

# GYŰRŰN GÖRDÜLŐ KOSÁRLABDA MOZGÁSÁNAK DINAMIKÁJA

Havas Vince<sup>1</sup>, Antali Máté<sup>2</sup>, Stépán Gábor<sup>3</sup>

<sup>1,2,3</sup>Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem, Műszaki Mechanikai Tanszék, 1111 Budapest, Műegyetem rkp. 5.

[vince.havas@gmail.com](mailto:vince.havas@gmail.com), [antali@mm.bme.hu](mailto:antali@mm.bme.hu), [stepan@mm.bme.hu](mailto:stepan@mm.bme.hu)

Kosárlabda mérkőzés közben gyakran megfigyelhető az a jelenség, hogy a labda gyors gördülésbe kezd körbe-körbe a gyűrű mentén. Ilyenkor nehezen megjósolható, hogy a labda végül a gyűrűbe vagy kifelé fog esni. A jelenség leírásával néhány szakirodalmi forrásban már foglalkoztak ([1], [2], [3]), most egy egyszerű modell segítségével igyekszünk megérteni a labda néha különös mozgásának dinamikáját.

A labdát és a gyűrűt merev testeknek tekintjük, a labdát gömb alakúnak feltételezzük, míg a gyűrűt, vastagságát elhanyagolva karikaként modellezzük. Így amíg a labda a gyűrűvel érintkezik, a középpontja egy tóruszfelületre esik. A középpont helyzete ezen a tóruszon két változóval írható le, míg a labda orientációja három Euler-szöggel adható meg, így egy öt szabadságfokú mechanikai modellt kapunk a geometriai kényszerek figyelembevételét követően.

A mozgásegyenleteket Appell-egyenletek segítségével határoztuk meg, mivel a labda gördülésének feltétele két kinematikai kényszerrel írható le. Kvázisebességnek a szögsebesség komponenseit választottuk a labdával együtt mozgó koordináta-rendszerben felírva, így a labda sebességállapota „keringő”, „áteső” és „perdülő” mozgások szuperpozíciójaként adódik.

Az egy geometriai és két kinematikai kényszerrel ellátott térbeli merev test mozgásának leírására egy nyolc egyenletről álló elsőrendű differenciálegyenlet-rendszer adódik. A ciklikus koordináták leválasztása után ebből négy egyenlet marad. A fázistérben meghatároztuk a triviális megoldásokat, melyek a labda egy-egy stacionárius mozgásának felelnek meg. Megvizsgáltuk ezen mozgások lineáris stabilitását is.

Newton-egyenletek alapján kiszámíthatók az érintkezési pontban fellépő erők, melyek segítségével vizsgálhatók a megcsúszás és leesés feltételei. A modellt disszipatív hatással is kiegészítettük. Az analitikus eredmények érvényességét numerikus szimulációval ellenőriztük.

## HIVATKOZÁSOK

- [1] C. Q. LIU, F. LI, L. R. HUSTON Dynamics of a Basketball Rolling Around the Rim, *Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*, 128:359-364, 2006.
- [2] H. OKUBO, M. HUBBARD Dynamics of basketball-rim interactions, *Sports Engineering*, 7:15-29, 2004.
- [3] L. SILVERBERG, C. TRAN, K. ADCOCK Numerical Analysis of the Basketball Shot, *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 125:531-540, 2003.