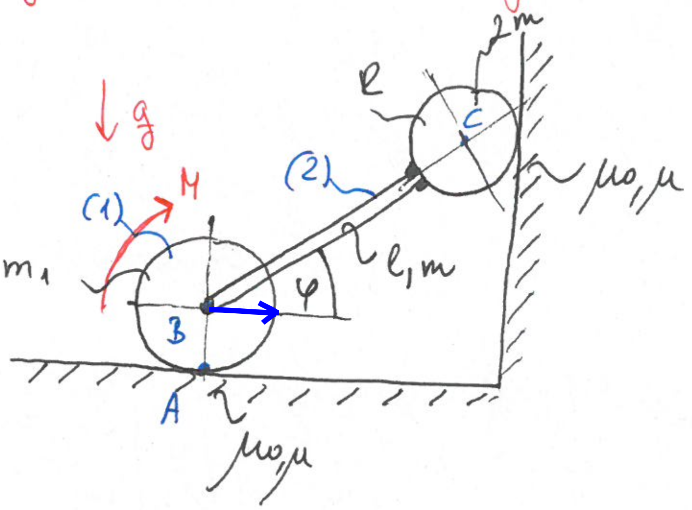
Dinamika 13. hét

Merev testek dinamikája

1. feladat 2010. 12. 21. Vizsga 1. rész (sík feladat)



Adatok:

$m_1 = 6\,[kg]$

$m = 3\,[kg]$

$R = 0{,}3\,(m)$

$\ell = 4R = 1{,}2\,[m]$

$\varphi = 30^\circ$

$\mu_0 = 1$

$\mu = 0{,}1$

$v_B = 0{,}3\,\left[\frac{m}{s}\right]$

Az (1)es koronghoz csuklósan kapcsolódik az m tömegű rúdból és a 2m tömegű korongból álló (2)es test. A gördülő 1es korongra időben változó nagyságú M nyomaték hatására a B pont sebessége állandó.

Feladat

1) Határozzuk meg az (1)es és (2)es testek gyorsulásállapotát a súlyponti mennyiségekkel. Jelöljük az ábrába a (2)es test (sebesség és) gyorsuláspólusát (10p)

2) Bontsa szét a szerkezetet és rajzolja meg a szabadtest ábrákat! Az ábrák alapján írja fel a dinamika alaptételeinek vetületi egyenleteit! (10p)

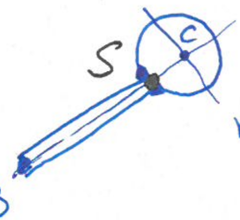
3) Határozza meg az M nyomaték értékét! Igazolja, hogy az (1)es korong valóban gördül (8p) (7p)

4) A (2)es test és a fal közti csúszást elhanyagolva határozza meg mennyi mechanikai munkát végez M, amíg a 2es test függőleges helyzetbe ér! (8p)

$\underline{\Sigma : 35p}$

Hol lesz a (2)es test súlypontja?

$$\underline{r}_{BS} = \frac{1}{3m}\left(m\cdot\frac{l_2}{2}\begin{bmatrix}\cos\varphi\\ \sin\varphi\end{bmatrix} + 2m\cdot(l+R)\cdot\begin{bmatrix}\cos\varphi\\ \sin\varphi\\ 0\end{bmatrix}\right)$$



$m_2 = m + 2m = 3m \qquad l = 4R$

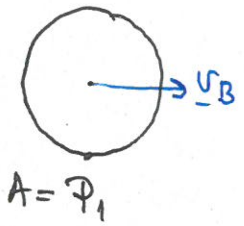
$$r_{BS} = \frac{1}{3m}\cdot\left(\frac{m\cdot 4R}{2} + 2m\cdot 5R\right)\begin{bmatrix}\cos\varphi\\ \sin\varphi\end{bmatrix} = 4R\cdot\begin{bmatrix}\cos\varphi\\ \sin\varphi\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}l\cos\varphi\\ l\sin\varphi\end{bmatrix}$$

pont a legeznetésnél!

Kinematika:

(1)es test:

$$v_B = R\cdot\omega_1 \rightarrow \omega_1 = \frac{v_B}{R} = \underline{\underline{1\left(\frac{rad}{s}\right)}} \qquad \underline{\omega} = \begin{bmatrix}0\\0\\-\omega_1\end{bmatrix} = \underline{\underline{\begin{bmatrix}0\\0\\-1\end{bmatrix}\left(\frac{rad}{s}\right)}}$$



$$\underline{v}_{S_1} = \underline{v}_B = \underline{\underline{\begin{bmatrix}0{,}3\\0\\0\end{bmatrix}\left(\frac{m}{s}\right)}}$$

$\underline{\omega} = \text{áll} \Rightarrow \underline{\underline{\underline{\varepsilon}_1 = \underline{0}}}$

$\underline{v}_B = \text{áll} \Rightarrow \underline{\underline{\underline{a}_B = \underline{0}}}$

(2)es test:

$$\underline{v}_C = \underline{v}_B + \underline{\omega}_2 \times \underline{r}_{BC}$$

csak függőlegesen mozog $\rightarrow$

$$\begin{bmatrix}0\\v_C\\0\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}v_B\\0\\0\end{bmatrix} + \begin{vmatrix}\underline{i} & \underline{j} & \underline{k}\\ 0 & 0 & \omega_2\\ (l+R)\cos\varphi & (l+R)\sin\varphi & 0\end{vmatrix} = \begin{bmatrix}v_B - (l+R)\sin\varphi\,\omega_2\\ (l+R)\cos\varphi\,\omega_2\\ 0\end{bmatrix}$$

$$\hookrightarrow \omega_2 = \frac{v_B}{(l+R)\sin\varphi} = \underline{\underline{0{,}4\left(\frac{rad}{s}\right)}} \qquad \underline{\omega}_2 = \underline{\underline{\begin{bmatrix}0\\0\\0{,}4\end{bmatrix}\left(\frac{rad}{s}\right)}}$$

$$v_C = (l+R)\cos\varphi\,\omega_2 = \underline{0{,}5196\left(\frac{m}{s}\right)} \qquad \underline{v}_C = \underline{\underline{\begin{bmatrix}0\\0{,}5196\\0\end{bmatrix}\left(\frac{m}{s}\right)}}$$

$\hookrightarrow$ Gyorsulásállapot

$$\underline{a}_C = \underbrace{\underline{a}_B}_{\underline{0}} + \underline{\varepsilon}_2 \times \underline{r}_{BC} - \omega_2^2\,\underline{r}_{BC}$$

függőlegesen mozog $\rightarrow$

$$\begin{bmatrix}0\\a_C\\0\end{bmatrix} = \begin{vmatrix}\underline{i} & \underline{j} & \underline{k}\\ 0 & 0 & \varepsilon_2\\ (l+R)\cos\varphi & (l+R)\sin\varphi & 0\end{vmatrix} - \omega_2^2(l+R)\begin{bmatrix}\cos\varphi\\ \sin\varphi\\ 0\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}-(l+R)\sin\varphi\,\varepsilon_2 - (l+R)\,\omega_2^2\cos\varphi\\ (l+R)\cos\varphi\,\varepsilon_2 - (l+R)\,\omega_2^2\sin\varphi\\ 0\end{bmatrix}$$

Az első egyenletből:

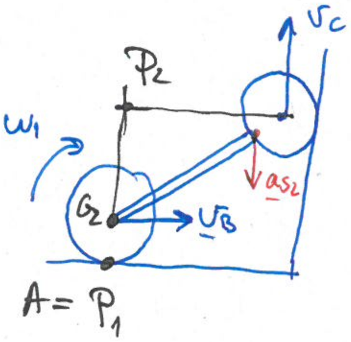
$$\varepsilon_2 = -\frac{\omega_2^2 \cos\varphi}{\sin\varphi} = -0{,}277 \left[\frac{rad}{s^2}\right] \Longrightarrow \underline{\varepsilon}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -0{,}277 \end{bmatrix} \left(\frac{rad}{s^2}\right)$$

↳ $\underline{a}_C$-t nem kell kiszámolni! A súlypont gyorsulása kell!

$$\underline{a}_{S2} = \underset{\overset{\parallel}{0}}{\underline{a}_B} + \underline{\varepsilon}_2 \times \underline{r}_{BS2} - \omega_2^2 \underline{r}_{BS2} = \begin{vmatrix} \underline{i} & \underline{j} & \underline{k} \\ 0 & 0 & \varepsilon_2 \\ l\cos\varphi & l\sin\varphi & 0 \end{vmatrix} - \omega_2^2 \begin{bmatrix} l\cos\varphi \\ l\sin\varphi \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\underline{a}_{S2} = \begin{bmatrix} -l\varepsilon_2 \sin\varphi - \omega_2^2 l\cos\varphi \\ l\cos\varphi\,\varepsilon_2 - \omega_2^2 l \sin\varphi \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -0{,}378 \\ 0 \end{bmatrix} \left[\frac{m}{s^2}\right]$$

↳ Ezzel megvan mindkét test sebességállapota.

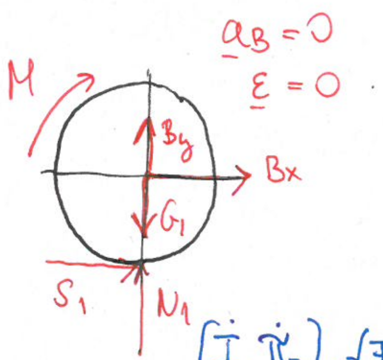


(1)es test $A = P_1$

(2)es test $B = G_2$ (gyorsuláspólus)

P_2-t ~~~~ ~~szerkesztéssel!~~

SZTA!

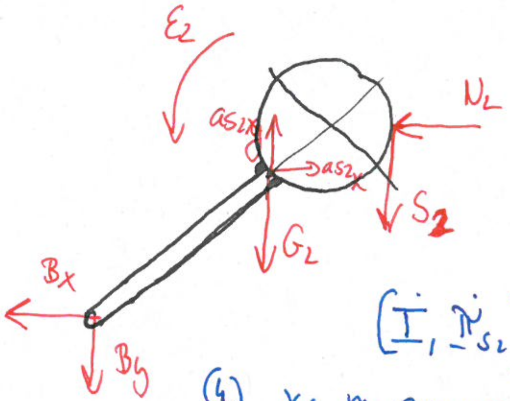


$$[\dot{\underline{I}}, \dot{\underline{\Pi}}_B]_B = [\underline{F}; \underline{M}_B]_B$$

x: $0 = B_x + S_1$ (1)

y: $0 = B_y + N_1 - G_1$ (2)

z: $0 = S_1 \cdot R - M$ (3)



$$[\dot{\underline{I}}, \dot{\underline{\Pi}}_{S2}] = [\underline{F}; \underline{M}_{S2}]_{S2}$$

(4) x: $m_2 a_{S2x} = -B_x - N_2$

(5) y: $m_2 a_{S2y} = -B_y - G_2 - S_2$

(6) z: $\Theta_{S2}\varepsilon = -B_x l\sin\varphi + B_y l\cos\varphi + N_2 \cdot R\sin\varphi +$
$+ -S_2 R(1+\cos\varphi)$

Az ismeretlenek: $M, S_1, N_1, S_2, N_2, B_x, B_y$

7 ismeretlen → 7 egyenlet kell

+ egyenlet

(7) $S_2 = \mu N_2$ (a 2es test csúszik)

(5): $B_y = -S_2 - 3mg - 3ma_{sy} = -\mu N_2 - 3mg - 3ma_{sy}$

(4): $B_x = -N_2 - \underset{\overset{\parallel}{0}}{3ma_{sx}} \Rightarrow \underline{\underline{B_x = -N_2}}$

Ezeket beírjuk ((6)-ba), de kell még a tehetetlenségi nyomaték

$$\Theta_{S_2} = \frac{1}{12} m l^2 + m\left(\frac{l}{2}\right)^2 + \frac{1}{2}(2m)R^2 + (2m)R^2 = \frac{25}{3} m R^2 = \underline{\underline{2{,}25\ (kg\,m^2)}}$$

$$\Theta_{S_2} \cdot \varepsilon = N_2 l \sin\varphi \mp (\mu N_2 + 3mg + 3ma_{sy}) l\cos\varphi + N_2 R\sin\varphi - \mu N_2 R(1+\cos\varphi)$$

$$\hookrightarrow N_2 = \frac{\Theta_{S_2}\cdot\varepsilon + (3mg + 3ma_{sy}) l\cos\varphi}{(l+R)\sin\varphi - \mu(l+R)\cos\varphi - \mu R} = \underline{\underline{148{,}35\ (N)}}$$

$\underline{\underline{B_x = -148{,}35\ (N)}} \rightarrow \underline{\underline{S_1 = 148{,}35\ (N)}}$

$\underline{\underline{B_y = -99{,}67\ (N)}} \rightarrow N_1 = m_1 g - B_y = \underline{\underline{158{,}53\ (N)}}$

$M = S_1 \cdot R = \underline{\underline{44{,}5\ (Nm)}}$

$\frac{S_1}{N_1} < \mu_0$ ha gördül

$\frac{S_1}{N_1} = 0{,}94 < \mu_0 = 1 \Rightarrow$ tényleg gördül!

<u>Az M nyomaték munkája</u>

Munkatétel:

$$T_2 - T_1 = W_{21}$$

T_2: függőleges

T_1: jelen helyzet

$$W_{21} = W_{21}^G + W_{21}^M + W_{21}^S$$

W_{21}^S: elhanyagoljuk! (feladat miatt)

$$T_1 = \frac{1}{2}\Theta_A \cdot \omega_1^2 + \frac{1}{2} \overset{3m}{\overset{\parallel}{m_2}} v_{S_2}^2 + \frac{1}{2}\Theta_{S_2}\omega_2^2$$

állópontra

$$\Theta_A = \Theta_{S_1} + m_1 R^2 = \frac{1}{2} m R^2 + m R^2 = \frac{3}{2} m_1 R^2 = 0{,}81\ (kg\,m^2)$$

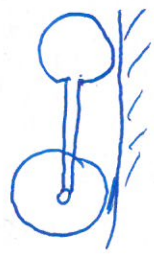
$$\underline{v}_{S_2} = \underline{v}_B + \underline{\omega}_2 \times \underline{r}_{BS_2} = \begin{bmatrix} v_B \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{vmatrix} \underline{i} & \underline{j} & \underline{k} \\ 0 & 0 & \omega_2 \\ l\cos\varphi & l\sin\varphi & 0 \end{vmatrix} = \begin{bmatrix} v_B - \omega_2 l\sin\varphi \\ \omega_2 l\cos\varphi \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9{,}06 \\ 0{,}416 \\ 0 \end{bmatrix} \left[\frac{m}{s}\right]$$

$$\hookrightarrow v_{S_2}^2 = 0{,}1764\ \left(\frac{m^2}{s^2}\right)$$

Visszahelyettesítve: $T_1 = 1{,}3788\ (J)$

2es helyzet

$$T_2 = \frac{1}{2}\Theta_A \cdot \underset{\substack{\parallel \\ \omega_1 = \text{áll}}}{\omega_1^2(t_2)} + \frac{1}{2} m_2 v_{S_2}^2(t_2) + \frac{1}{2}\Theta_{S_2}\omega_2^2(t_2)$$



$$C = P_2 \implies \omega_2 = \frac{v_B}{l+R} = 0{,}2\ \left(\frac{rad}{s}\right)$$

$$v_{S_2} = R \cdot \omega_2 = 0{,}06\ \left[\frac{m}{s}\right]$$

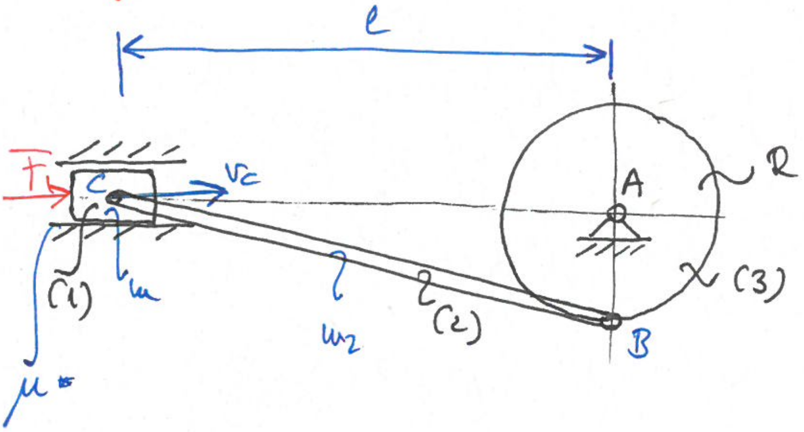
$T_2 = 0{,}06012\ (J)$

$$W_{12}^G = -(U_2 - U_1) = U_1 - U_2 = 3mg(l - l\sin\varphi)$$

$$\hookrightarrow T_2 - T_1 = -3mg(l - l\sin\varphi) + W_{12}^M$$

$$W_{12}^M = T_2 - T_1 + 3mg(l - l\sin\varphi) = 53{,}75\ (W)$$

2. feladat



Adatok

$m_1 = 2$ [kg]

$m_2 = 2$ [kg]

$m_3 = 10$ [kg]

$\mu = 0,1$

$R = 0,1$ (m)

$l = 0,4$ (m)

$v_C = 1 \left[\frac{m}{s}\right]$

$a_C = 2 \left(\frac{m}{s^2}\right)$

Vízszintes sík!

Feladatok:

$\underline{\omega}_2$, $\underline{v}_{S_2}$; $\underline{\varepsilon}_2$, $\underline{a}_{S_2}$

$\underline{\omega}_3$; $\underline{v}_B$; $\underline{\varepsilon}_3$; $\underline{a}_B$

$\underline{B}$; $\underline{C}$, F_1, $\underline{A}$

Sebességállapot

$$\underline{v}_B = \underline{v}_C + \underline{\omega}_2 \times \underline{r}_{CB} = \begin{bmatrix} v_C \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{vmatrix} \underline{i} & \underline{j} & \underline{k} \\ 0 & 0 & \omega_2 \\ l & -R & 0 \end{vmatrix} = \begin{bmatrix} v_C + \omega_2 R \\ \omega_2 l \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\underline{v}_B = \underbrace{\underline{v}_A}_{0} + \underline{\omega}_3 \times \underline{r}_{AB} = \begin{vmatrix} \underline{i} & \underline{j} & \underline{k} \\ 0 & 0 & \omega_3 \\ 0 & -R & 0 \end{vmatrix} = \begin{bmatrix} \omega_3 R \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

egyenlőség

$0 = \omega_2 \cdot l \Rightarrow \underline{\underline{\omega_2 = 0}}$

$\omega_3 = \frac{v_C}{R} = 10 \left[\frac{rad}{s}\right]$ $\qquad \underline{\underline{\underline{\omega}_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 10 \end{bmatrix} \left(\frac{rad}{s}\right)}}$

$\underline{\underline{\underline{v}_C = \underline{v}_B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \left(\frac{m}{s}\right)}}$ $\qquad \underline{\underline{\underline{v}_{S_2} = \underline{v}_C = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \left(\frac{m}{s}\right)}}$

Gyorsulásállapot

$$\underline{a}_B = \underline{a}_C + \underline{\varepsilon}_2 \times \underline{r}_{CB} - \cancel{\omega_2^2 \underline{r}_{CB}} = \begin{bmatrix} a_C \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{vmatrix} \underline{i} & \underline{j} & \underline{k} \\ 0 & 0 & \varepsilon_2 \\ \ell & -R & 0 \end{vmatrix} = \begin{bmatrix} a_C + \varepsilon_2 R \\ \varepsilon_2 \ell \\ 0 \end{bmatrix}$$

másik oldalról:

$$\underline{a}_B = \underset{\underset{\underline{0}}{\parallel}}{\underline{a}_A} + \underline{\varepsilon}_3 \times \underline{r}_{AB} - \omega_3^2 \underline{r}_{AB} = \begin{vmatrix} \underline{i} & \underline{j} & \underline{k} \\ 0 & 0 & \varepsilon_3 \\ 0 & -R & 0 \end{vmatrix} - \omega_3^2 \begin{bmatrix} 0 \\ -R \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R\varepsilon_3 \\ R\omega_3^2 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Ebből $\Rightarrow$ $\varepsilon_2 = \dfrac{R\omega_3^2}{\ell} = 25 \left[\dfrac{rad}{s^2}\right]$ $\qquad \underline{\varepsilon}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 25 \end{bmatrix} \left(\dfrac{rad}{s^2}\right)$

$\varepsilon_3 = \dfrac{a_C + \varepsilon_2 R}{R} = 45 \left[\dfrac{rad}{s^2}\right]$ $\qquad \underline{\varepsilon}_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 45 \end{bmatrix} \left(\dfrac{rad}{s^2}\right)$

Visszaírva:

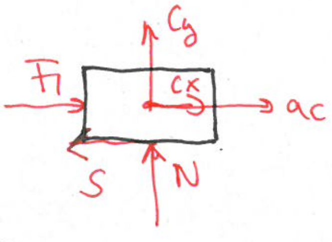
$$\underline{a}_B = \begin{bmatrix} 4,5 \\ 10 \\ 0 \end{bmatrix} \left(\frac{m}{s^2}\right) \qquad \underline{a}_{S_2} = \begin{bmatrix} a_C + \varepsilon_2 \cdot R/2 \\ \varepsilon_2 \cdot \ell/2 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3,25 \\ 5 \\ 0 \end{bmatrix} \left(\frac{m}{s^2}\right)$$

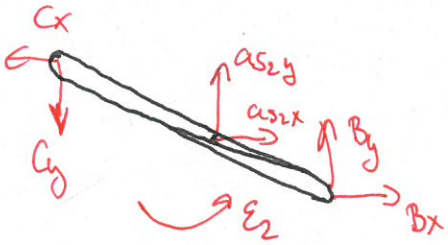
SZTA'

(1) anyagi pont

(2)

(3)





$(\dot{\underline{I}}, \dot{\underline{\Pi}}_C)_C = (\underline{F}; \underline{M}_C)_C$

(1) $m_1 \cdot a_C = F_1 + C_x - S$

(2) $\cancel{m_1} \cdot 0 = C_y + N$

(3) + egyenlet

$S = \mu N$

$(\dot{\underline{I}}, \dot{\underline{\Pi}}_{S_2})_{S_2} = (\underline{F}, \underline{M}_{S_2})_{S_2}$

(4) $m_2 \cdot a_{S_2x} = B_x - C_x$

(5) $m_2 \cdot a_{S_2y} = B_y - C_y$

(6) $\Theta_{S_2} \cdot \varepsilon_2 = B_y \cdot \dfrac{\ell}{2} + B_x \dfrac{R}{2} + C_y \cdot \dfrac{\ell}{2} + C_x \cdot \dfrac{R}{2}$

$(\dot{\underline{I}}, \dot{\underline{\Pi}}_A)_A = (\underline{F}, \underline{M}_A)_A$

(7) $0 = -B_y + A_y$

(8) $0 = A_x - B_x$

(9) $\Theta_{S_3} \varepsilon_3 = -B_x \cdot R$

$\Theta_{S_2} = \frac{1}{12} m_2 (l^2 + R^2) = 0{,}0283 \; (kg\,m^2)$

$\Theta_{S_3} = \frac{1}{2} m_3 R^2 = 0{,}05 \; (kg\,m^2)$

↳ Az egyenletben szereplő ismeretlenek

$F_1, C_x, C_y, S, N, B_x, B_y, A_x, A_y$ 9 ismeretlen, 9 egyenlet

(9) $\Rightarrow B_x = -\frac{\Theta_{S_3} \cdot \varepsilon_3}{R} = \underline{\underline{-22{,}5 \; (N)}}$

(4) $C_x = B_x - m_2 a_{S_2 x} = \underline{\underline{-29 \; (N)}}$

(8) $A_x = B_x = \underline{\underline{-22{,}5 \; (N)}}$

(5) $\rightarrow C_y = B_y - m_2 a_{S_2 y}$

(6) $\Theta_{S_2} \varepsilon_2 = (B_y + B_y - m_2 a_{S_2 y}) \cdot \frac{l}{2} + (B_x + C_x) \frac{R}{2}$

↳ $B_y = \underline{\underline{13{,}2083 \; (N)}}$

$C_y = \underline{\underline{3{,}2083 \; (N)}}$

$A_y = \underline{\underline{13{,}2083 \; (N)}}$

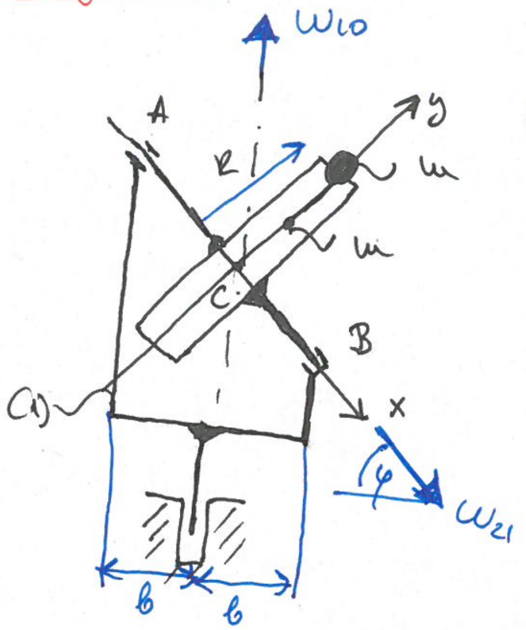
$N = \underline{\underline{-3{,}2083 \; (N)}}$

$S = \mu |N| = 0{,}32083 \; (N) \Leftarrow$

$F_1 = m_1 \cdot a_C - C_x + S = \underline{\underline{33{,}32 \; (N)}}$

Térbeli vizsgafeladat

3. feladat 2015. 01. 26



Adatok:

$m = 0{,}6\,[kg]$

$R = 0{,}4\,(m)$

$b = 0{,}04\,(m)$

$\omega_{10} = 20\,[rad/s]$

$\omega_{21} = 30\,[\frac{rad}{s}]$

$\varphi = 30°$

Az (1) merev keret ω_{10} állandó szögsebességgel forog. A keretbe szerelt forgórész m tömegű korongból és m tömegű anyagi pontból áll. A forgórész elhanyagolható tömegű A-B rúddal az A és B pontokban csapágyazott. A csapágyban csak koncentrált erők ébrednek, B-ben az axiális elmozdulást gátolják. A forgórész ω_{21} szögsebességgel forog a kerethez képest.

Feladatok

1) Határozza meg a súlypont gyorsulásvektorát (5p)

2) Paraméteresen adja meg a (2) es test C-re számított tehetetlenségi nyomatéki mátrixát! (3p)

3) Számítsa ki paraméteresen a C pontra számított perdületvektort (x, y, z)-ben! (4p)

4) SZTA (3p)

5) Írja fel a din. alaptételének vektoriális egyenleteit! (10p)

1) A súlypont: $\underline{r}_{CS} = \begin{bmatrix} 0 \\ R/2 \\ 0 \end{bmatrix}$

$$\underline{a}_S = \underset{\underset{\underline{0}}{\shortparallel}}{\underline{a}_C} + \underline{\varepsilon}_2 \times \underline{r}_{CS} + \underline{\omega}_2 \times (\underline{\omega}_2 \times \underline{r}_{CS})$$

$$\underline{\varepsilon}_2 = \underline{\omega}_{10} \times \underline{\omega}_{21} = \begin{bmatrix} -\omega_{10}\sin\varphi \\ \omega_{10}\cos\varphi \\ 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \omega_{21} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{vmatrix} \underline{i} & \underline{j} & \underline{k} \\ -\omega_{10}\sin\varphi & \omega_{10}\cos\varphi & 0 \\ \omega_{21} & 0 & 0 \end{vmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\omega_{10}\omega_{21}\cos\varphi \end{bmatrix}$$

$$\underline{\omega}_2 = \underline{\omega}_{10} + \underline{\omega}_{21} = \begin{bmatrix} \omega_{21} - \omega_{10}\sin\varphi \\ \omega_{10}\cos\varphi \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\underline{\omega}_2 \times \underline{r}_{CS} = \begin{vmatrix} \underline{i} & \underline{j} & \underline{k} \\ \omega_{2x} & \omega_{2y} & 0 \\ 0 & \frac{R}{2} & 0 \end{vmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega_{2x}\frac{R}{2} \end{bmatrix}$$

$$\underline{a}_S = \begin{vmatrix} \underline{i} & \underline{j} & \underline{k} \\ 0 & 0 & \varepsilon_2 \\ 0 & R/2 & 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \underline{i} & \underline{j} & \underline{k} \\ \omega_{2x} & \omega_{2y} & 0 \\ 0 & 0 & \omega_{2x}\frac{R}{2} \end{vmatrix} = \begin{bmatrix} -\varepsilon_2 \cdot \frac{R}{2} + \omega_{2x}\omega_{2y}\frac{R}{2} \\ -\omega_{2x}\omega_{2x}\frac{R}{2} \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\underline{a}_S = \begin{bmatrix} -\varepsilon_2\frac{R}{2} + \omega_{21}\omega_{10}\cos\varphi\frac{R}{2} - \omega_{10}^2\sin\varphi\cos\varphi \cdot \frac{R}{2} \\ -\frac{R}{2}(\omega_{21} - \omega_{10}\sin\varphi)^2 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 17{,}32 \\ -8 \\ 0 \end{bmatrix} \left(\frac{m}{s^2}\right)$$

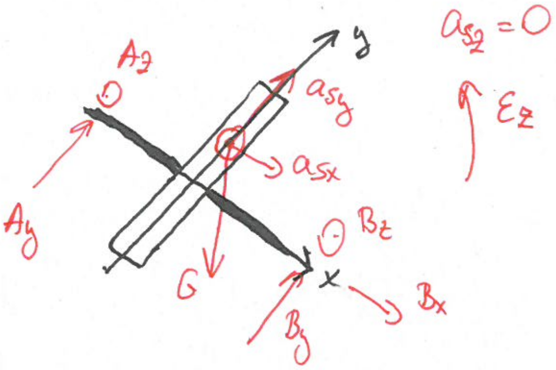
2) Tehetetlenségi nyomatéki mátrix

$$\underline{\underline{\Theta}}_C = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}mR^2 + mR^2 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{4}mR^2 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{4}mR^2 + mR^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{3}{2}mR^2 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{4}mR^2 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{4}mR^2 + mR^2 \end{bmatrix}$$

3) Perdület:

$$\underline{\Pi}_S = \underline{\underline{\Theta}}_C \cdot \underline{\omega}_2 = \begin{bmatrix} \frac{3}{2}mR^2(\omega_{21} - \omega_{10}\sin\varphi) \\ \frac{1}{4}mR^2(\omega_{10}\cos\varphi) \\ 0 \end{bmatrix}$$

4) SZTÁ



C tartósan álló pont!

5) $\left(\dot{\underline{I}}, \dot{\underline{\Pi}}_S\right)_S = \left(\underline{F}, \underline{M}_S\right)_S$ vagy $\left(\dot{\underline{I}}, \dot{\underline{\Pi}}_C\right)_C = \left(\underline{F}, \underline{M}_C\right)_C$

$$x: \quad 2m\, a_{Sx} = B_x + 2mg\sin\varphi$$

$$y: \quad 2m\, a_{Sy} = B_y + A_y - 2mg\cos\varphi$$

$$z: \quad 0 = A_z + B_z$$

$$\dot{\underline{\Pi}}_C = \underline{\underline{\Theta}}_C \cdot \underline{\varepsilon} + \underline{\omega}_2 \times \underline{\Pi}_C = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{5}{4} m\ell^2 \omega_{10}\omega_{21}\cos\varphi \end{bmatrix} + \begin{vmatrix} \underline{i} & \underline{j} & \underline{k} \\ \omega_{21} - \omega_{10}\sin\varphi & \omega_{10}\cos\varphi & 0 \\ \Pi_{Cx} & \Pi_{Cy} & 0 \end{vmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{5}{4} m\ell^2\omega_{10}\omega_{21}\cos\varphi + \frac{\cancel{8}\,1}{4} m\ell^2(\omega_{21} - \omega_{10}\sin\varphi)\omega_{10}\cos\varphi - \frac{3}{2} m\ell^2 \omega_{10}\cos\varphi(\omega_{21} - \omega_{10}\sin\varphi) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{5}{2} m\ell^2\omega_{10}\omega_{21}\cos\varphi + \frac{5}{4} m\ell^2\omega_{10}^2\sin\varphi\cos\varphi \end{bmatrix}$$

A nyomatékok

$$\underline{M}_C = \underline{r}_{CS} \times \underline{G} + \underline{r}_{CA} \times \underline{A} + \underline{r}_{CB} \times \underline{B} = \begin{vmatrix} \underline{i} & \underline{j} & \underline{k} \\ 0 & \ell/2 & 0 \\ 2mg\sin\varphi & -2mg\cos\varphi & 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \underline{i} & \underline{j} & \underline{k} \\ -b/\cos\varphi & 0 & 0 \\ 0 & A_y & A_z \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \underline{i} & \underline{j} & \underline{k} \\ b/\cos\varphi & 0 & 0 \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$$

Tehát:

$x: \quad 0 = 0$

$y: \quad 0 = \frac{A_z b}{\cos\varphi} - \frac{B_z \cdot b}{\cos\varphi}$

$z: \quad \frac{5}{4} m R^2 \left(\omega_{10}^2 \sin\varphi \cos\varphi - 2\omega_{10}\omega_{21} \cos\varphi \right) = -mgR\sin\varphi - \frac{A_y \cdot b}{\cos\varphi} + \frac{B_y \cdot b}{\cos\varphi}$