Száraz súrlódás és nem-folytonos dinamikai rendszerek

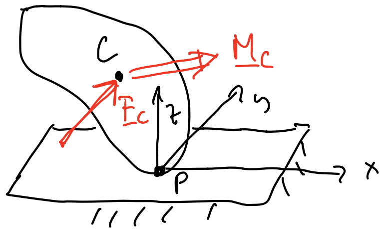
Antali Máté

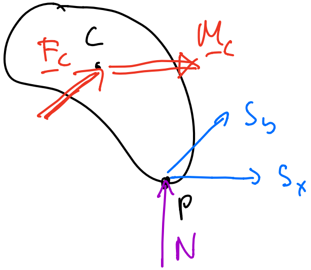
BME Műszaki Mechanikai Tanszék

---

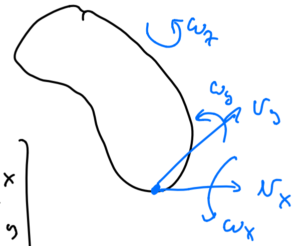
9. Csúszás-tapadás átmenetek térben

Az előadás-sorozat elkészülését az MTA/ELKH támogatta a Prémium Posztdoktori Kutatói Programban támogatott PPD2018-014/2018 számú pályázat keretében. Készült 2021-ben.





$$\underline{F}_p = \begin{bmatrix} S_x \\ S_y \\ N \end{bmatrix}$$



$(v_z = 0)$

Newton - Euler egyenletek

$$m \underline{a}_c = \underline{F}_c + \underline{F}_p$$

$$\underline{\underline{J}}\,\underline{\dot{\omega}} + \underline{\omega} \times (\underline{\underline{J}} \cdot \underline{\omega}) = \underline{M}_c - \underline{r}_{PC} \times \underline{F}_p$$

csúszás

$$+ \quad S_x = -\mu N \frac{v_x}{\sqrt{v_x^2 + v_y^2}}$$

$$S_y = -\mu N \frac{v_y}{\sqrt{v_x^2 + v_y^2}}$$

kvázi-sebességek

$$\underline{s} = \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix}$$

ált. koordináták

$$\underline{q} = \begin{bmatrix} q_1 \\ \vdots \\ q_5 \end{bmatrix}$$

$$\underline{x} = (\underline{s}, \underline{q}) \in \mathbb{R}^{10}$$

$$\boxed{\underline{\dot{q}} = \underline{\underline{K}}(\underline{q}) \cdot \underline{s}}$$

N-E -egyenletek:

$$\boxed{\underline{\dot{s}} = \underline{f}_s(\underline{s}, \underline{q})}$$

$$N = f_N(\underline{s}, \underline{q})$$

$$\underline{\dot{x}} = \underline{F}(\underline{x})$$

↓ megmutatható

$$\underline{F}(\underline{x}) = \frac{v_x}{\sqrt{v_x^2+v_y^2}} \cdot \underline{A}(\underline{x}) + \frac{v_y}{\sqrt{v_x^2+v_y^2}} \cdot \underline{B}(\underline{x}) + \underline{C}(\underline{x})$$

$\underline{A}, \underline{B}, \underline{C}$ sima vektormezők

$\hat{\underline{x}} \in \Sigma$ határán

$$\underline{F}^*(\hat{\underline{x}}, \varphi) = \cos\varphi \cdot \underline{A}(\hat{\underline{x}}) + \sin\varphi \, \underline{B}(\hat{\underline{x}}) + \underline{C}(\hat{\underline{x}})$$

1-2 komponens

$$F_1^*(\varphi) = A_1 \cdot \cos\varphi + B_1 \cdot \sin\varphi + C_1$$

$$F_2^*(\varphi) = A_2 \cdot \cos\varphi + B_2 \cdot \sin\varphi + C_2$$

- - - - - - - - - - -

<u>Kimutatható</u>:

- $B_1 = A_2$ → forgatással eliminálható
- $A_1 < 0$, $B_2 < 0$

$$\boxed{\begin{aligned} \dot{x} &= F_1^* = A_1 \cos\varphi + C_1 \\ \dot{x}_2 &= F_2^* = B_2 \sin\varphi + C_2 \end{aligned}}$$

$$R(\varphi) = \frac{A_1 + B_2}{2} + \frac{A_1 - B_2}{2} \cos(2\varphi) + C_1 \cos\varphi + C_2 \sin\varphi$$

$$\boxed{V(\varphi) = -\frac{A_1 - B_2}{2} \cdot \sin(2\varphi) + C_2 \cos\varphi - C_1 \sin\varphi}$$

$V(\varphi) \xrightarrow[t=\tan\frac{\varphi}{2}]{}$ 4. fokú polinom

$$\left(\sin\varphi = \frac{2t}{1+t^2},\ \cos\varphi = \frac{1-t^2}{1+t^2}\right)$$

. . . .

<u>eredmények</u>:

- $V(\varphi) = 0 \longrightarrow$ max. 4 katasztr-irány (kivéve, ha $V(\varphi) \equiv 0$)
  - $\longrightarrow$ min. 2 katasztr-irány
  - $\longrightarrow$ 3 katasztr-irány: $C_1^{2/3} + C_2^{2/3} = (B_2 - A_1)^{2/3} \neq 0$
  - $\longrightarrow$ ∞ sok katasztr-irány $\rightarrow V(\varphi) \equiv 0$

- minden katasztr-irány (radiálisan) van, ha

$$\frac{C_1^2}{A_1^2} + \frac{C_2^2}{B_2^2} < 1$$

- pontosan 1 taszító katasztr-irány van, ha

$$\frac{C_1^2}{A_1^2} + \frac{C_2^2}{B_2^2} > 1$$

- ha van taszító katasztr-irány, $\rightarrow$ <u>instabil</u>

→ 4 általános eset:

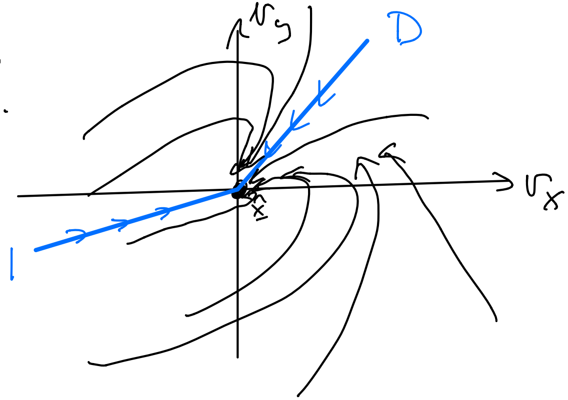
I. 2 vonzó határ-irány (1 domináns + 1 izolált)

II. 4 vonzó határ-irány (2 domináns + 2 izolált)

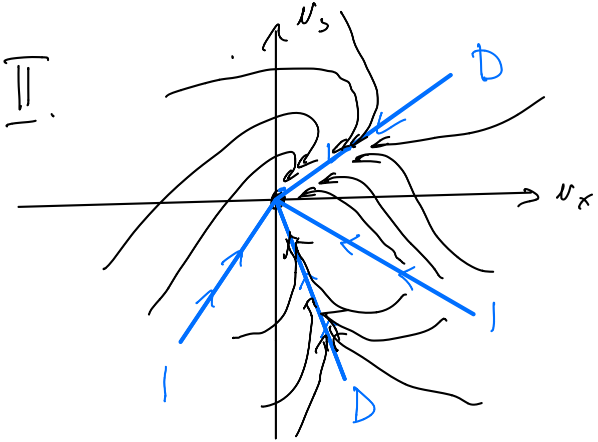
III. 1 vonzó (izolált) + 1 taszító (izolált)

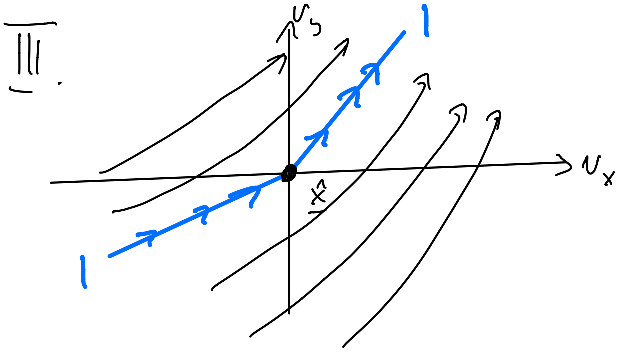
IV. 3 vonzó (2 izolált + 1 domináns) + 1 taszító (izolált)

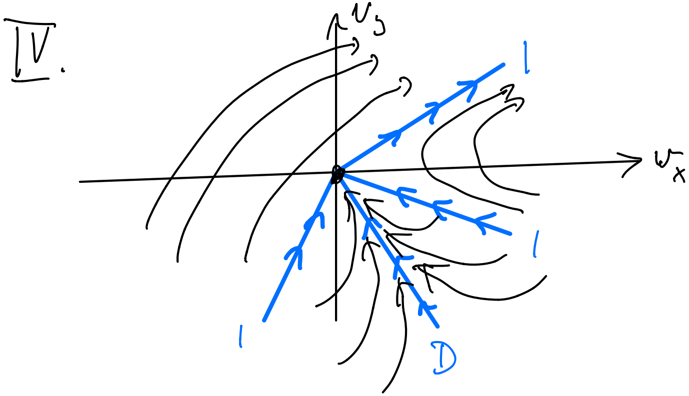
I.

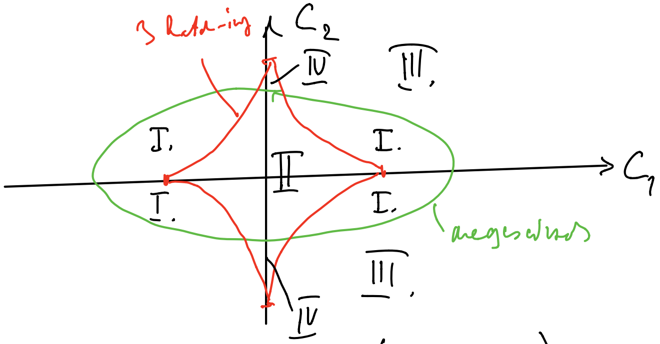


II.

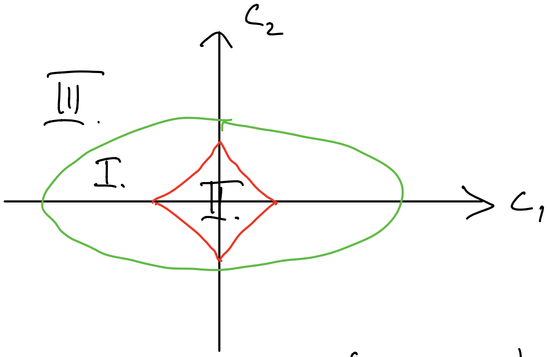








$$|A_1 - B_2| > \min(|A_1|, |B_2|)$$



$$|A_1 - B_2| < \min(|A_1|, |B_2|)$$