Dinamika 3. gyakorlat

Síkbeli feladatok

Elméleti összefoglaló

$\underline{v}_B = \underline{v}_A + \underline{\omega} \times \underline{r}_{AB}$; $\underline{a}_B = \underline{a}_A + \underline{\varepsilon} \times \underline{r}_{AB} + \underline{\omega} \times (\underline{\omega} \times \underline{r}_{AB})$

CSAK HA SÍKFELADAT!!!

↳ $\underline{a}_B = \underline{a}_A + \underline{\varepsilon} \times \underline{r}_{AB} - \omega^2 \underline{r}_{AB}$

P pont sebességpólus, ha: $\underline{v}_P = \underline{0}$

G pont gyorsuláspólus, ha $\underline{a}_G = \underline{0}$

} Ezek nem feltétlen esnek egybe!

$\overline{PA} \perp \underline{v}_A$ a sebességpólusból húzott szakasz merőleges a sebességre

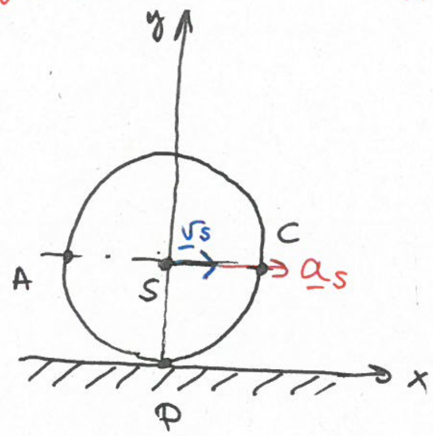
$\sphericalangle(\overline{GA}; \underline{a}_A) = \alpha$, ahol $\boxed{\operatorname{tg}\alpha = \dfrac{\varepsilon}{\omega^2}}$ ahol α-t

$\underline{a}_A$ hoz képest $\underline{\varepsilon}$ irányában kell felvenni!

$$\underline{r}_{AP} = \frac{\underline{\omega} \times \underline{v}_A}{\omega^2}; \quad v_A = \overline{AP} \cdot \omega$$

$$\underline{r}_{AG} = \frac{\underline{\varepsilon} \times \underline{a}_A + \omega^2 \underline{a}_A}{\varepsilon^2 + \omega^4}$$

1. feladat   Sárcsepp leválása gördülő kerékről



Adatok

$v_S = 1\left[\frac{m}{s}\right]$

$a_S = 2\left[\frac{m}{s^2}\right]$

$r = 0{,}5\,[m]$

Feladat:

$\underline{\omega};\ \underline{\varepsilon};\ \underline{r}_{SP};\ \underline{r}_{SG};\ \underline{a}_P;\ \underline{v}_G,\ a_{max};\ \underline{r}_{SQ}$

sebességpólus   gyorsuláspólus

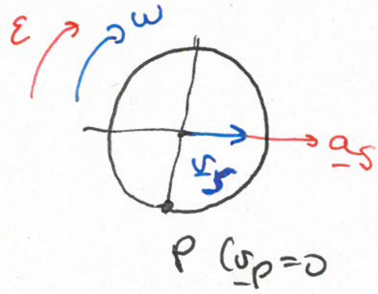
a max gyorsulás helye és nagysága

• A gördülés kinematikai feltétele

↳ az érintkezési pontban a sebesség zérus!

$\boxed{\underline{v}_P = \underline{0}}$ ⇒ ez lesz a sebességpólus!

$$\underline{r}_{SP} = \begin{bmatrix} 0 \\ -r \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -0{,}5 \\ 0 \end{bmatrix} [m]$$



↓ Ezt felhasználva:

$$\underline{v}_S = \underbrace{\underline{v}_P}_{=\underline{0}} + \underline{\omega} \times \underbrace{\underline{r}_{PS}}_{=-\underline{r}_{SP}} =$$

Síkfeladat:

$$\underline{\omega} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega \end{bmatrix};\ \underline{\varepsilon} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \varepsilon \end{bmatrix}!$$

$$\underline{v}_S = \begin{vmatrix} \underline{i} & \underline{j} & \underline{k} \\ 0 & 0 & \omega \\ 0 & r & 0 \end{vmatrix} = \begin{bmatrix} -r\omega \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Van negatív előjel

Tudjuk, hogy a korong síkon gördül ⇒ A súlypont pályája egyenes ⇒ a sebessége és a gyorsulása is x irányú!

Adott

$$\Rightarrow \underline{v}_S = \begin{bmatrix} v_S \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \left[\frac{m}{s}\right]$$

$$v_S = -r\omega \Rightarrow \omega = -\frac{v_S}{r} = -2\left[\frac{rad}{s}\right]$$

Tehát $\underline{\omega} = \begin{bmatrix}0\\0\\-2\end{bmatrix} \left[\frac{rad}{s}\right]$

↳ Az óramutatóval megegyező irányba mutat ⇒ ezért negatív!

A súlypont gyorsulása

$$\underline{a}_S = \begin{bmatrix}a_S\\0\\0\end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix}2\\0\\0\end{bmatrix}}_{\text{Adott}} \left[\frac{m}{s^2}\right]$$

Tudjuk: $\underline{a}_S = \dot{\underline{v}}_S = \begin{bmatrix}-r\omega\\0\\0\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}-r\dot{\omega}\\0\\0\end{bmatrix}$

$\dot{\omega} = \varepsilon$

Ebből $a_S = -r\varepsilon$

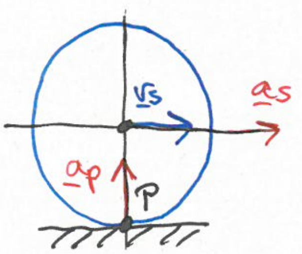
↳ $\varepsilon = \frac{-a_S}{r} = -4 \left[\frac{rad}{s^2}\right]$

$$\underline{\varepsilon} = \begin{bmatrix}0\\0\\\varepsilon\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}0\\0\\-4\end{bmatrix} \left[\frac{rad}{s^2}\right]$$

A póluspont gyorsulása:

$$\underline{a}_P = \underline{a}_S + \underline{\varepsilon} \times \underline{r}_{SP} - \omega^2 \underline{r}_{SP} = \begin{bmatrix}a_S\\0\\0\end{bmatrix} + \begin{vmatrix}\underline{i} & \underline{j} & \underline{k}\\ 0 & 0 & \varepsilon\\ 0 & -r & 0\end{vmatrix} - \omega^2 \begin{bmatrix}0\\-r\\0\end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix}a_S + r\varepsilon\\ \omega^2 r\\ 0\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}2 + 0{,}5\cdot(-4)\\ 2^2\cdot 0{,}5\\ 0\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}0\\ r\omega^2\\ 0\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}0\\2\\0\end{bmatrix} \left[\frac{m}{s^2}\right]$$



Nincs x-irányú komponense az a_P gyorsulásnak!

Gyorsuláspólus

↳ Tudjuk, hogy $\underline{a}_G = \underline{0}$

$$\underline{r}_{GS} = \begin{bmatrix} r_x \\ r_y \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\underline{a}_S = \underset{\underset{\underline{0}}{\shortparallel}}{\underline{a}_G} + \underline{\varepsilon} \times \underline{r}_{GS} - \omega^2 \underline{r}_{GS}$$

$$\begin{bmatrix} a_S \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{vmatrix} \underline{i} & \underline{j} & \underline{k} \\ 0 & 0 & \varepsilon \\ r_x & r_y & 0 \end{vmatrix} - \omega^2 \begin{bmatrix} r_x \\ r_y \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\varepsilon r_y - \omega^2 r_x \\ r_x \varepsilon - \omega^2 r_y \\ 0 \end{bmatrix}$$

↳ Ez egy lineáris egyenletrendszer:

$$\left.\begin{aligned} 2 &= 4r_y - 4r_x \\ 0 &= -4r_x - 4r_y \end{aligned}\right\} \Rightarrow \quad 2 = -8r_x$$

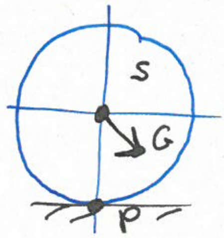
$$r_x = \underline{\underline{-\frac{1}{4}\,(m)}}$$

$$r_y = -r_x = \underline{\underline{\frac{1}{4}\,(m)}}$$

$$\underline{r}_{GS} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} \\ 0 \end{bmatrix} (m) = \begin{bmatrix} -r/2 \\ r/2 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$\Downarrow$

$$\underline{r}_{SG} = \begin{bmatrix} 1/4 \\ -1/4 \\ 0 \end{bmatrix} (m) = \begin{bmatrix} r/2 \\ -r/2 \\ 0 \end{bmatrix}$$



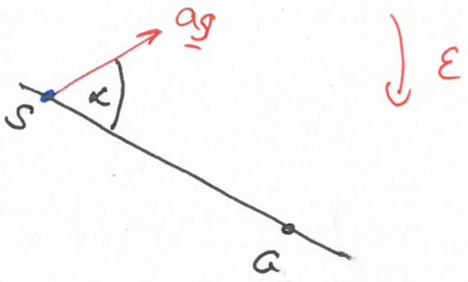
↳ Hasonló úton kiszámítható!

$$\underline{r}_{SG} = \frac{\underline{\varepsilon} \times \underline{a}_S + \omega^2 \underline{a}_S}{\varepsilon^2 + \omega^4} = \frac{1}{\varepsilon^2 + \omega^4} \left(\begin{vmatrix} \underline{i} & \underline{j} & \underline{k} \\ 0 & 0 & \varepsilon \\ a_S & 0 & 0 \end{vmatrix} + \omega^2 \begin{bmatrix} a_S \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \right) =$$

$$= \underbrace{\frac{1}{\varepsilon^2 + \omega^4}}_{\frac{1}{16}} \cdot \begin{bmatrix} \omega^2 \\ \varepsilon a_S \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0{,}25 \\ -0{,}25 \\ 0 \end{bmatrix} (m) \quad \Rightarrow \text{ugyanazt kaptuk!}$$

Harmadik lehetőség

$$tg\,\alpha = \frac{|\varepsilon|}{|\omega^2|} = 1$$



$$\underline{\underline{\alpha = 45^\circ}}$$

$$|\underline{a}_S| = |\overline{GS}| \cdot \sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4} \Rightarrow |\overline{GS}| = \frac{|\underline{a}_S|}{\sqrt{\varepsilon^2+\omega^4}} = \frac{2}{\sqrt{16+16}} = \frac{2}{\sqrt{32}} = \underline{\underline{\frac{1}{2\sqrt{2}}}}\,(m)$$

A gyorsuláspólus sebessége

$$\underline{v}_G = \underline{v}_P + \underline{\omega} \times \underline{r}_{PG} =$$

$$\Downarrow\; 0$$

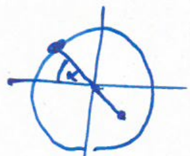
$$\underline{r}_{PG} = \underline{r}_{PS} + \underline{r}_{SG} = \begin{bmatrix} 0 \\ r \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} r/2 \\ -r/2 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r/2 \\ r/2 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\underline{v}_G = \begin{vmatrix} \underline{i} & \underline{j} & \underline{k} \\ 0 & 0 & \omega \\ r/2 & r/2 & 0 \end{vmatrix} = \begin{bmatrix} -\omega \cdot r/2 \\ r/2\,\omega \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/2 \\ -1/2 \\ 0 \end{bmatrix} (rad/s)$$

Hol válik le a sárcsepp?

$$|\underline{a}_Q| = |\overline{GQ}| \sqrt{\varepsilon^2+\omega^4}$$

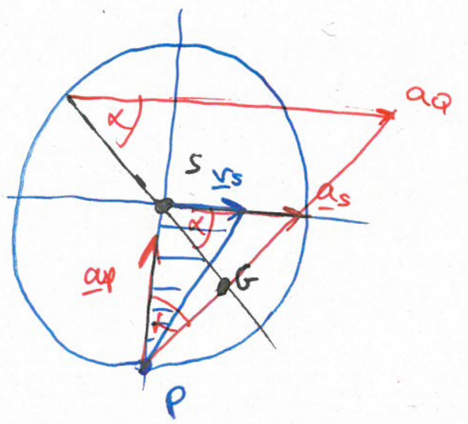
↓ akkor ez max. a túlsó felén



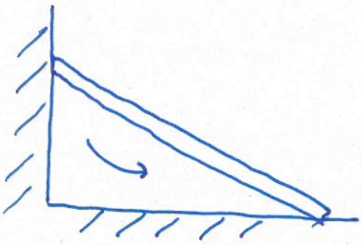
$$\underline{r}_{SQ} = \begin{bmatrix} -r/\sqrt{2} \\ r/\sqrt{2} \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\hookrightarrow \underline{a}_Q = \underline{a}_S + \underline{\varepsilon} \times \underline{r}_{SQ} - \omega^2 \underline{r}_{SQ} = \begin{bmatrix} a_S \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{vmatrix} \underline{i} & \underline{j} & \underline{k} \\ 0 & 0 & \varepsilon \\ -r/\sqrt{2} & r/\sqrt{2} & 0 \end{vmatrix} - \omega^2 \begin{bmatrix} -r/\sqrt{2} \\ r/\sqrt{2} \\ 0 \end{bmatrix} =$$

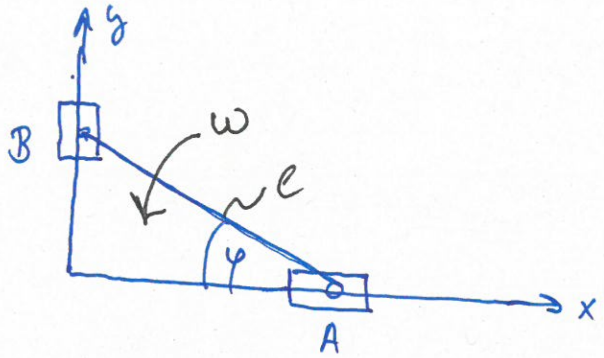
$$= \begin{bmatrix} a_S - \varepsilon \cdot r/\sqrt{2} + \omega^2 r/\sqrt{2} \\ -\varepsilon \cdot r/\sqrt{2} - \omega^2 r/\sqrt{2} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4{,}83 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \underline{\underline{\left(\frac{m}{s^2}\right)}}$$



2. feladat „Falon lecsúszó létra"



Mechanikai $\longrightarrow$ modell



Adatok

$\varphi = 30^\circ$

$l = 4\ [m]$

$\omega = 0,6 \left[\frac{rad}{s}\right]$

$\varepsilon = 0 \left[\frac{rad}{s^2}\right]$

Kérdések:

$\underline{P}$ - sebességpólus

$\underline{G}$ - gyorsuláspólus

$\underline{v}_A;\ \underline{v}_B;\ \underline{v}_S;\ \underline{v}_G$

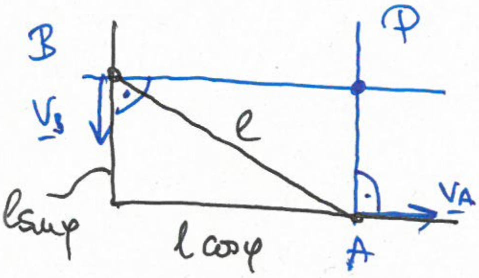
$\underline{a}_A;\ \underline{a}_B;\ \underline{a}_S;\ \underline{a}_P$

$\underline{\rho}_A;\ \underline{\rho}_B;\ \underline{\rho}_S = ?$ görbületi sugarak

Sebességpólus

A csuszka miatt: $\underline{v}_B = \begin{bmatrix} 0 \\ v_B \\ 0 \end{bmatrix}$; $\underline{v}_A = \begin{bmatrix} v_A \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

csak y irányú! csak x irányú!



A sebesség merőleges a sebességpólust és a pontot összekötő szakaszra

$\Rightarrow \underline{v}_B \perp \overline{PB}$

$\Rightarrow \underline{v}_A \perp \overline{PA}$

} húzzuk meg ezeket az egyeneseket

A két sebességvektorra merőlegest állítunk

$\Downarrow$ ezek metszése adja P helyét

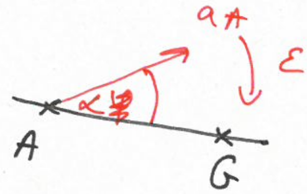
$$\underline{r}_P = \begin{bmatrix} l\cos\varphi \\ l\sin\varphi \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3,464 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix} [m]$$

Gyorsuláspólus

Tudjuk hogy $\underline{a}_A \parallel \underline{i}$ (x irányú) $\qquad \underline{a}_A = \begin{bmatrix} a_A \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

$\underline{a}_B \parallel j$ (y irányú) $\qquad \underline{a}_B = \begin{bmatrix} 0 \\ a_B \\ 0 \end{bmatrix}$

Tudjuk, hogy a G gyorsuláspólus a gyorsulásvektorok felől mindig ε irányában felvett α szög alatt látszik:



$$tg\alpha = \frac{\varepsilon}{\omega^2} = \frac{0}{0,6} = 0$$

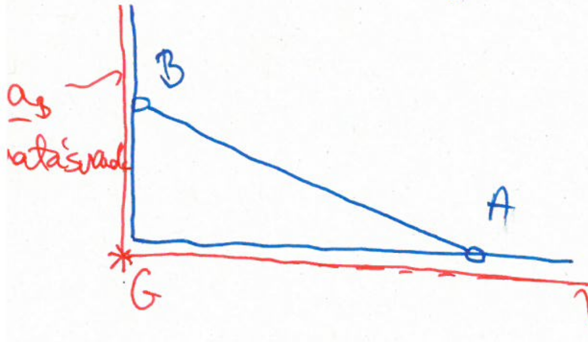
↳ $tg\alpha = 0$

$\alpha = 0\ [°]$

↓ mivel $\alpha = 0$ jött ki

↳ az $\overline{AG} \parallel \underline{a}_A$ és $\overline{BG} \parallel \underline{a}_B$

Ez megint két egyenest ad számunkra

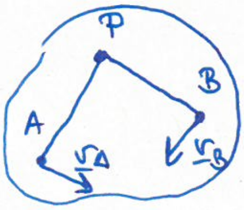


$\Rightarrow \underline{r}_G = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ [m]

azaz a gyorsuláspólus az origóban van!

Sebességek → használható a megszokott $\underline{v}_A = \underline{v}_P + \underline{\omega} \times \underline{r}_{PA}$ is!

↳ Ebben a pillanatban P körül forog → körmozgás



$v_A = l\sin\varphi \cdot \omega = 1,2 \left[\frac{m}{s}\right] \Rightarrow \underline{v}_A = \begin{bmatrix} 1,2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \left[\frac{m}{s}\right]$

$v_B = l\cos\varphi \cdot \omega = 2,08 \left[\frac{m}{s}\right] \Rightarrow \underline{v}_B = \begin{bmatrix} 0 \\ -2,08 \\ 0 \end{bmatrix} \left[\frac{m}{s}\right]$

↓ negatív y irányba mutat

$v_B = |\overline{PB}| \cdot \omega$

$v_A = \underbrace{|\overline{PA}|}_{\text{„r"}} \cdot \omega$

$$\underline{v}_S = \underset{\underset{\underline{0}}{\parallel}}{\underline{v}_P} + \underline{\omega} \times \underline{r}_{PS}$$

$$r_{PS} = \begin{bmatrix} -(l\cos\varphi)/2 \\ -(l\sin\varphi)/2 \\ 0 \end{bmatrix}$$

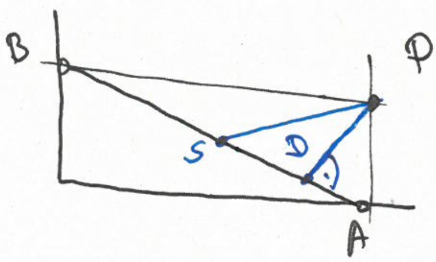
$$\underline{v}_S = \begin{vmatrix} \underline{i} & \underline{j} & \underline{k} \\ 0 & 0 & \omega \\ -\frac{l\cos\varphi}{2} & -\frac{l\sin\varphi}{2} & 0 \end{vmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\omega \cdot l\sin\varphi}{2} \\ -\frac{\omega \cdot l\cos\varphi}{2} \\ 0 \end{bmatrix} = \underline{\underline{\begin{bmatrix} 0{,}6 \\ -1{,}04 \\ 0 \end{bmatrix}}} \left[\frac{m}{s}\right]$$

$$v_S = |\overline{PS}|\,\omega = \frac{l}{2}\cdot\omega = \underline{\underline{1{,}2 \left[\frac{m}{s}\right]}}$$

$$\underline{v}_G = \underline{\omega} \times \underline{r}_{PG} = 2\underline{v}_S = \begin{bmatrix} 1{,}2 \\ -2{,}08 \\ 0 \end{bmatrix} \left[\frac{m}{s}\right] \rightarrow v_G = \underline{\underline{2{,}4 \left[\frac{m}{s}\right]}}$$

$$\underline{r}_{PG} = 2\underline{r}_{PS}$$

Hol van a legkisebb sebességű pont a rúd mentén?



↳ „D" pont, amely a legközelebb van P-hez

Derékszögű háromszög miatt:

$$\overline{AB}\cdot\overline{PD} = \overline{AP}\cdot\overline{PB}$$

$$\overline{PD} = \frac{\overline{AP}\cdot\overline{PB}}{\overline{AB}} = \frac{l\sin\varphi \cdot l\cos\varphi}{l} = l\sin\varphi\cos\varphi$$

$$= l\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{l\cdot\sqrt{3}}{4} = \underline{\underline{\sqrt{3}\,[m]}}$$

$$v_D = \overline{PD}\cdot\omega = \sqrt{3}\cdot\omega = \underline{\underline{1{,}04 \left[\frac{m}{s}\right]}}$$

Gyorsulások

$$\underline{a}_B = \underline{a}_A + \underbrace{\underline{\varepsilon} \times \underline{r}_{AB}}_{=0} - \omega^2 \underline{r}_{AB}$$

$$\underline{r}_{AB} = \begin{bmatrix} -l\cos\varphi \\ l\sin\varphi \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ a_B \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_A \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} - \omega^2 \begin{bmatrix} -l\cos\varphi \\ l\sin\varphi \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ a_B \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_A + \omega^2 l\cos\varphi \\ -\omega^2 l\sin\varphi \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow a_A = -\omega^2 l\cos\varphi = -1{,}247 \left[\frac{m}{s^2}\right]$$

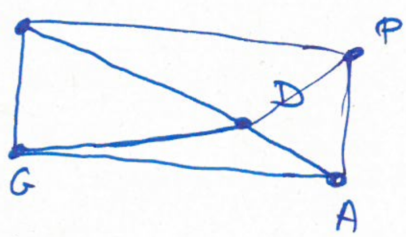
$$\Rightarrow a_B = -\omega^2 l\sin\varphi = \underline{\underline{-0{,}72 \left[\frac{m}{s^2}\right]}}$$

$$\underline{a}_A = \begin{bmatrix} -1{,}247 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \left[\frac{m}{s^2}\right]; \quad \underline{a}_B = \begin{bmatrix} 0 \\ -0{,}72 \\ 0 \end{bmatrix} \left[\frac{m}{s^2}\right]$$

$$\underline{a}_S = \underbrace{\underline{a}_G}_{=0} + \underbrace{\underline{\varepsilon} \times \underline{r}_{GS}}_{=0} - \omega^2 \underline{r}_{GS} = -\omega^2 \begin{bmatrix} (l\cos\varphi)/2 \\ (l\sin\varphi)/2 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0{,}624 \\ -0{,}36 \\ 0 \end{bmatrix} \left[\frac{m}{s^2}\right]$$

$$a_S = \underbrace{\overline{GS}}_{=\frac{l}{2}} \sqrt{\underbrace{\varepsilon^2}_{=0} + \omega^4} = \frac{l}{2}\omega^2 = \underline{\underline{0{,}72 \left[\frac{m}{s^2}\right]}}$$

$$|a_D| = \omega^2 \overline{DG} = 0{,}6^2 \sqrt{\frac{9 \cdot 3}{4} + \frac{1}{4}} = \underline{\underline{0{,}952 \left[\frac{m}{s^2}\right]}}$$



$$\underline{r}_D = \begin{bmatrix} 3\sqrt{3}/2 \\ 1/2 \\ 0 \end{bmatrix}$$

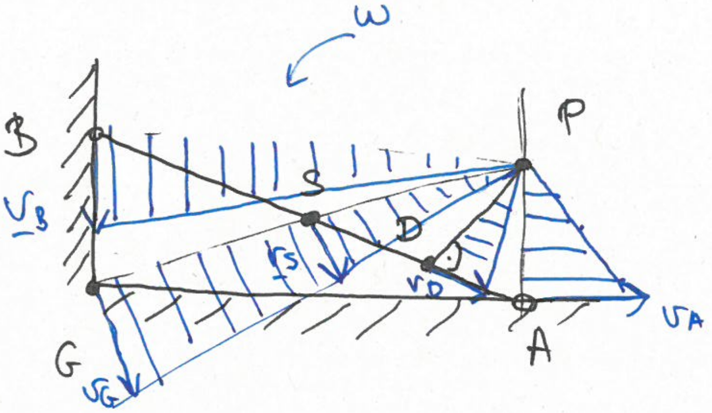
$$\underline{a}_P = 2 \cdot \underline{a}_S = \underline{\underline{1{,}44 \left[\frac{m}{s^2}\right]}}$$

Görbületi sugarak:

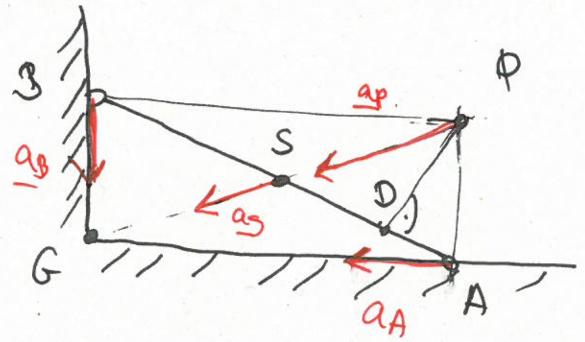
Az A és a B pont egyenesen mozog $\underline{\underline{\rho_A = \rho_B = \infty}}$

↳ $\underline{a}_S \perp \underline{v}_S$ $\quad \underline{a}_S = \underline{a}_{Sn} \Rightarrow a_{Sn} = \frac{v_S^2}{\rho_S} \Rightarrow \rho_S = \frac{v_S^2}{a_{Sn}} = \frac{v_S^2}{a_S} = \underline{\underline{2\ [m]}}$

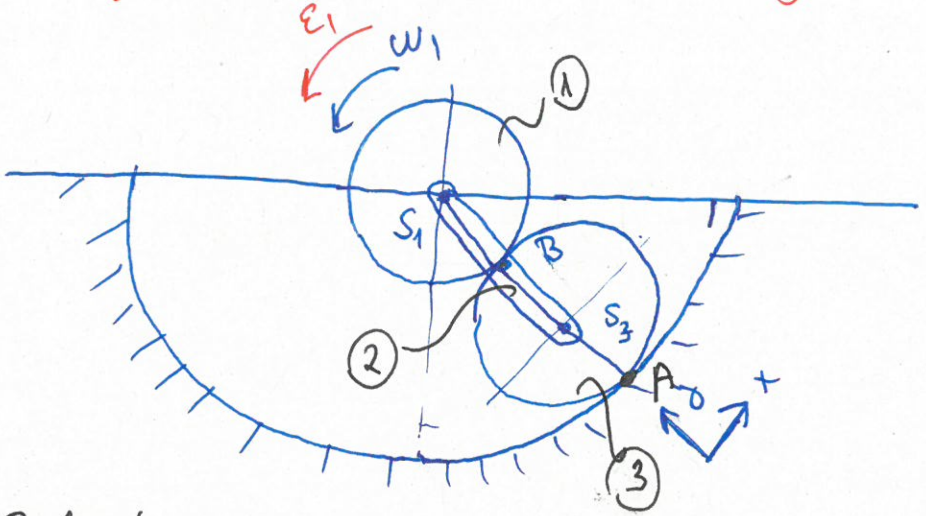
Sebességeloszlások



Gyorsuláseloszlások



3. feladat Hajtómű sebesség és gyorsulásállapota



Adatok:

$r = 0{,}1\ [m]$

$\omega_1 = 10 \left[\frac{rad}{s}\right]$

$\varepsilon_1 = 5 \left[\frac{rad}{s^2}\right]$

Bolygómű mozgása

↳ fogaskerekek legördülő ~~[illegible]~~ körök (főkörök) gördülnek

A és B pont gördül

Feladat:

$\underline{\omega}_3$; $\underline{v}_{S_3}$ = ?

$\underline{\omega}_2$ = ?

$\overline{AB}$-n a sebességeloszlás

$\underline{a}_{S_3}$ = ?

$\underline{a}_A$; $\underline{a}_{B_1}$; $\underline{a}_{B_3}$

$\underline{G}_3$ = ?

A „B" pont mindkét mozgó keréken rajta van

↳ B_1 és B_3 pontok egybe esnek, DE!

ez valójában két külön pont!

Sebesség és gyorsuláspólusok

1es test: forog S_1 körül ⟹ S_1 álló pont $\boxed{S_1 \equiv P_1 \equiv G_1}$

2es test (rúd) forog S_1 körül $\boxed{P_2 = G_2 = S_1}$ ugyanaz!

3-as test (alsó korong) gördül a rögzített külső keréken

↳ $\boxed{A = P_3}$

és forog S_3 körül $\boxed{S_3 = G_3}$

Írjuk fel a B pont sebességét $\underline{r}_{S_1B} = \begin{bmatrix} 0 \\ -r \\ 0 \end{bmatrix}$ $\underline{\omega}_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega_1 \end{bmatrix}$

- $\underline{v}_B = \underset{\underset{\underline{0}}{\parallel}}{\underline{v}_{S_1}} + \underline{\omega}_1 \times \underline{r}_{S_1B} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 0 & 0 & \omega_1 \\ 0 & -r & 0 \end{vmatrix} = \underline{\underline{\begin{bmatrix} r\omega_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}}} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \left[\frac{m}{s}\right]$

Másfelől

- $\underline{v}_B = \underset{\underset{\underline{0}}{\parallel}}{\underline{v}_A} + \underline{\omega}_3 \times r_{AB} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 0 & 0 & \omega_2 \\ 0 & 2r & 0 \end{vmatrix} = \begin{bmatrix} -2r\omega_3 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

összevethetjük

$-2\cancel{r}\omega_3 = \cancel{r}\omega_1$

$\hookrightarrow \omega_3 = \frac{\omega_1}{(-2)} = \underline{\underline{-5 \left[\frac{rad}{s}\right]}}$ $\underline{\underline{\underline{\omega}_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -5 \end{bmatrix} \left[\frac{rad}{s}\right]}}$

Az S_3 pont ~~???~~ körpályán mozog

$\hookrightarrow \underline{v}_{S_3} = \underset{\underset{\underline{0}}{\parallel}}{\underline{v}_A} + \underline{\omega}_3 \times \underline{r}_{AS_3} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 0 & 0 & \omega_3 \\ 0 & r & 0 \end{vmatrix} = \begin{bmatrix} -r\omega_3 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \underline{\underline{\begin{bmatrix} 0,5 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \left[\frac{m}{s}\right]}}$

A 2es test (rúd szögsebessége)

$\underline{v}_{S_3}$ felírható a rúd felől is:

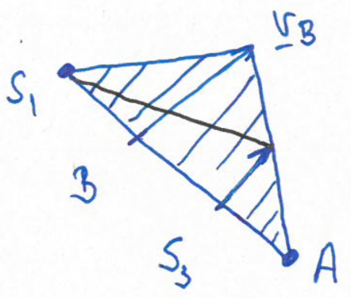
$\underline{v}_{S_3} = \underset{\underset{\underline{0}}{\parallel}}{\underline{v}_{S_1}} + \underline{\omega}_2 \times \underline{r}_{S_1S_3} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 0 & 0 & \omega_2 \\ 0 & -2r & 0 \end{vmatrix} = \begin{bmatrix} 2r\omega_2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

Összevetés után: $-r\omega_3 = 2r\omega_2$

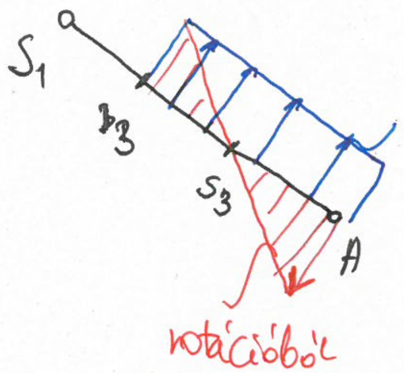
$\omega_2 = -\frac{\omega_3}{2} = 2,5 \left[\frac{rad}{s}\right]$

$\underline{\underline{\underline{\omega}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 2,5 \end{bmatrix} \left[\frac{rad}{s}\right]}}$

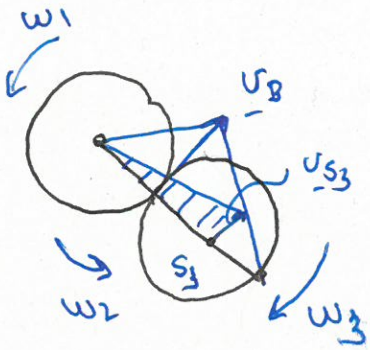
Sebességeloszlások



3as test



Sebességábra



A Póluspont körpályán mozog ω_2 szögsebességgel

$$\underline{u} = 3r \cdot \omega_2 = \underline{\underline{0{,}75 \left[\frac{m}{s}\right]}}$$

Gyorsulásállapot

B_1 pont körpályán mozog

$$a_{B_1t} = \dot{v}_{B_1} = r\dot{\omega}_1 = r \cdot \varepsilon_1 = 0{,}5 \left[\frac{m}{s^2}\right]$$

$$a_{B_1n} = \frac{v_B^2}{r} = \frac{\omega_1^2 r^2}{r^2} = \omega_1^2 r = \underline{\underline{10 \left[\frac{m}{s^2}\right]}}$$

$$\underline{a}_{B_1} = \begin{bmatrix} 0{,}5 \\ 10 \\ 0 \end{bmatrix} \left[\frac{m}{s^2}\right]$$

A pont gyorsulása y irányú

$$\underline{a}_A = \begin{bmatrix} 0 \\ a_A \\ 0 \end{bmatrix};$$

↳ S_3 pont pedig körpályán

$$a_{S_{3u}} = \frac{V_{S_3}^2}{2r} = 1,25\left[\frac{m}{s^2}\right]$$

$$\underline{a}_{S_3} = \underline{a}_A + \underline{\varepsilon}_3 \times \underline{r}_{AS_3} - \omega_3^2\,\underline{r}_{AS_3} = \begin{bmatrix}0\\a_A\\0\end{bmatrix} + \begin{vmatrix}\underline{i} & \underline{j} & \underline{k}\\0 & 0 & \varepsilon_3\\0 & r & 0\end{vmatrix} - \omega_3^2\begin{bmatrix}0\\r\\0\end{bmatrix}$$

$$\underline{a}_{S_3} = \begin{bmatrix}a_{S_3t}\\a_{S_3u}\\0\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}-r\varepsilon_3\\a_A - \omega_3^2 r\\0\end{bmatrix}$$

$$\frac{V_{S_3}^2}{2r} + \omega_3^2 r = a_A = 3,75\left[\frac{m}{s^2}\right]$$

A B_3 pontra:

$$\underline{a}_{B_3} = \underline{a}_A + \underline{\varepsilon}_3 \times \underline{r}_{AB_3} - \omega_3^2\,\underline{r}_{AB_3} = \begin{bmatrix}0\\a_A\\0\end{bmatrix} + \begin{vmatrix}\underline{i} & \underline{j} & \underline{k}\\0 & 0 & \varepsilon_3\\0 & 2r & 0\end{vmatrix} - \omega_3^2\begin{bmatrix}0\\2r\\0\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}a_{B_3t}\\a_{B_3u}\\0\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}-2r\varepsilon_3\\a_A - 2\omega_3^2 r\\0\end{bmatrix}$$

$$a_{B_3t} = a_{B_1t}$$

$$-2r\varepsilon_3 = r\varepsilon_1$$

$$\varepsilon_3 = \frac{-\varepsilon_1}{2} = -2,5\left[\frac{rad}{s^2}\right]$$

$$a_{B_3u} = a_A - 2\omega_3^2 r = -1,25\left[\frac{m}{s^2}\right]$$

$$a_{S_3t} = -r\varepsilon_3 = 0,25\left(\frac{rad}{s^2}\right)$$

$$\underline{a}_{S_3} = \begin{bmatrix}0,25\\1,25\\0\end{bmatrix}\left[\frac{m}{s^2}\right]$$

$$\underline{a}_{B_3} = \begin{bmatrix}0,25\\-1,25\\0\end{bmatrix}\left[\frac{m}{s^2}\right]$$

$$\underline{a}_A = \begin{bmatrix}0\\3,75\\0\end{bmatrix}\left[\frac{m}{s^2}\right]$$

G_3 gyorsuláspólus meghatározása

$$\underline{a}_G = \underline{a}_A + \underline{\varepsilon}_3 \times \underline{r}_{AG} - \omega_3^2 \underline{r}_{AG}$$

$$\underline{0} = \begin{bmatrix} 0 \\ a_A \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{vmatrix} \underline{i} & \underline{j} & \underline{k} \\ 0 & 0 & \varepsilon_3 \\ r_x & r_y & 0 \end{vmatrix} - \omega_3^2 \begin{pmatrix} r_x \\ r_y \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} -r_y \varepsilon_3 - \omega_3^2 r_x \\ a_A + r_x \varepsilon_3 - \omega_3^2 r_y \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$r_x = \frac{-r_y \varepsilon_3}{\omega_3^2}$$

$$a_A - \frac{\varepsilon_3^2}{\omega_3^2} r_y - \omega_3^2 r_y = 0$$

$$\hookrightarrow r_y = \frac{a_A}{\frac{\varepsilon_3^2}{\omega_3^2} + \omega_3^2} = \underline{\underline{0{,}1485\ (m)}}$$

$$\hookrightarrow r_x = -\frac{\varepsilon_3}{\omega_3^2} r_y = \underline{\underline{0{,}0149\ (m)}}$$

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{\varepsilon_3}{\omega_3^2} \Rightarrow \underline{\underline{5{,}7^\circ}} = \alpha$$