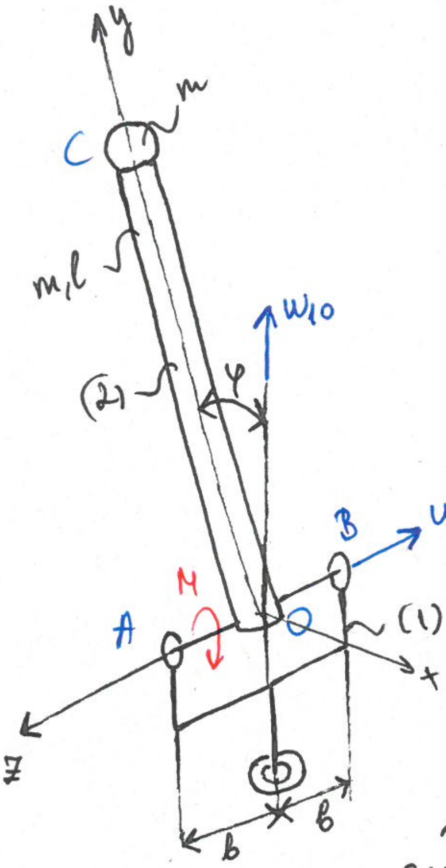
Térbeli dinamikai feladatok

1. feladat | 2014.12.22



Adatok

$m = 0,36$ [kg]

$l = 0,6$ [m]

$b = 0,1$ [m]

$\omega_{10} = 2 \left[\frac{rad}{s}\right]$ = áll

$\omega_{21} = 5 \left[\frac{rad}{s}\right]$ = áll

$\varphi = 30°$

Az ábrán vázolt (2)-es test m tömegű l hosszú prizmatikus rúdból valamint a végére erősített m tömegű anyagi pontból áll. A testre ismeretlen nagyságú M nyomaték hat amelynek köszönhetően ω_{21} szögsebességgel forog az (1)-es testhez képest. Az (1)-es test állandó ω_{10} szögsebességgel forog. A (2)-es testhez elhanyagolható tömegű merev AB rúddal az A-B pontokban csapágyazott. A csapágyakban koncentrált erők ébrednek. A B csapágy gátolja csak az axiális elmozdulást.

Feladatok

1) (2)-es test O-ra számított tehetetlenségi nyomatéki mátrixa (x, y, z)-ben, paraméteresen! (3p)

2) Perdületvektor O pontra paraméteresen (4p)

3) MINIMUM! (2)-es test súlypontjának gyorsulása! (5p)

4) SZTA

5) Din. alaptételének vetületi egyenletei paraméteresen

1)

$R << l$

$$\underline{\underline{\Theta}}_0 = \underline{\underline{\Theta}}_{0rúd} + \underline{\underline{\Theta}}_{0pont} = \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{1}{12}ml^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{12}ml^2 \end{bmatrix}}_{\text{rúd súlypontjára}} + \underbrace{\begin{bmatrix} ml^2/4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & ml^2/4 \end{bmatrix}}_{\text{Steiner-tag}} + \underbrace{\begin{bmatrix} ml^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & ml^2 \end{bmatrix}}_{\text{anyagi pont}}$$

$$\underline{\underline{\Theta}}_0 = \begin{bmatrix} \frac{4}{3}ml^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{4}{3}ml^2 \end{bmatrix}$$

2)

$\underline{\Pi}_0 = \underline{\underline{\Theta}}_0 \cdot \underline{\omega}_2$ $\quad$ O tartósan álló pont!

$$\underline{\omega}_2 = \underline{\omega}_{10} + \underline{\omega}_{21} \qquad \underset{(x,y,z)}{\underline{\omega}_{10}} = \begin{bmatrix} \omega_{10}\sin\varphi \\ \omega_{10}\cos\varphi \\ 0 \end{bmatrix}; \quad \underset{(x,y,z)}{\underline{\omega}_{21}} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\omega_{21} \end{bmatrix}$$

$$\underline{\omega}_2 = \begin{bmatrix} \omega_{10}\sin\varphi \\ \omega_{10}\cos\varphi \\ -\omega_{21} \end{bmatrix}$$

$$\underline{\Pi}_0 = \begin{bmatrix} \frac{4}{3}ml^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{4}{3}ml^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \omega_{10}\sin\varphi \\ \omega_{10}\cos\varphi \\ -\omega_{21} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{4}{3}ml^2\omega_{10}\sin\varphi \\ 0 \\ -\frac{4}{3}ml^2\omega_{21} \end{bmatrix}$$

3) súlypont gyorsulása

↳ Hol van a súlypont

$$\underline{r}_{0S} = \frac{m\cdot\begin{bmatrix} 0 \\ l/2 \\ 0 \end{bmatrix} + m\begin{bmatrix} 0 \\ l \\ 0 \end{bmatrix}}{2m} = \begin{bmatrix} 0 \\ 3/4\,l \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\underline{a}_S = \underset{\substack{\| \\ 0 \\ \text{álló pont}}}{\underline{a}_0} + \underline{\varepsilon}_2 \times \underline{r}_{0S} + \underline{\omega}_2 \times (\underline{\omega}_2 \times \underline{r}_{0S})$$

$$\underline{\omega}_2 \times \underline{r}_{0S} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ \omega_{10}\sin\varphi & \omega_{10}\cos\varphi & -\omega_{21} \\ 0 & 3/4\,l & 0 \end{vmatrix} = \begin{bmatrix} 3/4\,l\,\omega_{21} \\ 0 \\ 3/4\,l\,\omega_{10}\sin\varphi \end{bmatrix}$$

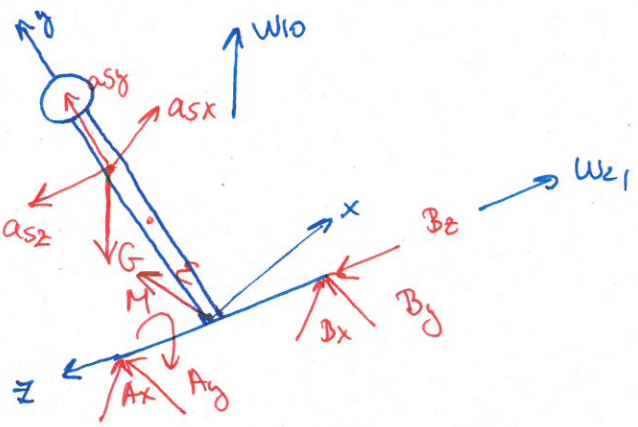
$$\underline{\varepsilon}_2 = \underline{\omega}_{10} \times \underline{\omega}_{21} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ \omega_{10}\sin\varphi & \omega_{10}\cos\varphi & 0 \\ 0 & 0 & -\omega_{21} \end{vmatrix} = \begin{bmatrix} -\omega_{10}\omega_{21}\cos\varphi \\ \omega_{10}\omega_{21}\sin\varphi \\ 0 \end{bmatrix}$$

Vissza lehet írni:

$$\underline{a}_S = \begin{vmatrix} \bar{i} & \bar{j} & \bar{k} \\ w_{10}w_{21}\cos\varphi & w_{10}w_{21}\sin\varphi & 0 \\ 0 & 3/4\, l & 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \bar{i} & \bar{j} & \bar{k} \\ w_{10}\sin\varphi & w_{10}\cos\varphi & -w_{21} \\ 3/4\, l w_{21} & 0 & 3/4\, l w_{10}\sin\varphi \end{vmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{3}{4} l w_{10}^2 \sin\varphi\cos\varphi \\ -\frac{3}{4} l (w_{21}^2 + w_{10}^2 \sin^2\varphi) \\ -\frac{3}{4} l (w_{10}w_{21}\cos\varphi)\cdot 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0{,}779 \\ -11{,}7 \\ -7{,}79 \end{bmatrix} \left(\frac{m}{s^2}\right)$$

4) SZTÁ



5) Dinamika alaptétele $[\dot{\underline{I}}, \dot{\underline{\Pi}}_0]_0 = [\underline{F}; \underline{M}_0]_0$ ✓ mert O állópont!

$\dot{\underline{I}} = \underline{F}$

(1) $x:\ 2m a_{Sx} = A_x + B_x - 2mg\sin\varphi$

(2) $y:\ 2m a_{Sy} = A_y + B_y - 2mg\cos\varphi$

(3) $z:\ 2m a_{Sz} = B_z$

$$\dot{\underline{\Pi}}_0 = \underline{\underline{\Theta}}_S \cdot \underline{\varepsilon} + \underline{w}_2 \times \underline{\Pi}_S = \begin{bmatrix} \frac{4}{3}ml^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{4}{3}ml^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -w_{10}w_{21}\cos\varphi \\ w_{10}w_{21}\sin\varphi \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{vmatrix} \bar{i} & \bar{j} & \bar{k} \\ w_{10}\sin\varphi & w_{10}\cos\varphi & -w_{21} \\ \frac{4}{3}ml^2 w_{10}\sin\varphi & 0 & -\frac{4}{3}ml^2 w_{21} \end{vmatrix}$$

mert tartóban álló pont

$$\dot{\underline{\Pi}}_0 = \begin{bmatrix} -\frac{4}{3} m l^2 \omega_{10}\omega_{21}\cos\varphi - \frac{4}{3} m l^2 \omega_{10}\omega_{21}\cos\varphi \\ -\frac{4}{3} m l^2 \omega_{10}\sin\varphi\,\omega_{21} + \frac{4}{3} m l^2 \omega_{10}\sin\varphi\,\omega_{21} \\ -\frac{4}{3} m l^2 \omega_{10}^2 \sin\varphi\cos\varphi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{8}{3} m l^2 \omega_{10}\omega_{21}\cos\varphi \\ 0 \\ -\frac{4}{3} m l^2 \omega_{10}^2 \sin\varphi\cos\varphi \end{bmatrix}$$

Kellenek még a nyomatékok:

$$\underline{M}_0 = \underline{M} + \underline{r}_{OS} \times \underline{G} + \underline{r}_{OA} \times \underline{A} + \underline{r}_{OB} \times \underline{B}$$

$$\underline{r}_{OS} = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{3}{4} l \\ 0 \end{bmatrix};\ \underline{G} = \begin{bmatrix} -2mg\sin\varphi \\ -2mg\cos\varphi \\ 0 \end{bmatrix};\ \underline{r}_{OA} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ b \end{bmatrix};\ \underline{A} = \begin{bmatrix} A_x \\ A_y \\ 0 \end{bmatrix};\ \underline{r}_{OB} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -b \end{bmatrix};\ \underline{B} = \begin{bmatrix} B_x \\ B_y \\ B_z \end{bmatrix}$$

$$\underline{M} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -M \end{bmatrix}$$

$$\underline{M}_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -M \end{bmatrix} + \begin{vmatrix} i & j & k \\ 0 & \frac{3}{4} l & 0 \\ -2mg\sin\varphi & -2mg\cos\varphi & 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} i & j & k \\ 0 & 0 & b \\ A_x & A_y & 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} i & j & k \\ 0 & 0 & -b \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} -b A_y + b B_y \\ A_x b - B_x \cdot b \\ -M + \frac{3}{2} mgl\sin\varphi \end{bmatrix}$$

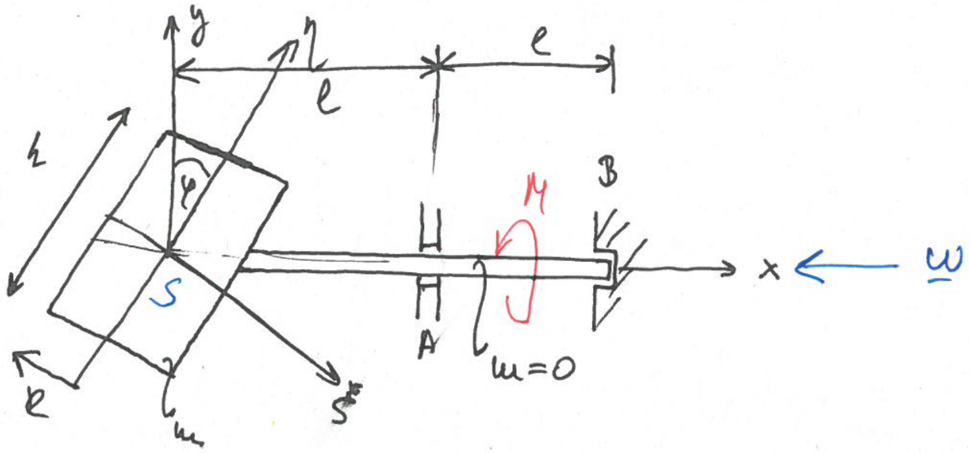
Tehát a dinamika alaptételének további egyenletei:

(4) $x:\quad -\frac{8}{3} m l^2 \omega_{10}\omega_{21}\cos\varphi = -A_y b + B_y b$

(5) $y:\quad 0 = A_x b - B_x \cdot b$

(6) $z:\quad -\frac{4}{3} m l^2 \omega_{10}^2 \sin\varphi\cos\varphi = -M + \frac{3}{2} mgl\sin\varphi$

2. feladat 2010. 12.21



Adatok:

$m = 4$ [kg]
$l = 0{,}25$ [m]
$R = 0{,}1$ (m)
$h = 0{,}3$ (m)
$\omega = 10$ [rad/s]
$M = 2$ (Nm)
$\varphi = 30°$

Az ábrán vázolt forgórész elhanyagolható tömegű tengelyből és arra rögzített hengerből tevődik össze. A forgórész A és B pontokban csapágyazott, ott csak koncentrált erők ébrednek

Feladat

1) Paraméteresen határozzuk meg a forgórész S pontra számított perdületét (ξ,η,ζ) KR-ben! (7p)
2) SZTÁ (3p)
3) Din. alaptételének vektoriális egyenletei (x,y,z) KR-ben (12p)
4) $\underline{\varepsilon} = ?$ $\underline{A} = ?$; $\underline{B} = ?$

---

1) $\underset{(\xi,\eta,\zeta)}{\underline{\Pi}_S} = \underset{(\xi,\eta,\zeta)}{\underline{\underline{\Theta}}_S} \cdot \underset{(\xi,\eta,\zeta)}{\underline{\omega}}$ $\qquad \underset{(\xi,\eta,\zeta)}{\underline{\omega}} = \begin{bmatrix} -\omega\cos\varphi \\ -\omega\sin\varphi \\ 0 \end{bmatrix}$

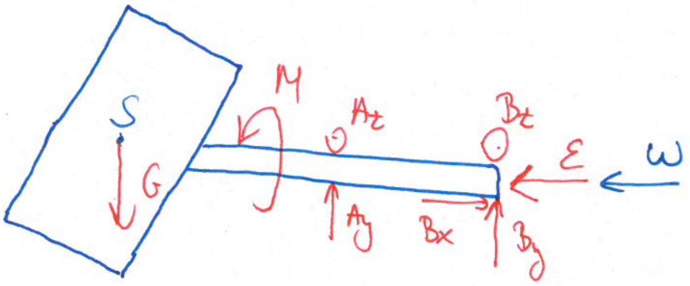
$$\underset{(\xi,\eta,\zeta)}{\underline{\underline{\Theta}}_S} = \begin{bmatrix} \frac{1}{12}mh^2 + \frac{1}{4}mR^2 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2}mR^2 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{12}mh^2 + \frac{1}{4}mR^2 \end{bmatrix} = \underline{\underline{\begin{bmatrix} 0{,}04 & 0 & 0 \\ 0 & 0{,}02 & 0 \\ 0 & 0 & 0{,}04 \end{bmatrix} (\text{kgm}^2)}}$$

$$\underline{\underline{\Theta}}_S = \begin{bmatrix} \Theta_\xi & 0 & 0 \\ 0 & \Theta_\eta & 0 \\ 0 & 0 & \Theta_\zeta \end{bmatrix}$$

$$\underline{\Pi}_S = \underline{\underline{\Theta}}_S \cdot \underline{\omega} = \begin{bmatrix} -\left(\frac{1}{12} m h^2 + \frac{1}{4} m k^2\right)\cdot \omega\cos\varphi \\ -\left(\frac{1}{2} m k^2\right)\omega\sin\varphi \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,346 \\ -0,1 \\ 0 \end{bmatrix} \left[\frac{kg\,m^2}{s}\right]$$

2) SZTÁ

$\underline{a}_S = \underline{0}$ mert rajta van a forgástengelyen



3) $\left(\dot{\underline{I}}, \dot{\underline{\Pi}}_S\right) = \left(\underline{F}, \underline{M}_S\right)_S$

$\dot{\underline{I}} = \underline{F}$

(1): $0 = B_x$

(2): $0 = B_y + A_y - G$

(3): $0 = A_z + B_z$

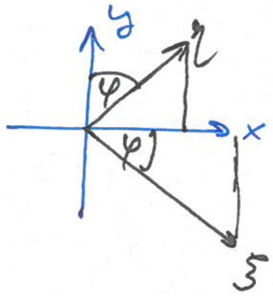
$$\underset{(\xi,\eta,\zeta)}{\dot{\underline{\Pi}}_S} = \underset{(\xi,\eta,\zeta)}{\underline{\underline{\Theta}}_S} \cdot \underline{\varepsilon} + \underline{\omega} \times \underline{\Pi}_S$$ ← mindent (ξ,η,ζ)-ban kell felírni

$$\underset{(\xi,\eta,\zeta)}{\underline{\varepsilon}} = \begin{bmatrix} -\varepsilon\cos\varphi \\ -\varepsilon\sin\varphi \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\dot{\underline{\Pi}}_S = \begin{bmatrix} -\left(\frac{1}{12} m h^2 + \frac{1}{4} m k^2\right)\varepsilon\cos\varphi \\ -\left(\frac{1}{2} m k^2\right)\varepsilon\sin\varphi \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{vmatrix} \tilde{i} & \tilde{j} & \tilde{k} \\ -\omega\cos\varphi & -\omega\sin\varphi & 0 \\ -\left(\frac{1}{12} m h^2 + \frac{1}{4} m k^2\right)\omega\cos\varphi & -\left(\frac{1}{2} m k^2\right)\omega\sin\varphi & 0 \end{vmatrix}$$

$$\dot{\underline{\Pi}}_S = \begin{bmatrix} -\left(\frac{1}{12} m h^2 + \frac{1}{4} m k^2\right)\varepsilon\cos\varphi \\ -\left(\frac{1}{2} m k^2\right)\varepsilon\sin\varphi \\ \left(\frac{1}{4} m k^2 - \frac{1}{12} m h^2\right)\omega^2\sin\varphi\cos\varphi \end{bmatrix}_{(\xi,\eta,\zeta)} = \begin{bmatrix} -\Theta_\xi\,\varepsilon\cos\varphi \\ -\Theta_\eta\,\varepsilon\sin\varphi \\ \left(\Theta_\eta - \Theta_\xi\right)\omega^2\sin\varphi\cos\varphi \end{bmatrix}_{(\xi,\eta,\zeta)}$$

Írjuk át (x, y, z) be



$$\underset{(x,y,z)}{\dot{\underline{\Pi}}_S} = \begin{bmatrix} \dot{\Pi}_{S\xi} \cdot \cos\varphi + \dot{\Pi}_{S\eta} \cdot \sin\varphi \\ -\dot{\Pi}_{S\xi} \sin\varphi + \dot{\Pi}_{S\eta} \cos\varphi \\ \dot{\Pi}_{S\zeta} \end{bmatrix}$$

$$\underset{(x,y,z)}{\dot{\Pi}_S} = \begin{bmatrix} -\Theta_\xi \varepsilon \cos^2\varphi - \Theta_\eta \varepsilon \sin^2\varphi \\ +\Theta_\xi \varepsilon \sin\varphi\cos\varphi - \Theta_\eta \varepsilon \sin\varphi\cos\varphi \\ (\Theta_\eta - \Theta_\xi)\,\omega^2 \sin\varphi\cos\varphi \end{bmatrix}$$

$$\underline{M}_S = \underline{M} + \underline{r}_{SA} \times \underline{A} + \underline{r}_{SB} \times \underline{B} = \begin{bmatrix} -M \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{vmatrix} i & j & k \\ l & 0 & 0 \\ 0 & A_y & A_z \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} i & j & k \\ 2l & 0 & 0 \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$$

$$\underline{M}_S = \begin{bmatrix} -M \\ -A_z l - B_z \cdot 2l \\ A_y l + B_y 2l \end{bmatrix}$$

$\Rightarrow$ A din. alaptételek további egyenletei

(4): x: $-\Theta_\xi \varepsilon \cos^2\varphi - \Theta_\eta \varepsilon \sin^2\varphi = -M$

(5) y: $(\Theta_\xi - \Theta_\eta)\varepsilon \sin\varphi\cos\varphi = -A_z l - B_z \cdot 2l$

(6) z: $(\Theta_\eta - \Theta_\xi)\,\omega^2 \sin\varphi\cos\varphi = A_y l + B_y \cdot 2l$

4) (4) egyenletből

$$\frac{M}{\Theta_\xi \cos^2\varphi + \Theta_\eta \sin^2\varphi} = \varepsilon \qquad \varepsilon = 57{,}14 \left[\frac{rad}{s^2}\right] \qquad \underline{\varepsilon} = \begin{bmatrix} -57{,}14 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \left(\frac{rad}{s^2}\right)$$

(1) $\boxed{B_x = 0}$

3) $A_z = -B_z \underset{(5)}{\Rightarrow} -\dfrac{(\Theta_\xi - \Theta_\eta)\varepsilon \sin\varphi\cos\varphi}{l} = B_z$

$B_z = -1{,}98\,(N)$

$\hookrightarrow A_z = 1{,}98\,(N)$

hasonlóan

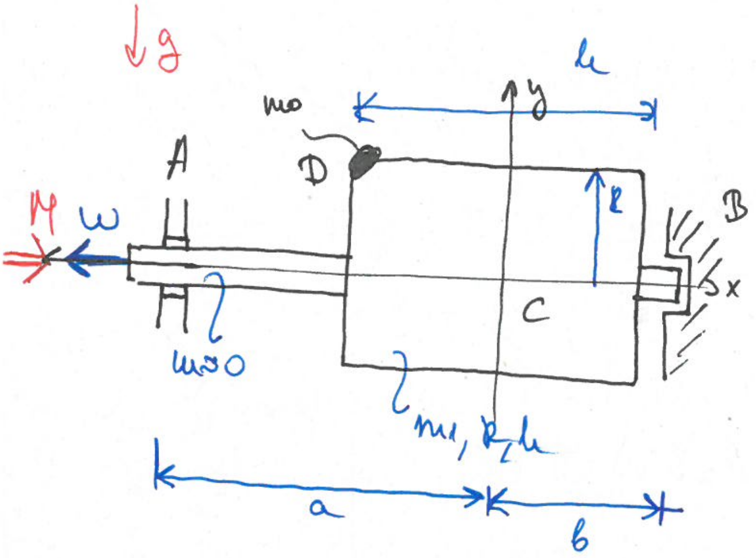
(2)

$$B_y = G - A_y \overset{(6)}{\Longrightarrow} \quad A_y = 2mg - \frac{(\Theta_\eta - \Theta_\xi)\omega^2 \sin\varphi\cos\varphi}{\ell} = \underline{\underline{81{,}94\,(N)}}$$

$$B_y = -42{,}70\,(N)$$

$$\underline{\underline{\underline{A} = \begin{bmatrix} 0 \\ 81{,}94 \\ 1{,}98 \end{bmatrix} (N)}} \quad ; \quad \underline{\underline{\underline{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ -42{,}7 \\ -1{,}98 \end{bmatrix} (N)}}$$

3. feladat 2011.01.11



Adatok

$m_1 = 9$ (kg)

$m_0 = 1$ (kg)

$R = 0{,}1$ (m)

$h = 0{,}2$ (m)

$a = 0{,}28$ (m)

$b = 0{,}2$ (m)

$\omega = 100\ \left(\frac{rad}{s}\right)$

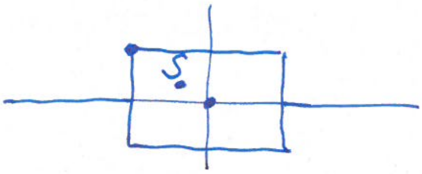
$M = 20$ (Nm)

Az ábrán vázolt forgórész elhanyagolható tömegű merev rúdból, m_1 tömegű hengerből és hozzá a D pontban rögzített anyagi pontból készült. A forgórész A és B pontokban csapágyazott

Feladatok:

1) Milyen típusú kiegyensúlyozatlanságról beszélhetünk? (1p)
2) Határozza meg a forgórész perdületét C pontra! (5p)
3) Számítsa ki a forgórész kinetikus energiáját! (3p)
4) SZTA (3p)
5) Din. alaptételének egyenletei + kinematikai egyenletek (4p)
6) Mekkora szögelfordulás után állna meg a forgórész M (állandó) hatására?

1)



- Súlypont nincs a tengelyen
  ↳ statikai
- x nem tehetetlenségi főirány ⇒ din.

2) $\underline{\Pi}_C = \underline{\underline{\Theta}}_C \cdot \underline{\omega}$ C tartósan álló pont!

$$\underline{\underline{\Theta}}_C = \underline{\underline{\Theta}}_{C\,Henger} + \underline{\underline{\Theta}}_{C\,pont} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}m_1 R^2 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{4}m_1 R^2 + \frac{1}{12}m_1 h^2 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{4}m_1 R^2 + \frac{1}{12}m_1 h^2 \end{bmatrix} + m_0 \begin{bmatrix} R^2 & R\frac{h}{2} & 0 \\ \frac{Rh}{2} & \frac{R^2}{4} & 0 \\ 0 & 0 & R^2 + \frac{h^2}{4} \end{bmatrix}$$

$$\underline{r}_{CD} = \begin{bmatrix} -\frac{h}{2} \\ R \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\underline{\omega} = \begin{bmatrix} -\omega \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \qquad \underline{\underline{\Theta}}_C = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}m_1 R^2 + m_0 R^2 & m_0 R \cdot \frac{h}{2} & 0 \\ m_0 R\frac{h}{2} & \frac{1}{4}m_1 R^2 + \frac{1}{12}m_1 h^2 + \frac{m_0 h^2}{4} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{4}m_1 R^2 + \frac{1}{12}m_1 h^2 + m_0 R^2 + \frac{m_0 h^2}{4} \end{bmatrix}$$

$$\underline{\Pi}_C = \underline{\underline{\Theta}}_C \cdot \underline{\omega} = \begin{bmatrix} -\left(\frac{1}{2}m_1 R^2 + m_0 R^2\right)\omega \\ -m_0 \frac{Rh}{2}\omega \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5{,}5 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} \left[\frac{kg\,m^2}{s}\right]$$

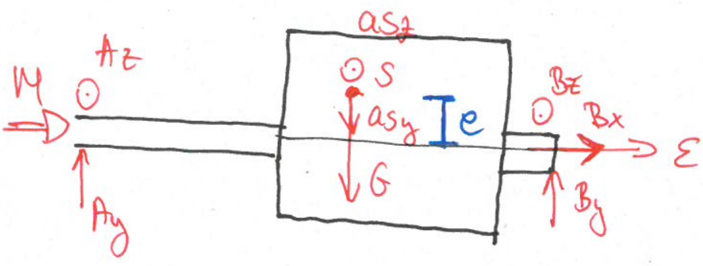
3)

$$T = \frac{1}{2}\underline{\omega}^T \underbrace{\underline{\underline{\Theta}}_C \cdot \underline{\omega}}_{\underline{\Pi}_C} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}m_1 R^2 + m_0 R^2\right)\omega^2 = \underline{275\ (J)}$$

C álló pont

4) SZTÁ

$a_{Sx} = 0$



S pont körpályán mozog

$$a_{Sy} = e\,\omega^2$$

$$a_{Sz} = e \cdot \varepsilon \qquad \underline{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$e = \frac{R \cdot m_0 + 0 \cdot m_1}{m_0 + m_1} = \underline{\underline{0{,}01\ m}}$$

5) $\left(\underline{\dot{I}} ; \underline{\dot{\Pi}}_c\right)_c = \left(\underline{F} ; \underline{M}_c\right)_c$

$$\underline{\dot{I}} = \underline{F}$$

(1) $x: \quad 0 = B_x$

(2) $y: \quad -(m_1 + m_0)\, a_{Sy} = A_y + B_y - G$

(3) $z: \quad (m_1 + m_0)\, a_{Sz} = A_z + B_z$

$$\underline{\dot{\Pi}}_c = \underline{\underline{\Theta}}_c \cdot \underline{\varepsilon} + \underline{\omega} \times \underline{\Pi}_c = \begin{bmatrix} \left(\frac{1}{2} m_1 R^2 + m_0 R^2\right)\varepsilon \\ m_0 \frac{Rh}{2} \varepsilon \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{vmatrix} i & j & k \\ -\omega & 0 & 0 \\ -\left(\frac{1}{2} m_1 R^2 + m_0 R^2\right)\omega & -m_0 \frac{Rh}{2}\omega & 0 \end{vmatrix}$$

$$\underline{\dot{\Pi}}_c = \underline{\underline{\begin{bmatrix} \left(\frac{1}{2} m_1 R^2 + m_0 R^2\right)\varepsilon \\ \frac{m_0 Rh}{2} \varepsilon \\ \frac{m_0 Rh}{2} \omega^2 \end{bmatrix}}}$$

$$f = \frac{-\frac{h}{2} m_0 + 0 \cdot m_1}{m_0 + m_1}$$

$$\underline{r}_{CS} = \begin{bmatrix} f \\ e \\ 0 \end{bmatrix} \qquad f = \frac{-h}{20} = \underline{\underline{-0{,}01\ (m)}}$$

$$\underline{M}_C = \underline{M} + \underline{r}_{CA} \times \underline{A} + \underline{r}_{CB} \times \underline{B} + \underline{r}_{CS} \times \underline{G}$$

$$\underline{M} = \begin{bmatrix} M \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \underline{r}_{CA} = \begin{bmatrix} -a \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \underline{A} = \begin{bmatrix} 0 \\ A_y \\ A_z \end{bmatrix} \quad \underline{r}_{CB} = \begin{bmatrix} b \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \underline{B} = \begin{bmatrix} B_x \\ B_y \\ B_z \end{bmatrix} \quad \underline{G} = \begin{bmatrix} 0 \\ -(m_0 + m_1) g \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\underline{M}_C = \begin{bmatrix} M \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{vmatrix} i & j & k \\ -a & 0 & 0 \\ 0 & A_y & A_z \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} i & j & k \\ b & 0 & 0 \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} i & j & k \\ f & e & 0 \\ 0 & -(m_1+m_0)g & 0 \end{vmatrix}$$

$$\underline{M}_C = \begin{bmatrix} M \\ A_z a - B_z b \\ -A_y a + B_y b - (m_1+m_0) g \cdot f \end{bmatrix}$$

<u>Tehát az egyenletek</u>:

(4) $x: \left(\frac{1}{2} m_1 R^2 + m_0 k^2\right) \varepsilon = M$

(5) $y: \frac{m_0 k h}{2} \varepsilon = +\cancel{A_z}a \cancel{\mp} \cancel{B_z} b$

(6) $z: \frac{m_0 k h}{2} \omega^2 = -A_y a + B_y b - (m_1+m_0) g \cdot f$

6)

1es helyzet: pillanatnyi $\Rightarrow T_1 = 275$ (J)

2es helyzet éppen megáll $\Rightarrow T_2 = 0$ (J)

A vezérzségi erő munkáját alkalmazzuk!

$$T_2 - T_1 = W_{12}$$

$$W_{12} = \cancel{W_{12}^G} + W_{12}^M \qquad W_{12}^M = -M \cdot \varphi$$

$$\underbrace{T_2}_{=0} - T_1 = W_{12}^M$$

$$-T_1 = -M\varphi \quad \Rightarrow \varphi = \frac{T_1}{M} = 13{,}75 \text{ (rad)}$$