = \underline{v}_D + \underline{\omega}_2 \times \underline{r}_{DC}$

$$\underline{v}_D + \underline{\omega}_2 \times \underline{r}_{DC} = \underline{\omega}_3 \times \underline{r}_{BC}$$

↓ Mennyi lesz $\underline{v}_D$?

$\underline{v}_D$ meghatározásához relatív kinematika kell:

$\underline{v}_{D1}$ 1es testen (x, y, z)

$\underline{v}_{D2}$ 2es testen (ξ, η, ζ)

$(x \parallel \xi;\ y \parallel \eta;\ z \parallel \zeta)$ nem kell átírni!

relatív mozgást végez

$\underline{v}_{D1} \neq \underline{v}_{D2}$!

$$\underline{v}_{D2} = \underline{\beta}_{D2} + \underline{v}_{D2száll} = \underline{\beta}_{D2} + \underline{v}_{D1}$$

$\rightarrow \underline{v}_{D1} = \underline{v}_A + \underline{\omega}_1 \times \underline{r}_{AD}$, ahol $\underline{v}_A = \underline{0}$

$\underline{\beta}_{D2}$: függőleges irányú

$$\underline{\beta}_{D2} = \begin{bmatrix} 0 \\ \beta_{D2} \\ 0 \end{bmatrix}$$

Emellett a begesztés miatt $\underline{\omega}_2 = \underline{\omega}_1$ (nem tud elfordulni a csuklóba csatlakozó rúd)

$$\underline{v}_{D2} + \underline{\omega}_2 \times \underline{r}_{DC} = \underline{\omega}_3 \times \underline{r}_{BC}$$ ← visszaírva és felhasználva $\underline{\omega}_1 = \underline{\omega}_2$

$$(\underline{\beta}_{D2} + \underline{\omega}_1 \times \underline{r}_{AD}) + \underline{\omega}_1 \times \underline{r}_{DC} = \underline{\omega}_3 \times \underline{r}_{BC}$$

$$\underline{\beta}_{D2} + \underline{\omega}_1 \times (\underbrace{\underline{r}_{AD} + \underline{r}_{DC}}_{\underline{r}_{AC}}) = \underline{\omega}_3 \times \underline{r}_{BC}$$

$$\boxed{\underline{\beta}_{D2} = \underline{\beta}_{C2}}$$

$$\underline{\beta}_{D2} + \underline{\omega}_1 \times \underline{r}_{AC} = \underline{\omega}_3 \times \underline{r}_{BC}$$ ← ez a C pont sebessége! két úton kifejezve

↳ relatív úton

$\underline{\omega}_1 \times \underline{r}_{AC} = \underline{v}_{C1}$ → A C pont fiktív pontja (mintha at 1es testen lenne)

↳ Az egyenlet amit meg kell oldani

$$↳ \underline{\beta}_{C2} + \underline{\omega}_1 \times \underline{r}_{AC} = \underline{\omega}_3 \times \underline{r}_{BC}$$

$$\underline{\beta}_{C2} = \begin{bmatrix} 0 \\ \beta_{C2} \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ \beta_{C2} \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{vmatrix} i & j & k \\ 0 & 0 & \omega_1 \\ 0{,}3 & 0{,}4 & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 0 & 0 & \omega_3 \\ 0 & 0{,}25 & 0 \end{vmatrix}$$

$$\underline{r}_{AC} = \begin{bmatrix} 0{,}3 \\ 0{,}4 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \underline{r}_{BC} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0{,}25 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -0{,}4\omega_1 \\ \beta_{C2} + 0{,}3\omega_1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0{,}25\omega_3 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\to \omega_3 = \frac{0{,}4}{0{,}25}\omega_1 = \underline{\underline{8 \left(\frac{rad}{s}\right)}}$$

$$\to \beta_{C2} = -0{,}3\omega_1 = -1{,}5 \left[\frac{\cancel{rad}\,m}{s}\right]$$

Ebből:

$$\underline{\omega}_3 = \underline{\underline{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 8 \end{bmatrix}}} \left(\frac{rad}{s}\right) \qquad \underline{v}_C = \begin{bmatrix} -0{,}25\omega_3 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \underline{\underline{\begin{bmatrix} -2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}}} \left(\frac{m}{s}\right)$$

Gyorsulásállapot

↳ Most rögtön C-re írjuk fel a relatív kinematikai kapcsolatot

- $$\underline{a}_{C_2} = \underset{\underline{\alpha}_{C_1}}{\underset{\|}{\underline{\alpha}_{C_2}}} + \underset{\underline{a}_{C_1}}{\underset{\|}{\underline{a}_{C_2 száll}}} + \underset{\underline{a}_{C_1 cor}}{\underset{\|}{\underline{a}_{C_2 cor}}} = \underline{\alpha}_{C_2} + \underline{a}_{C_1} + \underline{a}_{C_1 cor}$$

$$\underline{\alpha}_{C_2} = \begin{bmatrix} 0 \\ \alpha_{C_2} \\ 0 \end{bmatrix} \rightarrow \text{függőleges irányú;} \quad \underline{a}_{C_1} = \underset{\underline{0}}{\underset{\|}{\underline{a}_A}} + \underline{\varepsilon}_1 \times \underline{r}_{AC} - \omega_1^2 \underline{r}_{AC}$$

$$\underline{a}_{C_1} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 0 & 0 & \varepsilon \\ 0{,}3 & 0{,}4 & 0 \end{vmatrix} - \omega_1^2 \begin{bmatrix} 0{,}3 \\ 0{,}4 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0{,}4\,\varepsilon - \omega_1^2 \cdot 0{,}3 \\ 0{,}3\,\varepsilon - 0{,}4\,\omega_1^2 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\underline{a}_{C_1} = \begin{bmatrix} -4{,}3 \\ -12{,}4 \\ 0 \end{bmatrix} \left[\frac{m}{s^2}\right]$$

$$\underline{a}_{C_1 cor} = 2\,\underline{\omega}_1 \times \underline{\beta}_{C_2} = 2 \begin{vmatrix} i & j & k \\ 0 & 0 & \omega_1 \\ 0 & \beta_{C_2} & 0 \end{vmatrix} = \begin{bmatrix} -2\,\omega_1 \beta_{C_2} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 15 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \left[\frac{m}{s^2}\right]$$

- **A 3-as test felől**

$$\underline{a}_{C_3} = \underset{\underline{0}}{\underset{\|}{\underline{a}_B}} + \underline{\varepsilon}_3 \times \underline{r}_{BC_3} - \omega_3^2 \underline{r}_{BC_3} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 0 & 0 & \varepsilon_3 \\ 0 & 0{,}25 & 0 \end{vmatrix} - \omega_3^2 \begin{bmatrix} 0 \\ 0{,}25 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\underline{a}_{C_3} = \begin{bmatrix} -0{,}25\,\varepsilon_3 \\ -16 \\ 0 \end{bmatrix} \left(\frac{m}{s^2}\right)$$

A két felírást összevetve (mert $\underline{a}_{C2} = \underline{a}_{C3}$)

$$\underline{\alpha}_{C2} + \underline{a}_{C1} + \underline{a}_{C,cor} = \underbrace{\underline{\varepsilon}_3 \times \underline{r}_{BC3} - \omega_3^2 \underline{r}_{BC3}}$$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ \alpha_{C2} \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -4,3 \\ -12,4 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 15 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,25\,\varepsilon_3 \\ -16 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$\hookrightarrow \varepsilon_3 = \underline{\underline{-42,8 \left[\frac{rad}{s^2}\right]}} \rightarrow \underline{\varepsilon}_3 = \underline{\underline{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -42,8 \end{bmatrix}}} \left[\frac{rad}{s^2}\right]$

$\hookrightarrow \alpha_{C2} = \underline{\underline{-3,6 \left[\frac{m}{s^2}\right]}} \rightarrow \underline{\alpha}_{C2} = \underline{\underline{\begin{bmatrix} 0 \\ -3,6 \\ 0 \end{bmatrix}}} \left[\frac{m}{s^2}\right]$

$\downarrow$ visszaírva $\underline{a}_{C2}$-be

$$\underline{a}_C = \underline{a}_{C2} = \underline{a}_{C3} = \underline{\underline{\begin{bmatrix} 10,7 \\ -16 \\ 0 \end{bmatrix}}} \left[\frac{m}{s^2}\right]$$