Száraz súrlódás és nem-folytonos dinamikai rendszerek

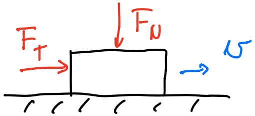
Antali Máté

BME Műszaki Mechanikai Tanszék

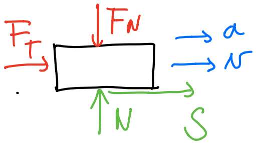
---

1. A száraz súrlódás egyszerű modelljei

Az előadás-sorozat elkészülését az MTA/ELKH támogatta a Prémium Posztdoktori Kutatói Programban támogatott PPD2018-014/2018 számú pályázat keretében. Készült 2021-ben.



$\longrightarrow$ Sz.T.A.

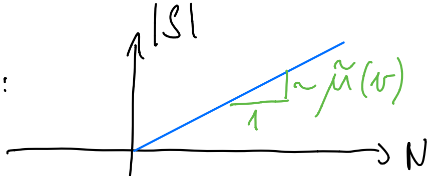


$\longrightarrow$ statikus súrl. modell: v, N, S összefüggése

implicit fgv: $f(v, N, S) = 0$

Egyszerű Coulomb

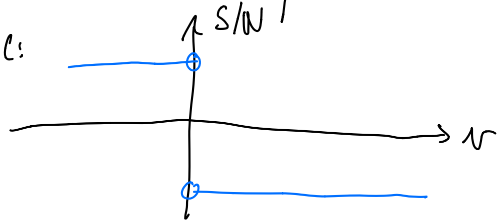
- mérés – rögzített v:



$|S| \sim N$

fontos: $N > 0$!!

– függés sebességtől: $v \neq 0$

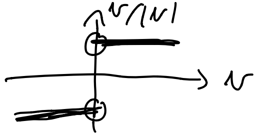


- $|S|(|v|) \approx$ állandó
- $\underbrace{S \cdot v}_{P} < 0$ (disszipatív)

$\tilde{\mu}(v) \approx \mu$

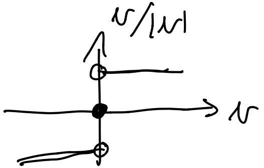
$$\boxed{S = -\mu N \cdot \frac{v}{|v|}}$$

$$\frac{v}{|v|} = \begin{cases} 1 & \text{ha} \quad v>0 \\ \text{nincs ért.} & \text{ha} \quad v=0 \\ -1 & \text{ha} \quad v<0 \end{cases}$$

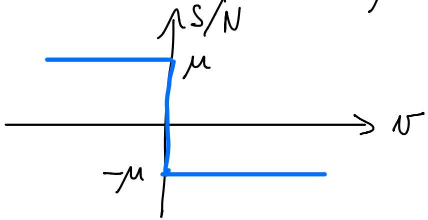


$$\frac{v}{|v|} = \operatorname{sgn} v, \quad \text{ha} \quad v \neq 0$$

$$\operatorname{sgn}(v) = \begin{cases} 1 & \text{ha} \quad v>0 \\ 0 & \text{ha} \quad v=0 \\ -1 & \text{ha} \quad v<0 \end{cases}$$



- tapadás: $v=0 \qquad |S| \leq \mu N$



implicit: $f(v, N, S) = 0$

DE: $S(N, v)$ explicite nem fejezhető ki

minden: da Vinci (1495), Amontons (1699), Euler (1750), Coulomb (1781)

↑ Newton (1687)

teljes Coulomb-súrlódás megfogalmazása (lehetőségek):

- két elemi törvénnyel:

$$S = -\mu N \frac{v}{|v|} \quad \text{ha} \quad v \neq 0 \; (|v| > 0) \quad \Big\} \text{ csúszás}$$

$$\underbrace{|S| \leq \mu N}_{\text{din. feltétel}} \quad \text{ha} \quad \underbrace{v = 0}_{\text{kin. feltétel}} \quad \Big\} \text{ tapadás}$$

- komplementaritási feltétel

$$|v| \perp \mu N - |S|$$

$x \perp y$: $\quad x \geq 0$, $\quad y \geq 0$, $\quad x \cdot y = 0$

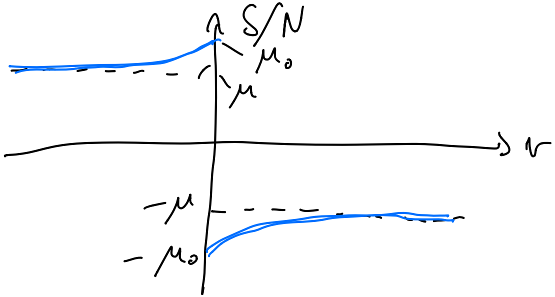
- halmaz-értékű „függvény":

$$S \in -\mu N \,\mathrm{Sgn}(v)$$

$$\mathrm{Sgn}(v) = \begin{cases} \{\mathrm{sgn}\, v = v/|v|\} & \text{ha } v \neq 0 \\ [-1, 1] & \text{ha } v = 0 \end{cases}$$

újabb hatás: tapadási súrlódás : nehezebb megmozdítani

Stribeck modell



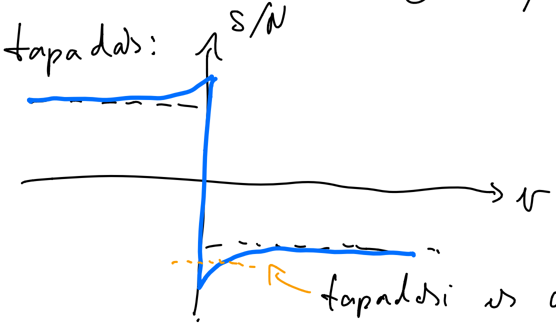
$$\lim_{v\to\infty} \tilde{\mu}(v) = \mu \leftarrow \text{csúszási s. t.}$$

$$\lim_{v\to 0} \tilde{\mu}(v) = \mu_0 > \mu$$

tapadási s. t.

$$S = -\tilde{\mu}(v)\cdot N \cdot \frac{v}{|v|} \quad \to \quad v \neq 0$$

+ tapadás:



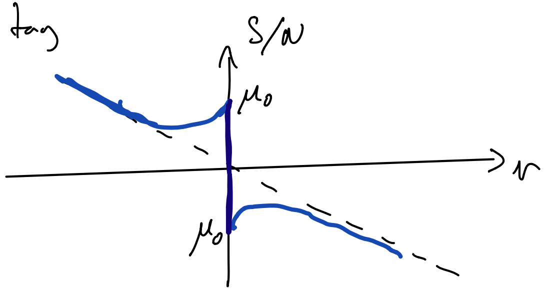
$$|S| \leq \mu_0 N$$

tapadási és csúszási állapot
azonos erőnél

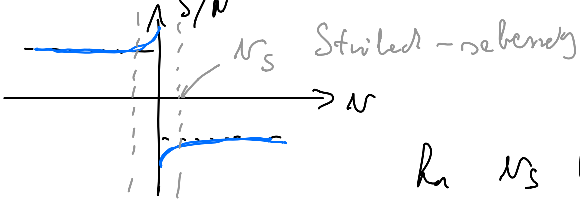
kenőanyag jelenlétében: viszkózus tag

$$S = -\tilde{\mu}(v)\cdot N \cdot \frac{v}{|v|} - kv$$

(külön nem vizsgáljuk)



„statikus Coulomb modell" = Coulomb, $\mu \neq \mu_0$ („stiction")



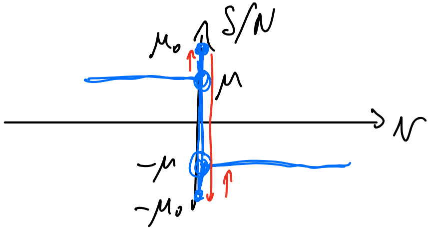
$S \approx$ áll, ha $|v| > v_S$

ha v_S kicsi ($v_S \ll v$ tipikus értéke)

$\Downarrow$

$S = -\mu N \frac{v}{|v|}$ ha $v \neq 0$

$|S| \leq \mu_0 N$ ha $v = 0$



→ degenerált modell $\quad v=0$-ban 3 db szakadás $\uparrow\downarrow\uparrow$

2 fizikai jelenség

sokan praktikus, de dinamikailag inkonzisztens

vinni a Stribeck-hez: $\quad S = -\tilde{\mu}(v)\, N \frac{v}{|v|}$ $\quad$ csúszásra

$$\tilde{\mu}(v) = \mu + (\mu_0 - \mu)\cdot q(v)$$

$\uparrow$ átmeneti fgv

$\lim_{v\to 0} q(v) = 1$

$\lim_{v\to\infty} q(v) = 0$

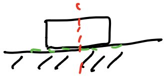
pl: $\quad q(v) = e^{-\left(\frac{|v|}{v_s}\right)^k}$ $\quad$ k általában 1 vagy 2

spec. eset: $\quad \mu_0 \to \mu_0$: egyszerű Coulomb modell

$v_s \to 0$: statikus Coulomb modell

ez lesz a modellezés alapja $\qquad$ (Bonyolultabb modellek: később!)

Érintkező testek geometriája

eddig:  normál irány ↑ , tangenciális irány: ⟶

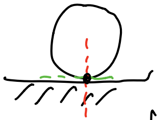
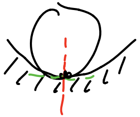
↳ ebből jött a modell → mikor másképp dolgos?!

→ kell jól definiált normál irány

általános síkbeli esetek

o sima felületek

↓ nem simuló

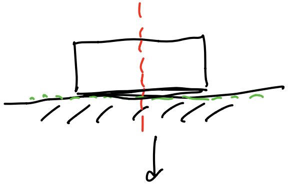
 

↓ működik

simuló

↓ NEM működik (nincs normálirány)

spec. eset → (o görbület)



↓ működik

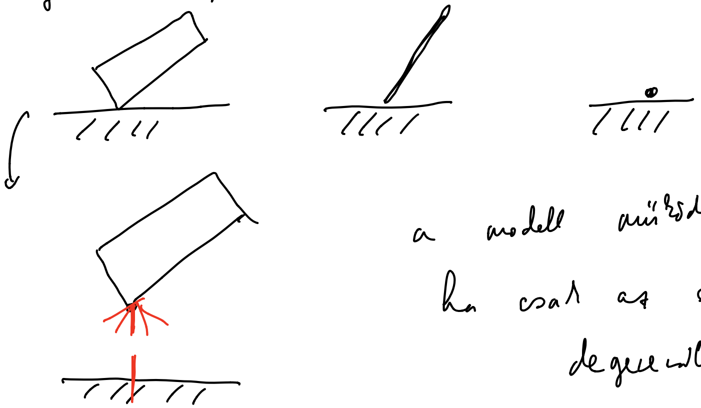
csúszás / gördülés

hasonlóságok és különbségek

csúszás / tapadás

stat. és din. kinematikai áll.

• degenerált felületek:



a modell működik,
ha csak az egyik test
degenerált

több elhanyagolás

kontakt probléma → (normális irányú dinamika: ütközés / elválás)

→ érintő irányú dinamika: súrlódás (csúszás / tapadás)

→ normál irányú kapcsolat biztosított