

Treatment of Diabetes with Digitally Controlled Insulin Delivery

ZSOMBOR AGÓCS

Mechatronic Engineer BSc, Specialisation in Mechanical Engineering Modelling, 2024/2025/I.

Supervisor: Dr. Gábor Csernák, associate professor, csernak@mm.bme.hu

1. Introduction

Type 1 Diabetes Mellitus (T1DM) requires external insulin replacement due to the loss of pancreatic beta cells. Regulating blood glucose is a significant challenge caused by non-linear physiology and large meal disturbances. Modern Artificial Pancreas (AP) systems utilize Continuous Glucose Monitors (CGM) and insulin pumps, but face real-world digital constraints: discrete sampling, quantized delivery, and saturation. Objective: To design and compare robust discrete-time control strategies (PD vs. LQR) based on the Bergman Minimal Model, addressing digital implementation and physiological uncertainty.

2. Applied methods

The physiological Bergman Minimal Model was selected to describe the glucose-insulin dynamics:

$$\dot{G}(t) = -p_1(G(t) - G_b) - G(t)X(t) + M(t), \quad (1)$$

$$\dot{X}(t) = -p_2X(t) + p_3(I(t) - I_b), \quad (2)$$

$$\dot{I}(t) = -p_4(I(t) - I_b) + U(t)/V_I, \quad (3)$$

where G is plasma glucose, X is remote insulin action, and I is plasma insulin. Digitalization: The system was discretized to reflect hardware limitations:

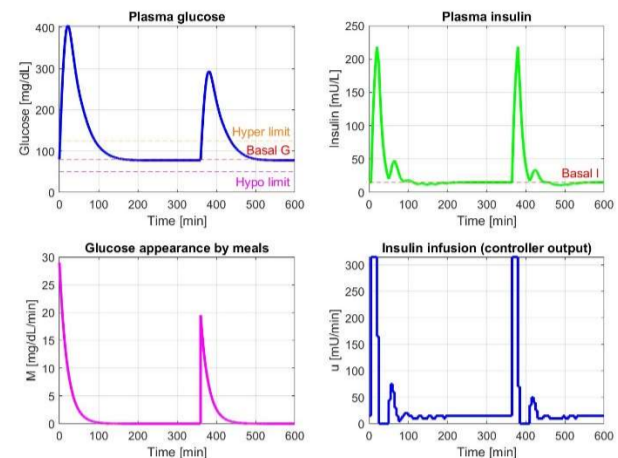
- Sampling time: $T_s = 5 \text{ min}$ (GCM delay)
- Quantization: 5 mU/min steps
- Saturation: 0-300 mU/min

Control strategies:

- Discrete PD: tuned for fastest settling time but limited by lack of state information.
- Discrete LQR + Observer: Optimal state-feedback controller using a Luenberger observer to estimate unmeasured states (Remote Insulin Action X , Plasma Insulin I).

3. Results

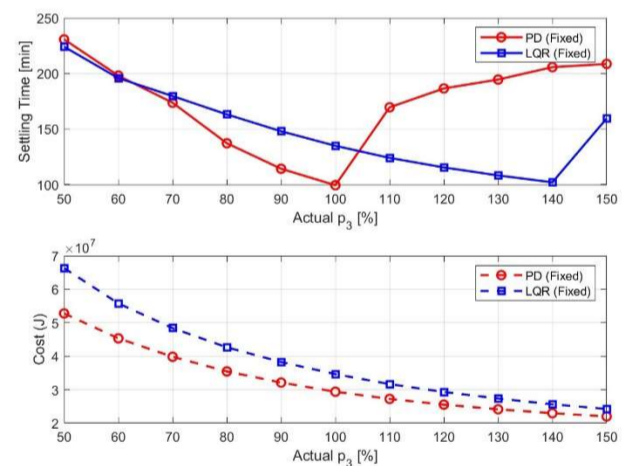
The simulations revealed that digital constraints fundamentally alter system behaviour. The PD controller required specific modifications (basal rate suspension) to avoid steady-state errors. The Discrete LQR demonstrated superior performance in handling quantization noise and meal disturbances.



1. Figure: Time evolution of plasma glucose and insulin under discrete LQR control with quantized actuator output.

Robustness Analysis: A critical comparison was performed regarding sensitivity to physiological parameter mismatches (e.g., stress or illness).

- Insulin Sensitivity (p_3): The PD controller became unstable at high sensitivities ($>110\%$), causing oscillations. The LQR remained stable across the entire 50-150% range.
- Insulin Clearance (p_4): Low clearance causes "insulin stacking." The LQR observer successfully estimated the accumulated insulin, preventing hypoglycemia, whereas the PD controller failed to compensate.



2. Figure: Robustness analysis showing Settling Time vs. Insulin Sensitivity (p_3). The LQR strategy (blue) maintains stability where PD (red) degrades.

4. Summary

The study confirmed that while a Discrete PD controller is effective in nominal cases, it lacks robustness against physiological drift. The Discrete LQR with Observer proved to be the superior choice for Artificial Pancreas applications. It effectively handles "insulin stacking," minimizes hypoglycemia risk, and maintains stability under significant parameter uncertainty.

Dinamikai mintázatok feltárása: Modális analízis és a DMD algoritmus alkalmazása

BÁLINT ANDRÁS

Gépészmérnöki BSc, Gépészeti Fejlesztő Specializáció, 2025/2026/I.

Témavezető: Dr. Kiss Ádám, tudományos segédmunkatárs, kiss_a@mm.bme.hu

1. Bevezetés

A modern mérnöki gyakorlatban a mechanikai szerkezetek dinamikai viselkedésének pontos ismerete elengedhetetlen a biztonságos és hatékony tervezéshez. A rezgések mértékének korlátozása, a rezonancia elkerülése, valamint a szerkezeti integritás megőrzése megköveteli a rendszerek modális paramétereinek precíz azonosítását. Ezen adatok meghatározására számos módszer létezik.

A szakdolgozat célja egy korszerű, új technika a Dynamic Mode Decomposition (DMD) alkalmazhatóságának vizsgálata a modális analízis folyamatában. A kutatás során a módszert gépészeti benchmark problémák segítségével hasonlítottam össze más elterjedt modális analízis módszerekkel.



1. ábra. Hawk T1A repülőgép szárnyának modális vizsgálata

2. Alkalmazott módszer

A DMD eredetileg a folyadékdinamika területén jelent meg, mint adatvezérelt eljárás, amely feltárja a bemeneti adatokban rejlő térbeli és időbeli mintázatokat. A bemenő időtartománybeli adatokat két nagy adatmátrixba, úgynevezett pillanatkép mátrixokba (\mathbf{X} és \mathbf{X}') rendezi. \mathbf{X}' az \mathbf{X} mátrix utáni követő időlépésnek megfelelő mátrix. A módszer egy legjobban illeszkedő lineáris operátort (\mathbf{A}) keres, ami \mathbf{X} -et \mathbf{X}' mátrixá alakítja:

$$\mathbf{X}' \approx \mathbf{A}\mathbf{X},$$

ezt az egyenletet átrendezve az \mathbf{A} mátrix:

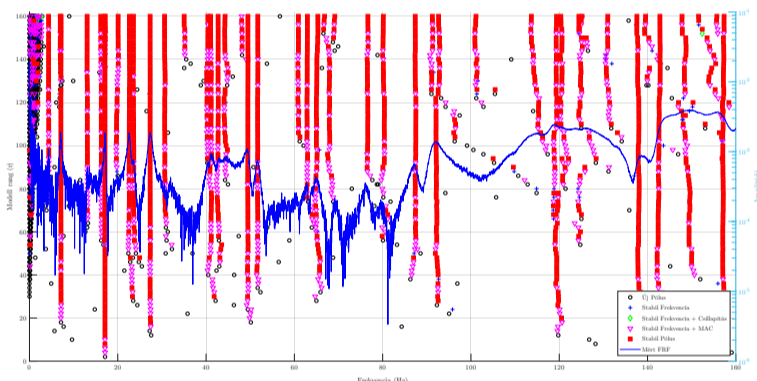
$$\mathbf{A} = \mathbf{X}'\mathbf{X}^\dagger.$$

A gyakorlatban a \mathbf{A} túl nagy, ezért a DMD az \mathbf{X} szinguláris érték felbontásával majd ennek csonkításával $\tilde{\mathbf{A}}$ redukált operátort számolja. $\tilde{\mathbf{A}}$ sajátértékei meghatározzák a rendszer dinamikáját.

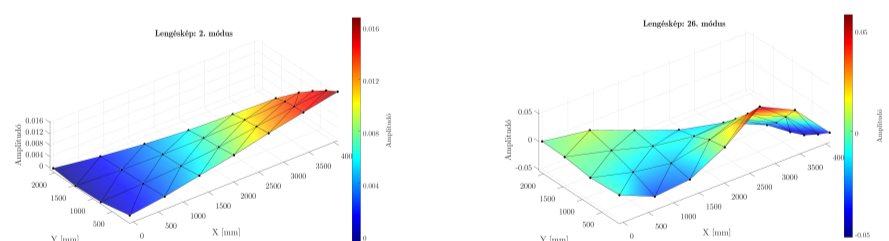
A modális analízis során a DMD bemenete lehet impulzusválasz-függvény illetve a méréshez használt szenzorok adatai is. Ezeket az időtartománybeli adatokat Hankel mátrix alakba téve kapható meg az \mathbf{X} és \mathbf{X}' .

3. Eredmények

A DMD módszert két benchmark problémára is alkalmaztam, a Hawk T1A repülőgép szárnyának és a svájci Z24-es hídnak az összehasonlító mérésére. A repülőgép esetében a DMD módszer sikeresen és pontosan azonosította a modális paramétereket, a 2. ábrán látható stabilitási diagramról olvashatóak le a szárny sajátfrekvenciái és a 3. ábrán a DMD-vel meghatározott lengésképek láthatóak. A híd esetében a mérés jelentős jel/zaj aránya miatt a DMD algoritmus nem találta meg a híd összes domináns rezgésmódusát, illetve a csillapítási tényezők a megtalált módusoknál nem voltak helyesek.



2. ábra. A szárny mérésének stabilitási diagramja



3. ábra. Példák az azonosított lengésképekre: 2. módus (jobb oldal) és 26. módus (bal oldal)

4. Összefoglalás

Szakdolgozatomat a mechanikai szerkezetek dinamikai viselkedésének pontos feltárása érdekében készítettem, fókuszba helyezve a Dynamic Mode Decomposition (DMD) algoritmus alkalmazhatóságát a modális analízis folyamatában. A DMD módszer jó eredményeket tud adni, viszont rendkívül érzékeny a zajra.

Learning-Based Control under Uncertainty: Dynamics of Drone with an Unknown Suspended Payload

ISTVÁN JÁNOS BEHARÓCZKI

Mechatronics Engineer BSc, Specialisation in Mechanical Engineering Modelling, 2025/2026/I.

Supervisor: Dr. Ádám Kiss, Research assistant, kiss_a@mm.bme.hu

1 Introduction

The thesis investigates the trajectory tracking control of a planar quadrotor system in the presence of unmodeled dynamics caused by a suspended pendulum load. The goal of the study is to develop a controller capable of stabilizing a quadrotor exposed to uncertainties. A hybrid controller is designed that combines a classical controller for the nominal dynamic model with a learning-based estimator. This approach aims to merge the robustness of model-based control and the adaptability of data-driven techniques. Two models were used throughout the study, the nominal model where no uncertainty is induced (Figure 1 right-hand side) and the true model with the pendulum (Figure 1 left-hand side).

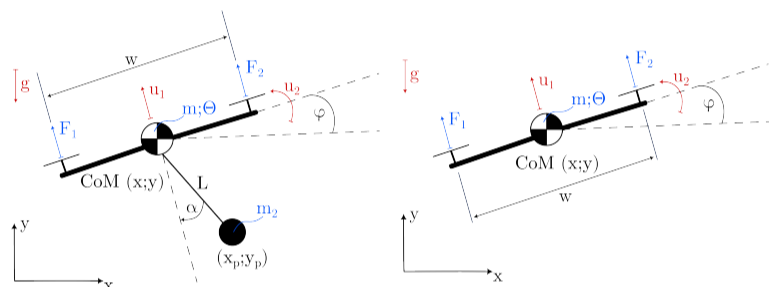


Figure 1: The planar quadrotor models

2 Applied Methods

Two control techniques were designed on the nominal model to achieve precise trajectory tracking. The first controller is a Linear Quadratic Regulator (LQR) and the second one is a Cascade PD Controller. To choose which controller to use next to the Neural Network estimator, their performance was compared. Both demonstrated near perfect performance on the nominal model, on the true model both failed. However, the PD controller showed greater robustness, making it a good pair to the NN-compensation. By tuning the LQR's weights a similar result could have probably been achieved, but it would be time-consuming and would not cancel the uncertainties. The starting point for the NN-based compensation is the equation of the nominal dynamics

$$\dot{\mathbf{x}}_{\text{nom}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{g}(\mathbf{x})\mathbf{u}. \quad (1)$$

The goal is to add a term to this equation that describes the differences between the models:

$$\dot{\mathbf{x}}_{\text{true}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{g}(\mathbf{x})\mathbf{u} + \mathbf{k} \cdot \mathbf{F}(\mathbf{x}_{\text{ext}}). \quad (2)$$

The Neural Network will approximate this unknown disturbance function. This $\mathbf{F}(\mathbf{x}_{\text{ext}})$ disturbance is defined as the difference in state derivatives between the systems. To approximate this function, a supervised learning approach is

used. The network was trained on 200 randomized trajectories using the PD controller. It learns the function by mapping observed states to the residual state derivative differences

$$\mathbf{F}_{\text{NN}}(x, \dot{x}, y, \dot{y}, \varphi, \dot{\varphi}, \alpha, \dot{\alpha}) = \Delta \dot{\mathbf{x}}. \quad (3)$$

After training, a control input is chosen that cancels these differences

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_{\text{PD}} - \mathbf{u}_{\text{comp}}, \quad (4)$$

where \mathbf{u}_{PD} is calculated by the PD controller, and \mathbf{u}_{comp} is designed so $\mathbf{g}(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{u}_{\text{comp}} \approx \mathbf{F}_{\text{NN}}(\mathbf{x}_{\text{ext}})$.

3 Results

The compensated system effectively suppresses the disturbances caused by the pendulum, maintaining a path that is near to the nominal case.

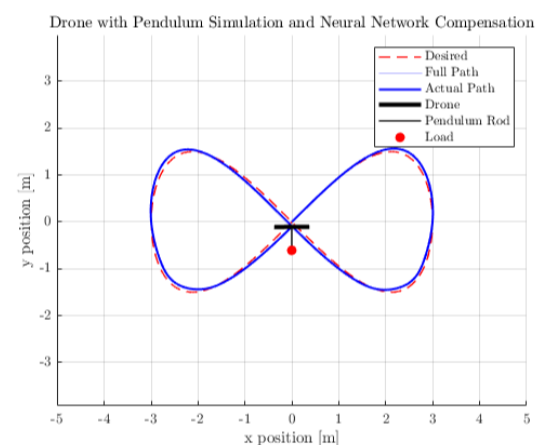


Figure 2: Trajectory tracking with NN-compensation

Controller	RMSE x [m]	RMSE y [m]
Cascade PD	0.0121	1.4547
With NN Compensation	0.0095	0.1060

Table 1: Root Mean Squared Error of the uncompensated PD and NN-compensated PD

4 Summary

The thesis leads to the following conclusions. The nominal performance for the PD and LQR controller provided near perfect tracking when the system model was accurate. Even though the Cascade PD controller showed great robustness, it was still far from the desired trajectory, thus Neural Network compensation was applied. The Neural Network-based compensation successfully recovered the performance of the PD controller in the presence of unmodeled dynamics. By learning the disturbance model $\mathbf{F}(\mathbf{x}_{\text{ext}})$ and providing counter-acting control.

Optimization-based Model Predictive Contouring Control for 1/10 Scale Autonomous Vehicle

BENEDEK JÁNOS BODA

Mechatronics Engineer BSc, Specialisation in Mechanical Engineering Modelling, 2025/2026/I.

Supervisor: Dr. Dénes Takács, Associate professor, takacs@mm.bme.hu

1 Introduction

Autonomous mobile robots and vehicles are becoming increasingly widespread, playing a key role not only in industrial sectors like manufacturing and logistics but also in our everyday lives through the rising acceptance of self-driving cars. In many of these applications, the robot platforms must be able to follow predefined trajectories with high precision at high speeds.

Objectives:

- Implementation of a model predictive contouring control (MPCC) on a 1/10-scale autonomous vehicle platform, called F1TENTH platform.
- Extension of the algorithm to support both forward and backward driving.
- Real-time evaluation on the NVIDIA Jetson Orin Nano.

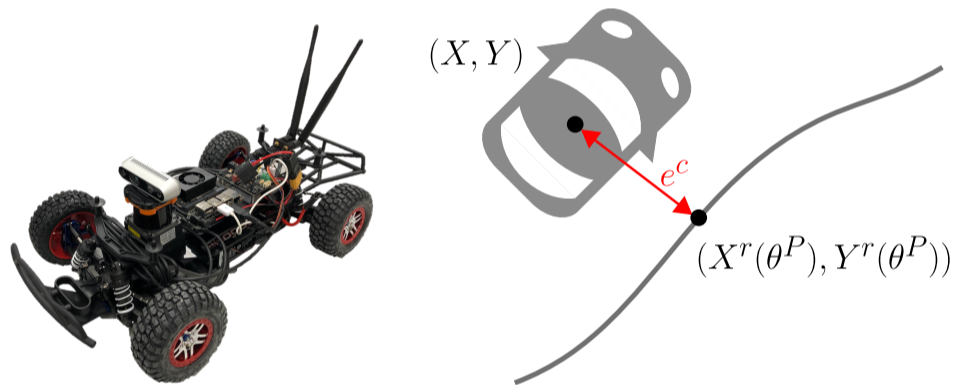


Figure 1: The F1TENTH vehicle (left) and the contouring error definition (right)

2 Applied Methods

The MPCC formulation maximizes progress along the path while minimizing error within physical constraints.

Key Contributions:

- Implementation of the MPCC framework on a 1/10-scale autonomous vehicle platform: Adaptation on the algorithm to the specific dynamics and constraints of a car-like robot.
- Dual-Mode Control: Separate dynamic and kinematic models were implemented for forward and backward motion to handle instability in reverse.
- Solver Architecture: A hybrid approach was implemented. The robust IPOPT solver is used for initialization, while the fast Acados (SQP-RTI) solver runs the real-time control loop.

3 Results

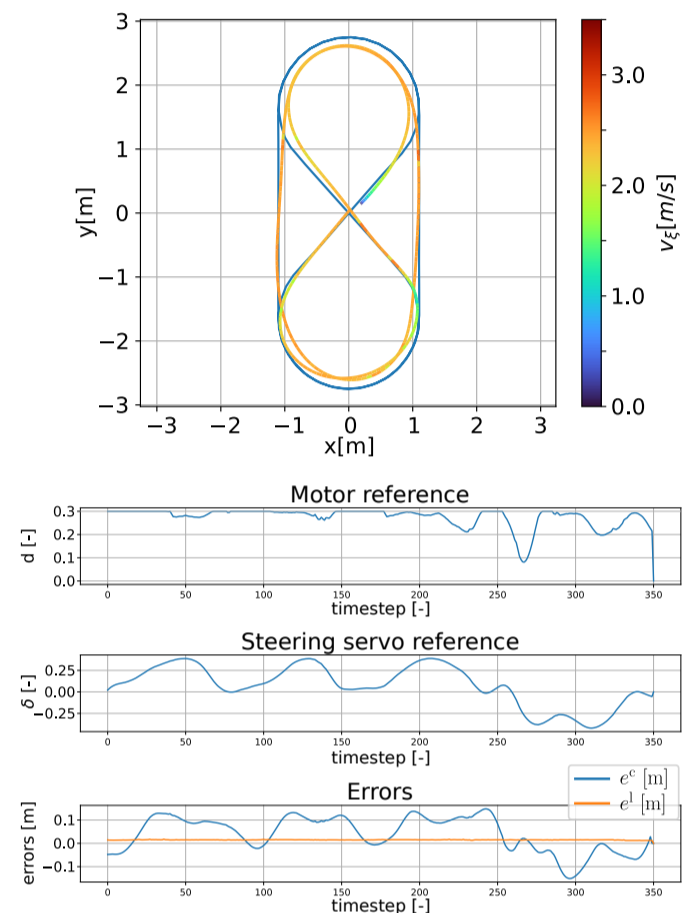


Figure 2: Real-world test result on the paperclip shaped trajectory

Performance Metrics:

- Tracking Accuracy: The controller maintained stable tracking with a maximum contouring error of approximately 15 cm during high-speed maneuvers.
- Computation Speed: The Acados solver achieved a 10x speedup compared to IPOPT (14 ms vs 124 ms), enabling real-time operation at 30 Hz.
- Robustness: The system successfully handled complex maneuvers, including seamless switching between forward and backward driving.

4 Summary

In this thesis, the MPCC algorithm has been adapted and implemented on an autonomous ground vehicle. After successful validation in simulation, the formulated controllers were evaluated on the physical F1TENTH platform. The real-world experiments demonstrated precise, high-speed trajectory tracking while achieving real-time performance on a resource-constrained embedded computer.

Modeling and Experimental Investigation of Safety-Critical Control for a Self-Balancing Unicycle Vehicle

GERGELY DÁNIEL BUBICS

Mechatronics Engineer BSc, Specialisation in Mechanical Engineering Modelling, 2020/2021/I.

Supervisor: Dr. Ádám Kiss, research assistant, kiss_a@mm.bme.hu

1 Introduction

Self-balancing unicycles are remarkably simple in design, offering compact, low-cost transportation, making them suitable cargo-carrying robots in industrial environments. The design however, comes with unique challenges, as a unicycle is not just inherently unstable, but it is also difficult to constrain the system in designated safe zones or desired states.



Figure 1: Experimental unicycle created at the department.

This motivates the investigation of *safety-critical* control methods applied to unicycles, including theoretical analysis, numerical simulation and practical testing.

2 Applied Methods

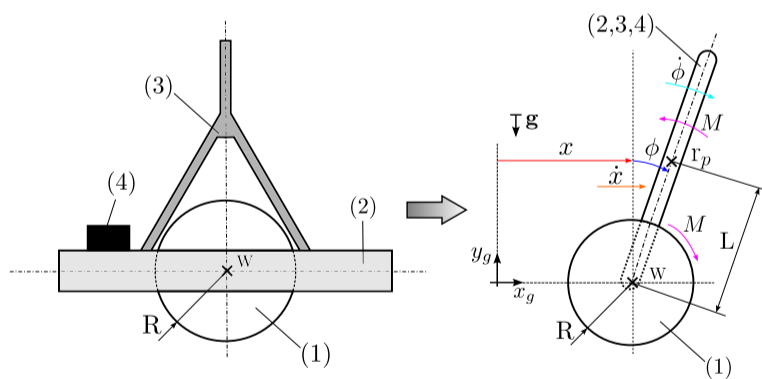


Figure 2: Mechanical model of the experimental device, including a wheel (1), a platform (2), a chassis (3) and a counter-weight (4) for balancing.

For the mechanical model, the Lagrangian method was used to obtain the nonlinear, control-affine system, with the built-in BLDC motor's armature current as control input u .

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{\phi} \\ \ddot{x} \\ \ddot{\phi} \end{bmatrix}}_{\dot{\mathbf{x}}} = \underbrace{\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{\phi} \\ f_3(\mathbf{x}) \\ f_4(\mathbf{x}) \end{bmatrix}}_{\mathbf{f}(\mathbf{x})} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ g_3(\mathbf{x}) \\ g_4(\mathbf{x}) \end{bmatrix}}_{\mathbf{g}(\mathbf{x})} \underbrace{i_a}_u \quad (1)$$

This model was later linearised to create the nominal state-feedback controller. Safety is ensured with *set invariance* through *control barrier functions* (CBFs) of which S is a superlevel set.

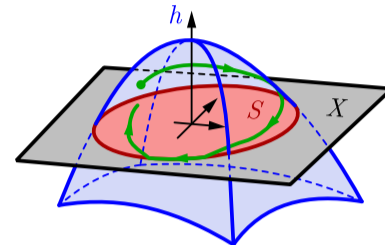


Figure 3: Graphical representation of invariant set S with its corresponding CBF h : once the system's trajectory (green) enters S , it will never leave it. (Molnar: "Model-free safety-critical control for robotic systems, 2021.)

Validity of CBFs was analysed with the Lie-derivatives of $\mathbf{f}(\mathbf{x})$ and $\mathbf{g}(\mathbf{x})$ using the necessary and sufficient condition, $L_{\mathbf{f}}h(\mathbf{x}) + L_{\mathbf{g}}h(\mathbf{x})u \geq -\gamma h(\mathbf{x})$, for set-invariance.

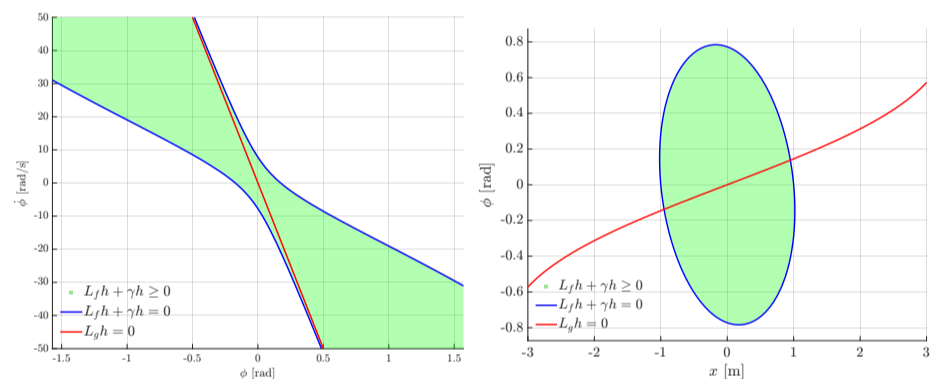


Figure 4: Valid (a) and non-valid (b) CBF phaseplots. Safety cannot be guaranteed if the red curve is outside the green safe region.

3 Results

Safety constraints regarding the maximum tilt angle (ϕ_{max}) yielded satisfactory simulation results. Other constraints kept the system safe, but overturned the platform, and some constraints led to singularities (Figure 4.b), making the system unsafe. The ϕ_{max} safe controller was uploaded to the unicycle and proved to be effective at keeping the maximum tilt angle, despite large perturbations.

4 Summary

This experiment demonstrated the viability of safety-critical control on self-balancing unicycles and also showed that this control is most effective when applied to the nominal control goal as opposed to other safety constraints.

Mechanical modelling of tailored behaviour of density graded foam structures

NORBERT JÁNOS CSIPAI

Mechatronics Engineer BSc, Specialisation in Mechanical Engineering Modelling, 2025/2026/I.

Supervisor: Dr. Szabolcs Berezvai, associate professor, berezvai@mm.bme.hu

1 Introduction

Polymer foams are common energy-absorbing elements whose behavior depends on density and geometry. Unlike homogeneous foams, layered, variable-density structures allow for tailored global stiffness and energy absorption. This thesis develops a numerical method to describe the mechanical behavior of multi-density foam layers (Figure 1) and supports designing configurations to achieve specific target stress-stretch curves.

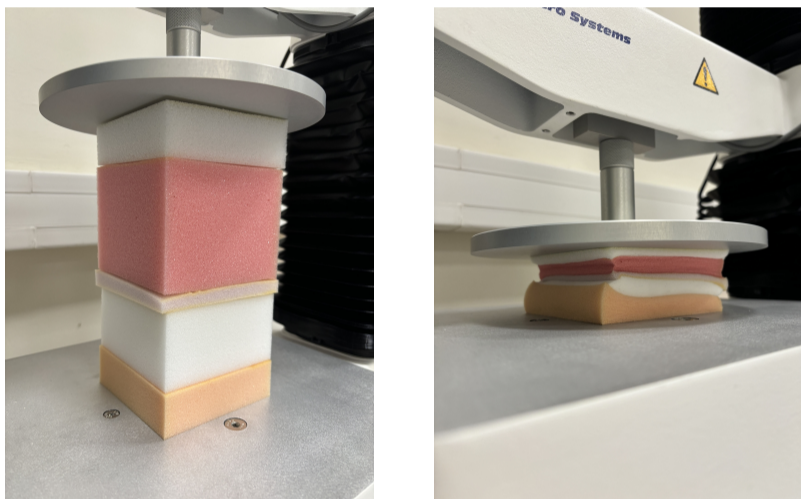


Figure 1: Density graded layered foam structure

2 Used methods

To model nonlinear, large-strain behavior, a compressible *hyperfoam* model based on the Ogden–Storåkers strain-energy density function was used:

$$W = \sum_{i=1}^N \frac{\mu_i}{\alpha_i} \left[\lambda_1^{\alpha_i} + \lambda_2^{\alpha_i} + \lambda_3^{\alpha_i} - 3 + \frac{1}{\beta_i} (J^{-\alpha_i n} - 1) \right]. \quad (1)$$

Compression tests on closed-cell polyurethane foams of various densities provided nominal stress-stretch curves from force-displacement data. Material parameters were determined via nonlinear curve fitting for each foam type in *Python*.

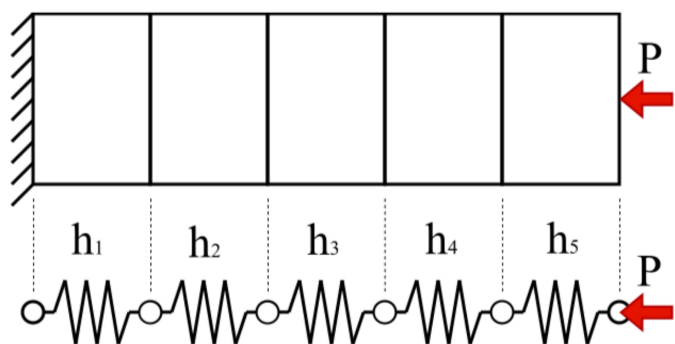


Figure 2: Series spring analogy used in the algorithm

3 Results

A custom numerical algorithm was developed to compute layered foam behavior by determining local strain and stress for each layer under equilibrium with an analogy using springs connected in series (Figure 2). The procedure handles arbitrary layer counts, thicknesses, and foam types, enabling rapid stress-stretch curve evaluation for diverse configurations.

During validation, simple foam structures were manufactured and tested against computed results. The numerical model accurately captured the overall shape of the measured curves; minor discrepancies were attributed primarily to manufacturing inaccuracies and sample inhomogeneity.

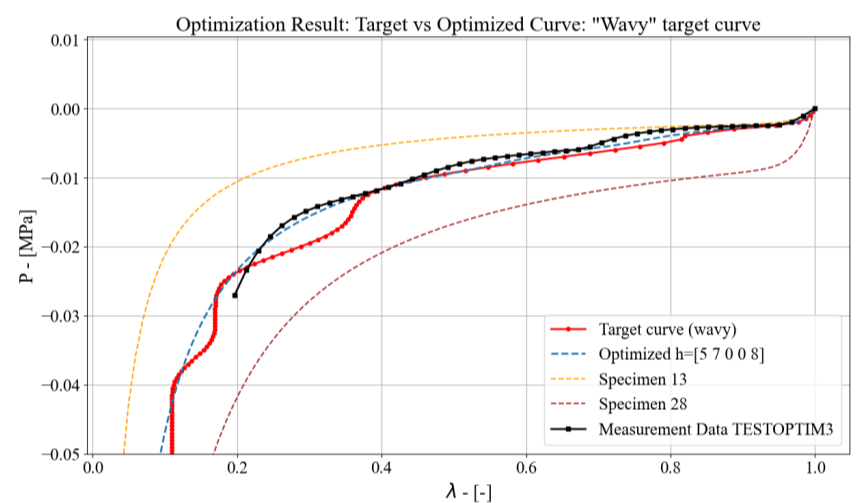


Figure 3: Target, measured and calculated $P - \lambda$ curves

An optimization code was developed using differential evolution to identify layer sequences and thicknesses matching target curves given as input. The results, supported by FEA validation in *Abaqus* (Figure 3), confirmed that this method can be utilized effectively to design layered foam structures for various use cases, such as collision protection or comfort-oriented energy absorbers.

4 Summary

This thesis presents a validated numerical procedure using the *hyperfoam* model to describe variable-density, layered polymer foams. The developed code identifies the configuration needed for specific force-deformation behavior, enabling the customization of energy-absorbing structures for various engineering applications.

Developing, mechanically modelling and simulating a pneumatically actuated soft robot with oblique chambers

TAMÁS CZUCZOR

Mechatronics Engineer BSc, Specialisation in Mechanical Engineering Modelling, 2025/2026/I.

Supervisor: Dr. Szabolcs BEREZVAI, Associate professor, berezvai@mm.bme.hu

1 Introduction

As technology is becoming more and more advanced, new ideas and inventions arise. Soft robotics is also an improving field of engineering in which the rigid links and joints of traditional robots are replaced by some highly elastic parts made of soft materials, such as silicon rubber. The pneumatically actuated soft gripper robots usually consist of chambers and passages between them, where as the pressure rises these can expand, making the robot to bend and thus grab the desired object. This thesis focuses on the creation and simulation of such robots and also improving it further by making usable ends to it and also investigating the phenomenon appearing if the chambers are rotated out of the normal plane to the longitudinal direction.

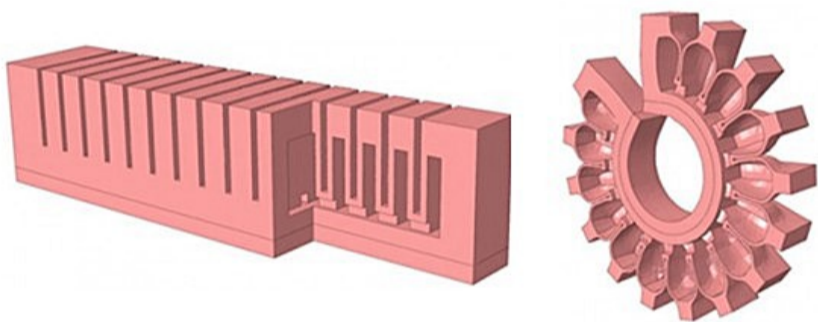


Figure 1: Pneumatically actuated soft gripper

2 Applied Methods

The main task of this work is to compare the simulation and reality of the robot behaviour. First, the actual robots should be manufactured. For this, moulds are required to be designed and then printed. The mould files are created in PTC Creo, with the help of the subtraction command. After 3D printing the moulds, a two component hyperelastic material is poured and let to be cross-linked.

The other part is the simulation, which uses the robot models as well as the material test carried out on this material. The uniaxial tests give the necessary data for us to be able to fit a hyperelastic material model. This is needed for the simulations to correctly predict the behaviour of the material. With the help of the best model, the simulations can be done with the ABAQUS software.

Then the two results are compared to validate the simulations and to supply credibility for future simulations.

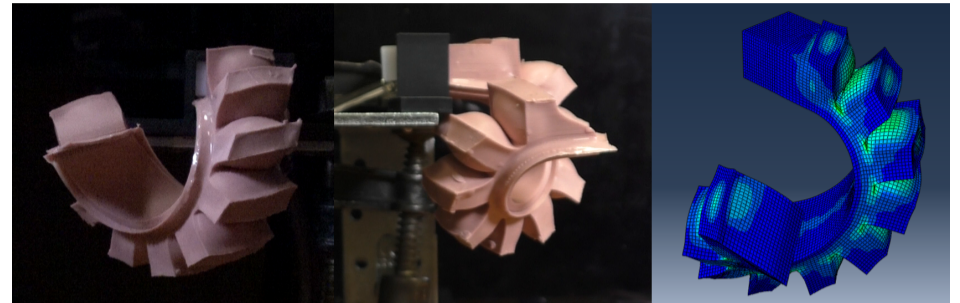


Figure 2: Comparison

3 Results

Two types of results are in focus. The comparison between the simulation and the manufactured robot, and the differences between each rotated chamber robot. The first comparison yielded a pleasing result, as the simulation is quite close to reality, and the latter comparison shows how differently can the robot behave by only modifying the chamber orientation.

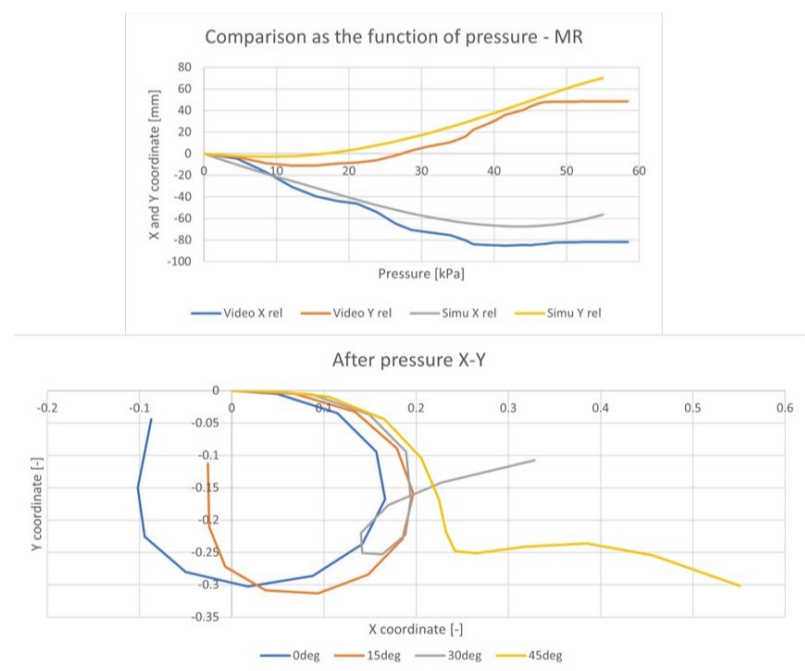


Figure 3: The difference between the simulation and reality and the difference between the rotated chambered robots

4 Summary

Since, the validation of the simulations are correct, then any further experiment on this type of robot and material pair can be conducted using only the virtual space. In addition, the rotated chambers create an interesting phenomenon, which can be useful when trying to grasp something. The more a chamber is oblique, the more it curves out of its plane, thus can be created more grasping surface with it.

Megszakított esztergálás stabilizálása változó fordulatszámmal

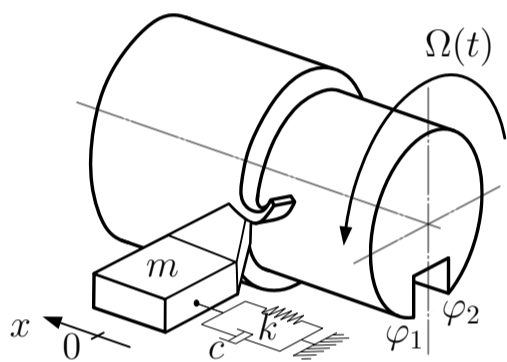
HERCZEG DÁVID

Gépészmérnöki MSc Alkalmazott Mechanika Specializáció, 2025/2026/I.

Témavezető: Dr. Bachrathy Dániel, egyetemi docens, bachrathy@mm.bme.hu

1. Bevezetés

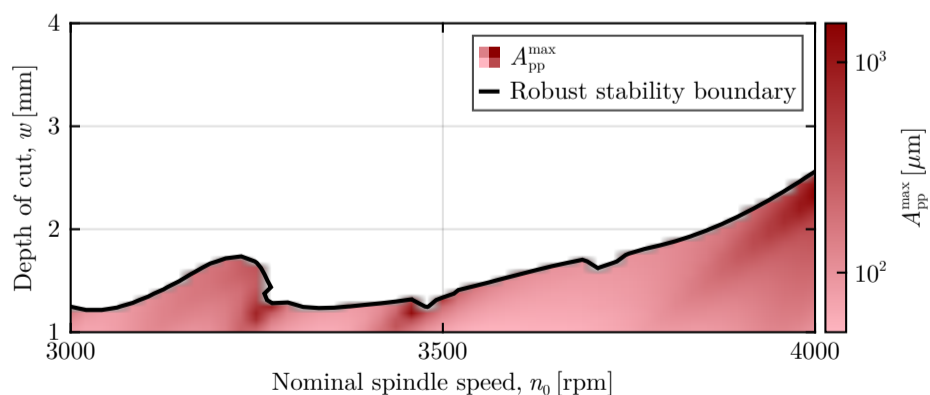
A forgácsolásban fellépő öngerjesztett chatter rezgések korlátozzák a termelékenységet és rontják a felületi minőséget. A megszakított esztergálás (pl. hornyos felületeken) és a változó fordulatszám (SSV) együttes alkalmazása komplex, dinamikát hoz létre, ahol a moduláció fázisa a megszakításhoz képest (φ_0) döntő szerepet játszik. Munkám célja egy olyan numerikus módszer kidolgozása, amely a stabilitás mellett a felületi minőséget is előre tudja jelezni, valamint a fázisbizonytalanságra robusztus paramétertereket határoz meg.



1. ábra. Megszakított esztergálás sematikus ábrája.

2. Alkalmazott módszerek

A folyamatot időben periodikus, késleltetett differenciál-egyenlettel (DDE) modelleztem. A stabilitásvizsgálathoz a Floquet-elméletet és egy mátrixmentes spektrális módszert alkalmaztam Julia programnyelvben. Az affin leképezés fixpontjának számításával meghatározható a stacionárius válasz, melyből a szerszámrezgés csúcstól-csúcsig amplitúdója (A_{pp}) számítható. Ez az érték arányos lehet a megmunkált felület hullámosságával és érdességével.



2. ábra. A legnagyobb felületi hullámosság előrejelzése megszakított esztergálásnál változó fordulatszámmal a robusztusan stabil megmunkálási tartományban.

A modulációs fázis robusztussági elemzéséhez három nu-

merikus stratégiát dolgoztunk ki és hasonlítottunk össze melyek a; brute force módszer, mintavételezett burkoló keresés és a lokális szélsőérték-kontúr keresés.

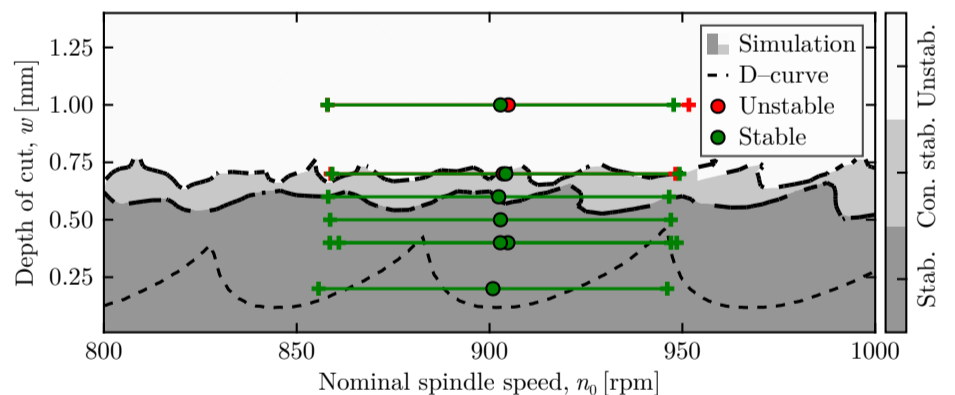
A módszerek validálására kísérleti mérések során meghatároztuk a rendszer dinamikai paramétereit ($f_n = 220$ Hz, $k = 4.3 \cdot 10^6$ N/m) és a forgácsolási erőegyütthatókat ($K_a = 939$ MPa, $K_t = 1491$ MPa).

3. Eredmények

A szimulációs eredmények egyértelműen kimutatták, hogy a modulációs fázis is kritikus paraméter mint ahogy a 3. ábra is mutatja.

A csúcstól-csúcsig amplitúdó számítás lehetővé tette, hogy a stabil tartományon belül is kiválasszuk azokat a paramétereket, amelyek optimális felületi minőséget (minimális felületi hullámosságot) eredményeznek (lásd 2. ábra).

Az SSV alkalmazása kiszélesítette a stabil forgácsolási tartományt, mint ahogy azt a mérések is igazolták. Olyan vágási paramétereknél is chattermentes, sima felületet kaptunk, ahol állandó fordulatszám mellett erős öngerjesztett rezgések léptek fel. Az erőjel spektrumának szélesedése jellemző volt az SSV-hatásra. A modulációs paraméterek határát is sikerült meghatározni, ahol elértük a mérési berendezés korlátait.



3. ábra. Robusztus stabilitási diagram numerikusan számítva, összehasonlítva a mérési pontokkal.

4. Összefoglalás

A változó fordulatszám kiszélesíti a chattermentes tartományt megszakított esztergálásnál, de a modulációs fázis kritikus. A robusztus stabilitáselemzés megbízható paramétertereket ad a fázisbizonytalanságra, miközben a felületi minőség is előjelezhető. Mérésekkel igazoltuk, hogy az SSV csökkenti az öngerjesztett szerszámrezgést olyan tartományokban is, ahol az állandó fordulatszám instabil volt.

Stability of mechanical systems actuated by means of sensor fusion

BALÁZS ENDRÉSZ

Mechanical Engineering Modelling MSc, Major in Solid Mechanics, 2025/2026/I.

Supervisor: Dr. Gábor Stépán, professor emeritus, stepan@mm.bme.hu

1 Introduction

In modern control applications, our safety-critical systems are measured by many distinct sensors to get a more reliable and precise picture of the surrounding environment.

These methods are not new to biology, as human perception works similarly, utilizing many sensory signals to conduct ourselves in an ever-changing environment (e.g., to maintain balance) or to decide upon something (e.g., what item is edible in the wild).

In the present thesis, the time domain and precision effects of sensor fusion are investigated in the case of digital control, such as the effect of sampling time, synchronization, or quantization. Besides the stability analysis of such controlled systems, the robustness and effect of uncertainties are also investigated.

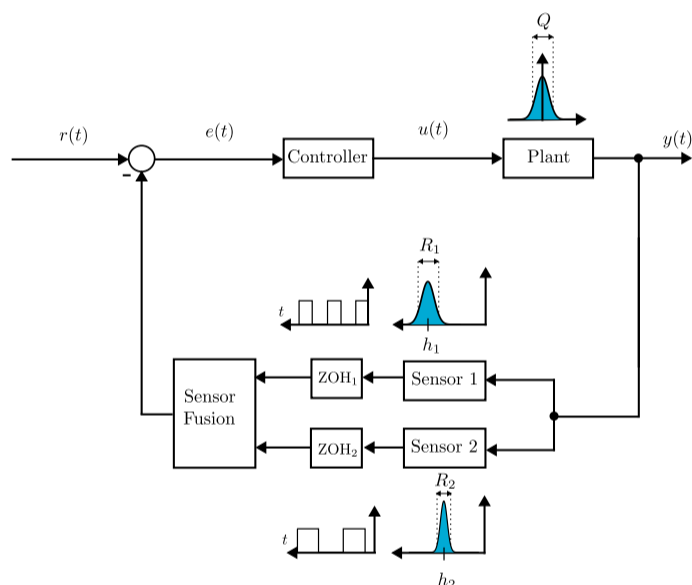


Figure 1: Investigated control scheme.

2 Applied methods

To get a sense of how these effects affect the system's stability and robustness, a first-order model was utilized to depict the investigated phenomena. Distinct models were used to investigate the impact of time-domain and quantization effects. The corresponding equation can be written as

$$\dot{v}(t) + qv(t) = -p_1 h_1 \text{Int} \left(\frac{v_i^{(1)}}{h_1} \right) - p_2 h_2 \text{Int} \left(\frac{v_j^{(2)}}{h_2} \right), \quad (1)$$

$$h_2/h_1 = m, \quad t \in [\max(i, nj), \min(i+1, n(j+1))].$$

The stability of the dynamical system was investigated by creating the corresponding discrete mapping between sampling intervals for both the delayed and quantized cases,

after which the eigenvalue calculation and the Jury stability criterion showed the boundaries and their types in the control gain space.

3 Results

The investigation has shown that the ratio $n = \Delta t_j^{(2)} / \Delta t_i^{(1)}$ causes qualitative differences in the stability map. A significant difference can be observed between even and odd sampling time ratios; a stability map in the control gain space for the even case can be seen in Figure 3.

The effect of shifting the sampling instances, i.e., the asynchronous design of such a system, can be seen in Figure 2, where the shrinkage of the original stability domain can be observed, along with a change in the type of stability loss on the border.

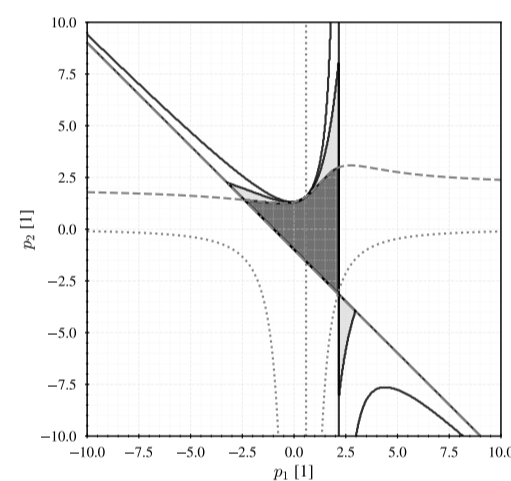


Figure 2: Effect of shift on stability chart.

The additional effect of quantization introduced in the system causes microchaotic behaviors in the vicinity of the stable point. Numerical simulations show that the domain in which the control system can be stabilized grows with the additional quantization effect, and the Lyapunov exponents in Figure 4 show a structure similar to the previous results obtained for the pure delayed case in Figure 3.

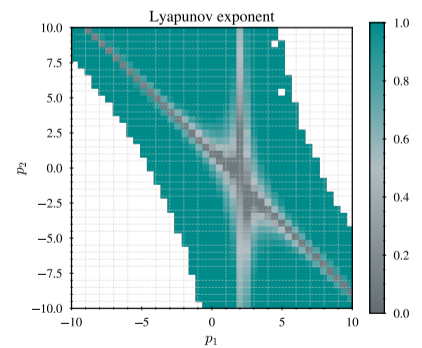
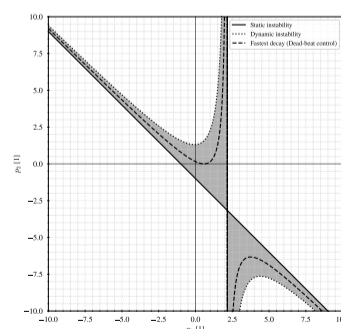


Figure 3: Delay case $n = 2$. Figure 4: Hybrid case $n = 2$.

SZABOLCS FARKAS

Mechanical Engineering Modelling MSc, Major in Solid Mechanics, 2025/2026/I.

Supervisor: Dr. Gábor STÉPÁN, Professor Emeritus, stepan@mm.bme.hu

1 Introduction

The thesis is based on an advanced vehicle simulation game, BeamNG.drive, and its versions 0.35 to 0.37 at the time of the research. It is mainly known for its advanced crash simulation, but also shows a credible behaviour from a vehicle dynamics point of view. In-game objects are composed of node and beam structures. These simple elements are used to build all the elements of the vehicles, such as the chassis, suspension and wheels.



Figure 1: An image of the software tyre model is available in the BeamNG.drive documentation.

The first part of the thesis briefly describes the tyre model used by the software. Then, we describe the considerations and characteristic functions of the basic version of the Pacejka tyre model. After describing the expected behaviour, we present the simulation experiments' results obtained from the game and how and after what calculations these data became comparable with the aforementioned Pacejka models. These derivations and experiments are also performed in the longitudinal direction, to obtain the longitudinal force-slip curve and to make a similar comparison. Then, we will also show, how the adjustment of friction parameters influences the lateral torque-slip curve. Effects of lateral load transfer are also demonstrated and compared with a simple analytical model. Finally, we investigate a special turning case in a parabolic trajectory.

2 Applied Methods

The basis for extracting data from the game was a user-written application, which already provided a lot of data from the game's so-called streams, written in a .csv file, which can be exported specified in time steps. Among these streams we could find additional necessary data.

3 Results

- The corresponding torque-slip curves were generated for the simulation. After this, we could perform parameter fitting from the virtual measurements into the theoretical model. Based on this, by fitting the free parameters of the theoretical results, we were able to reconstruct the lateral force-slip curves as well.
- We could also demonstrate the effects of different friction conditions.
- We acquired data for further longitudinal analyses of similar to the lateral ones. In summary, we found coherence between the simulated and the analytically derived results with a successful parameter fitting.
- We compared the measured load transfer effects their simple analytical models, and also found that the results were coherent.
- We performed analyses in a special turning case of the real environment of the Autodromo Nazionale di Monza's "Parabolica" corner. We found that a previous simple analytical finding corresponded to the racing experience virtually measured, confirming the analogy of fast driving there to the projectile motion in a gravitational field.

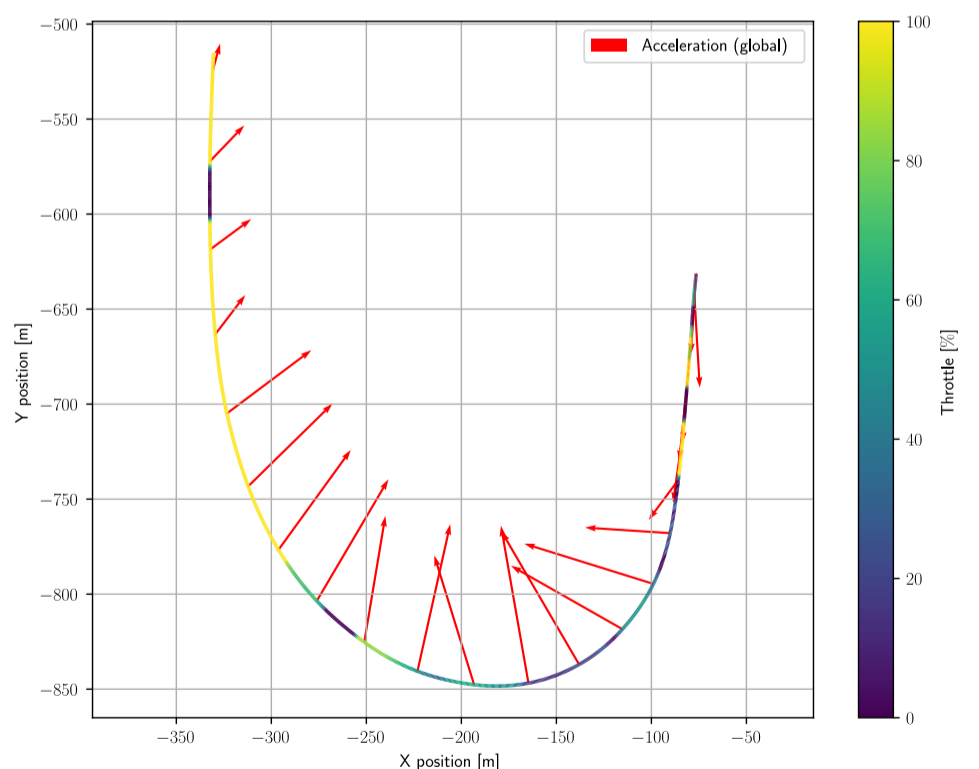


Figure 2: Acceleration vectors from a run through Monza's Parabolica corner with increased engine power and limited slip differential in the default car trying to take the corner as fast as possible.

Robustness analyses of a mechanical system controlled by reinforcement learning

KATALIN JUHÁSZ

Mechanical Engineering BSc, Mechanical Engineering Development, 2025/2026/I.

Supervisor: Giuseppe Habib, associate professor, habib@mm.bme.hu

1 Introduction

Reinforcement Learning (RL), a major subfield of Artificial Intelligence, allows agents to learn control strategies by interacting with their environment. Although this method is very effective and widely used in practice, the training cannot cover all possible situations the system can encounter during operation. In view of the black-box nature of the RL controller, robustness to new environment is not granted. The objective of this study is to analyze the issue on a simple mechanical model, utilizing methods originating from nonlinear dynamics.

2 Applied methods

The robustness analysis was performed on a vertical hopping system consisting of a mass and a linear actuator.

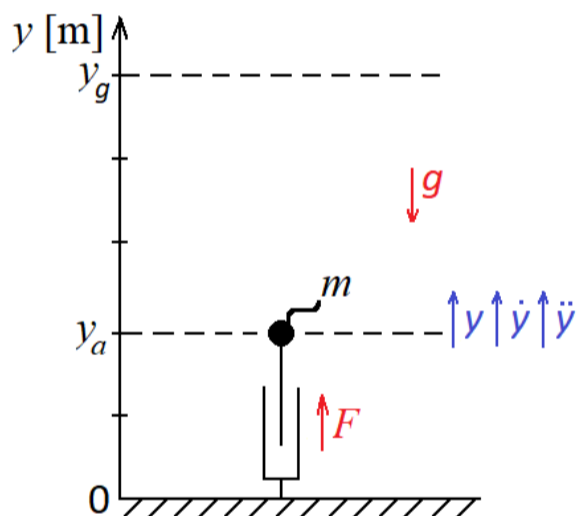


Figure 1: The mechanical system

The reinforcement learning agent was trained to return a falling mass to a predefined target height by regulating the actuator's force. Throughout this study, several agents were trained under different circumstances. The trained agents varied based on their training duration; in other words, the number of jumps the agent was allowed to take, and the simulation time step. Additionally, an artificial termination limit was used to restrict the agents from exploring specific states during training, ensuring that agents only encountered these unseen states during testing.

3 Results

The robustness of the agents was evaluated by exposing them to unseen initial conditions across a wide range of drop

heights. The results of such simulations were collected and visualized in Safety Maps.

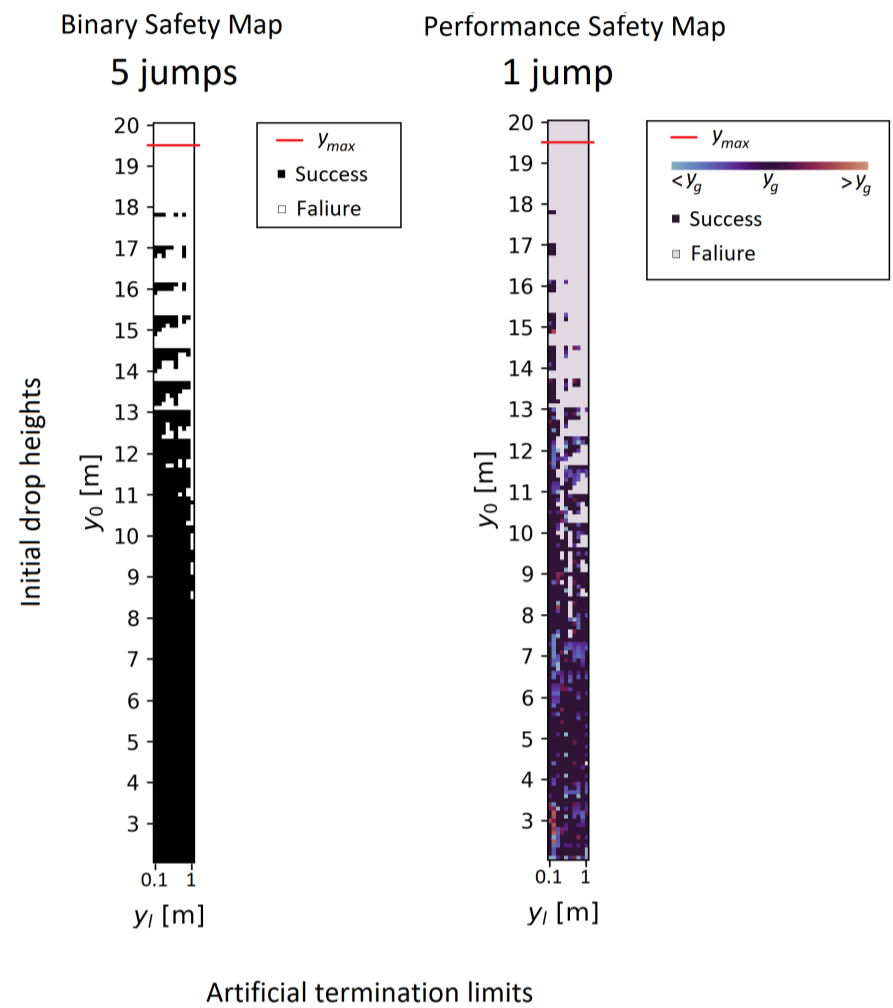


Figure 2: Safety Maps of agents trained for 5 jumps and 1 jump

These revealed a significant difference in performance between the different types of agents. Agents trained for five consecutive jumps showed superior recovery because they experienced a wider variety of states during training. In contrast, single-jump agents lacked stability and frequently failed when exposed to new conditions. Interestingly, failure often appeared as random overshooting or undershooting, demonstrating the stochastic nature of the learning process. Furthermore, the study highlighted the importance of time discretization. Large simulation timesteps resulted in scenarios where the agents were not able to slow down the mass in time. Decreasing the timestep improved success rates by allowing more frequent control of the actuator.

Using methods based on dynamical integrity measures made it possible to gain an overall understanding of the agent's behavior and robustness. The results emphasize the importance of diverse states during training, which is fundamental for achieving generalization. Additionally, the findings highlight the "black-box" nature of neural networks and the effects of time discretization.

Mechanical characterization and sensitivity of inflatable soft sensor

DÁNIEL KERTÉSZ

Mechatronics Engineer BSc, Specialisation in Mechanical Engineering Modelling, 2025/2026/I.

Supervisor: Dr. Szabolcs BEREZVAI, Associate professor, berezvai@mm.bme.hu

1 Introduction

Soft sensors play an important role in *soft robotics*, as their compliant nature reduces design constraints in deformable robotic systems. This thesis focuses on the development and experimental investigation of an inflatable force-sensing soft sensor. The sensor response is studied under different initial internal pressure levels, allowing adaptability to varying operating conditions. The proposed design features a dome-shaped geometry with integrated *FLEX* sensors for measuring deformation-induced resistance changes during external loading.

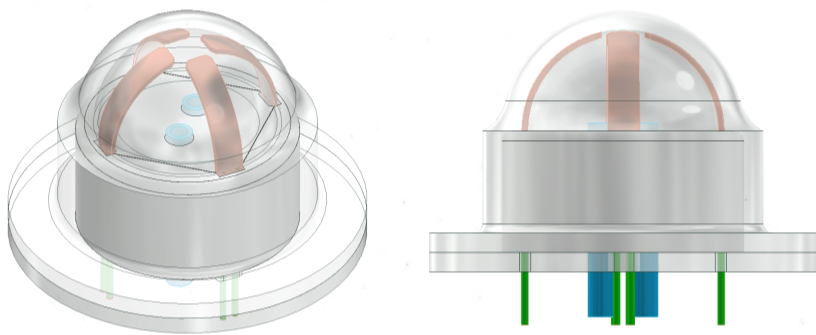


Figure 1: 3D model of the inflatable *soft sensor* with integrated bending *FLEX* sensors.

2 Applied Methods

A silicone-based experimental prototype with integrated *FLEX* bending sensors was fabricated and tested under various loading configurations and orientations. Internal pressure, applied external force, and individual sensor channel responses were recorded. In parallel, a finite element (FE) model based on a third-order Ogden hyperelastic material formulation was used to predict the mechanical response of the sensor. The stiffness variation caused by the embedded *FLEX* sensors was neglected in the FE model.

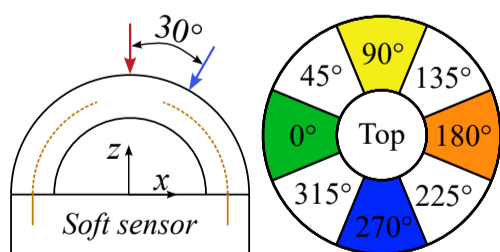


Figure 2: Sensor testing configurations: top view and 45° rotational increments with a 30° tilt relative to the z -axis.

3 Results

Different pressure levels and sensor orientations produced a large dataset. For clarity, one representative case is shown: loading of the top sector (Fig. 3). The corresponding *FLEX* sensor responses, expressed as resistance change, are shown in Fig. 4.

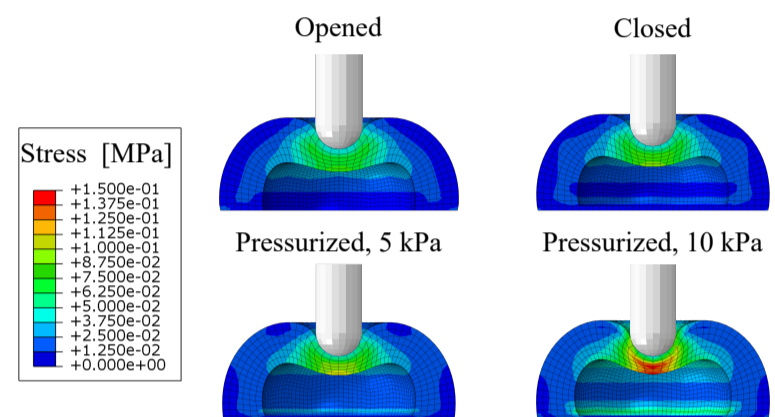


Figure 3: FE simulation of the soft sensor shell under top-sector loading, using displacement-controlled excitation.

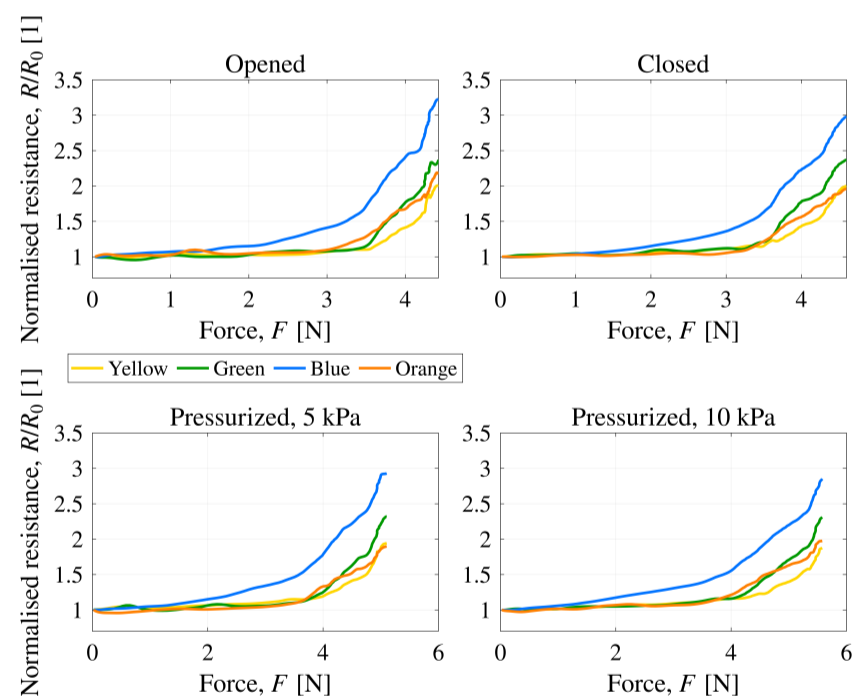


Figure 4: *FLEX* sensor resistance changes during external excitation at different internal pressure levels.

4 Summary

The inflatable soft sensor operated as intended, with different internal pressure levels resulting in distinct sensor responses. The integrated *FLEX* sensors exhibited orientation-dependent behaviour. Further refinement of the numerical model and the manufacturing process is required to improve signal quality and repeatability.

BALÁZS LEVENTE KOTSCHY

Mechanical Engineering Modelling MSc, Major in Solid Mechanics, 2025/2026/I.

Supervisor: Dr. Tamás Antal Insperger, professor, head of department, insperger@mm.bme.hu

Advisor: Dr. Máté Benjámín Vizi, associate professor, vizi@mm.bme.hu

1 Introduction

Digital control of mechanical systems faces significant challenges stemming from sampling delays and physical nonlinearities, such as dry friction. To evaluate control theories in a real-world setting, a new experimental setup was developed. This research identifies the parameters of the governing mathematical models and validates them using a traditional proportional-derivative (PD) control strategy.

Additionally, this project implements a time-dependent control strategy—the act-and-wait control—for the multi-degree-of-freedom torsional system. By periodically switching the control action on and off, this method seeks to overcome the destabilizing effects of feedback delays.

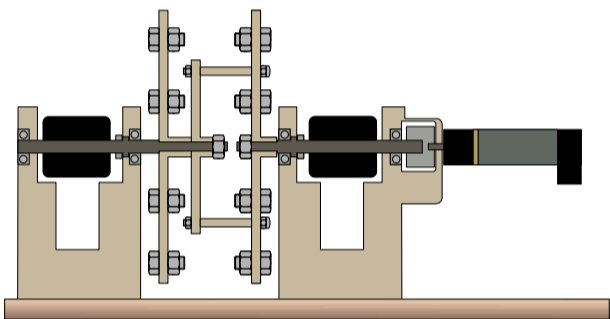


Figure 1: The multi-degree-of-freedom torsional experimental setup.

2 Parameter Identification

The experimental rig was discretized into three distinct mechanical models to evaluate control strategies across varying degrees of freedom. The physical parameters were identified using four specific experimental methodologies: static deflection tests to determine spring stiffness, free-decay measurements to calculate damping ratios, and numerical minimization techniques to calibrate the moments of inertia, the motor constant, and nonlinear friction characteristics.

3 Control Strategies

The control theories were developed for a linear state-space system:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}u(t).$$

The traditional PD control was implemented with a sampling and delay time of $\tau = 10$ ms. In contrast, the act-and-wait strategies utilized varying intervention and waiting periods optimized for each of the three models. Comprehensive numerical simulations were conducted to predict system behav-

ior and ensure stability under nonlinear effects. Following these simulations, the control strategies were safely deployed on the experimental setup.

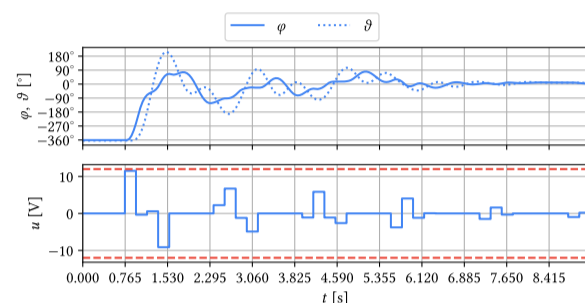


Figure 2: Experimental response of the digital act-and-wait strategy.

Both control strategies successfully reached the target states, achieving global stability in the experimental environment. While the PD controller provided a quasi-continuous response, the act-and-wait method demonstrated its characteristic step-wise convergence.

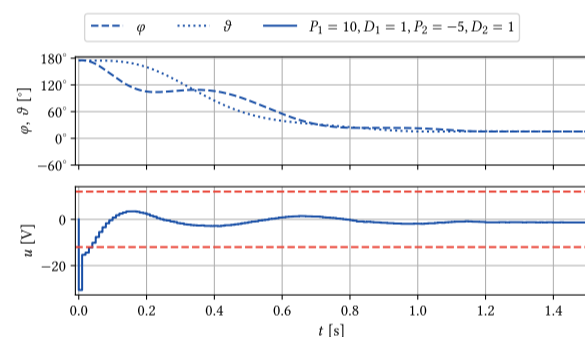


Figure 3: Experimental response of the digital PD strategy.

4 Summary

The experimental measurements using PD control successfully validated the accuracy of the identified system parameters, confirming the robustness of the traditional controller in a digital environment. The PD strategy demonstrated high reliability and precision, effectively managing inherent system dynamics and noise.

In parallel, the implementation of the digital act-and-wait controller introduced a unique and effective stabilization technique. The results confirmed that the act-and-wait strategy is a highly suitable choice for systems characterized by large time delays—scenarios where traditional continuous or quasi-continuous control theories often fail to maintain stability. However, the experimental findings also highlighted the method's vulnerability to nonlinearities.

Finite element modelling of inflatable 3D printed soft robots

GERGELY IMRE KOZÁK

Mechatronics Engineer BSc, Specialisation in Mechanical Engineering Modelling, 2025/2026/I.

Supervisor: Dr. Szabolcs Berezvai, Assistant professor, berezvai@mm.bme.hu

1 Introduction

Soft robotics is a new approach to robotics, which, unlike rigid body robotics, uses actuators constructed from soft, elastomeric materials. Soft robots have a chamber, which in this case built up from boxes, which is filled with a certain liquid or gas, causing it to inflate. Soft robots can be used in a wide range of applications, such as a gripper treating delicate or varying-size objects or even in healthcare as they are less likely to damage the skin or other organs. Another aspect is that soft robots can be manufactured with simple techniques, such as 3D printing or molding. For these reasons, it is important to investigate soft robots as they might present solutions for problems of rigid body robots.

2 Applied Methods

Due to the complex behavior of rubber-like materials and the complicated geometry of the robot, analytical approach cannot be used to calculate the deformation of the robot.

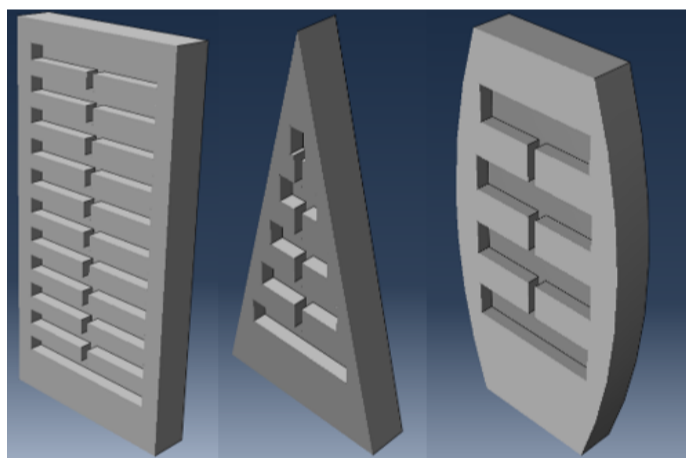


Figure 1: Geometry of the investigated robots

For this, a numerical method, the finite element method is used, with which even a complex behavior during inflation can be described. This was done in a finite element software called Abaqus, where the simulations could be set up with python scripts. Using this, an automated simulation environment was developed to create different set-ups easily, by modifying a few parameters.

During the inflation of a soft material, the so called snap-buckling effects occur. In my investigation, the snap-through effect was present. This means that the deformation increases with decreasing pressure beyond a critical point. In order to be able to simulate such behavior, a particular finite element method, called the Riks method had to be used. The bending angle and the curvature of the deformed robots were investigated, as well as the effects of the uncertainty of the material model.

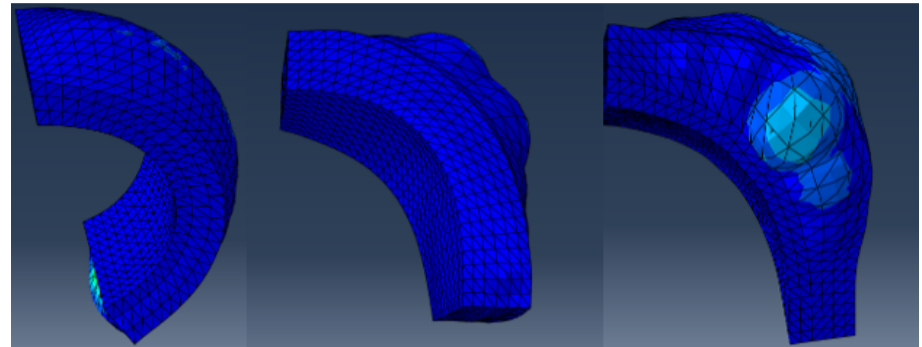


Figure 2: Deformed shapes of the investigated robots

3 Results

From the simulations, the inflation pressure and the coordinates of the nodes were obtained. Using these, curves were fitted to the deformed shape, and it was found that the larger the chamber boxes are the greater the pressure is needed to achieve similar curvature. The bending angle was also studied, from which the snap-through effect could be seen. This investigation was carried out on real-life robots as well, where similar characteristics were found.

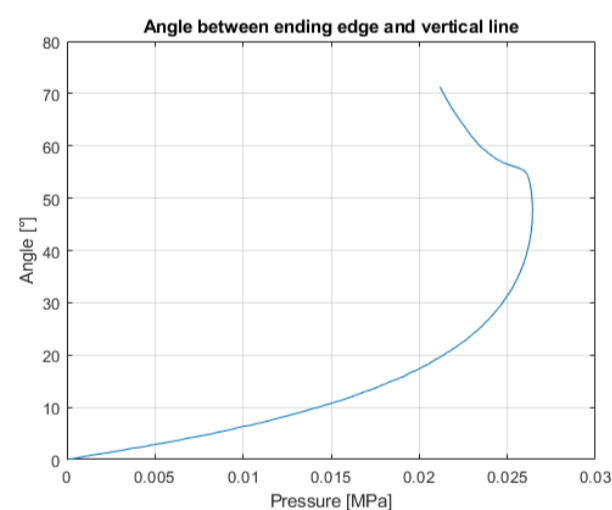


Figure 3: Pressure-bending angle characteristics of an elliptical robot

The material uncertainty study showed, that even a smaller difference in the material model can lead to significant changes in the pressure-angle characteristics.

4 Summary

Even though the simulations describe the real-life behavior well, improvements are needed to create a more realistic environment in the finite element software. The fitted material model is especially important as it can change the simulation results significantly.

A geometria és az anyagi nemlinearitás hatása lágyszalagok kihajlására

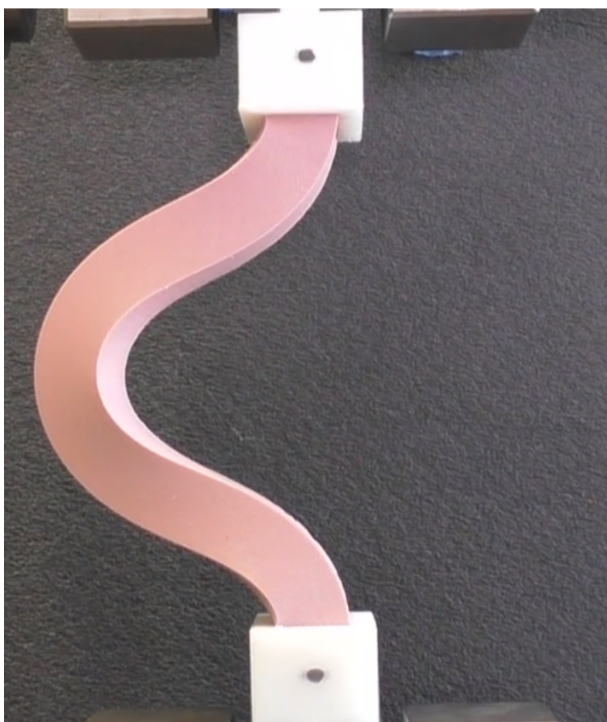
KUPECZIK BARNABÁS

Gépészmérnöki BSc, Gépészeti Fejlesztő Specializáció, 2025/2026/I.

Témavezető: Dr. Berezvai Szabolcs, PhD, adjunktus, berezvai@mm.bme.hu

1. Bevezetés

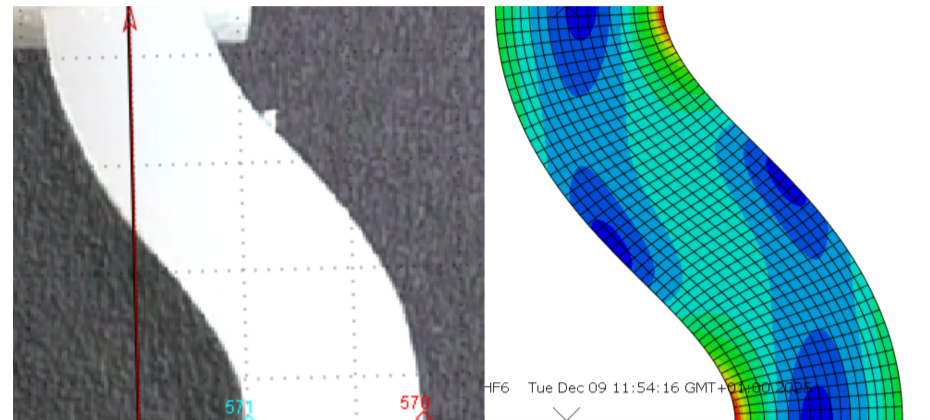
A lágyszalag, hiperelasztikus anyagok, mint például a szilikonok mechanikai viselkedése jelentősen eltér a hagyományos, lineárisan rugalmas anyagokétól. Nagy alakváltozások esetén a geometriai nemlinearitás instabil jelenségekhez vezethet, amelyek lefolyását az anyagi nemlinearitás jelentősen befolyásolja. Ilyen instabil jelenség például a kihajlás is, ez és a hasonló jelenségek a mérnöki gyakorlatban, különösen a lágyszalag robotika és az energiaelnyelő szerkezetek tervezése során kiemelt jelentőségűek. A szakdolgozat célja a hiperelasztikus anyagú rudak kihajlási viselkedésének vizsgálata kísérleti mérések és végesselemes szimulációk segítségével, amely során a geometriai kialakítás és részben az anyagi nemlinearitás hatását elemeztem a kihajlás jellegére.



1. ábra. Lágyszalag rud kihajlása nyomóterhelés hatására

2. Alkalmazott módszerek

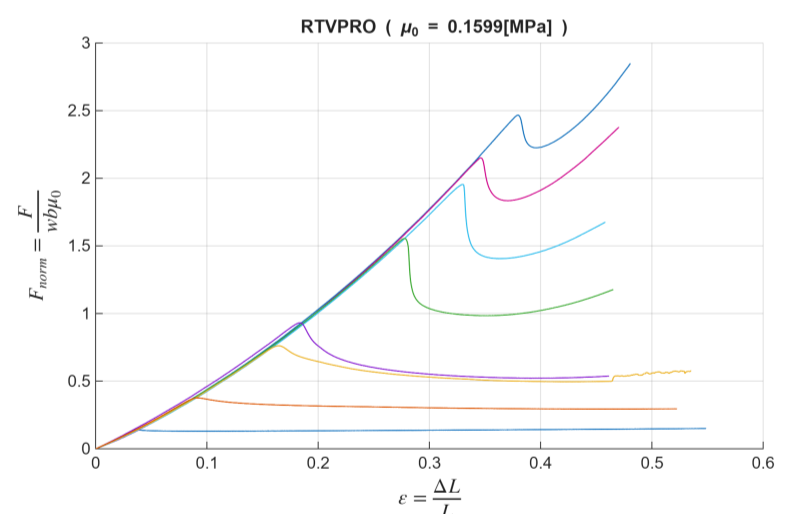
A kísérletek során többféle anyag egytengelyű nyomó-, és kihajlási vizsgálata lett elvégezve különböző geometriai arányok mellett. A kihajlási folyamat kiértékelése a mért erőelmozdulás és a mérés során készült videó feldolgozásával történt. A mérések során számos eltérő geometriájú és anyagú próbatest lett vizsgálva. A mérések alapján hiperelasztikus anyagmodellek illesztését és ezek felhasználásával végesselemes szimulációs környezet létrehozását folytattam Abaqus szoftverben, amely során implicit, explicit és Riks-módszer alapú analíziseket alkalmaztam.



2. ábra. Kísérleti és VEM kihajlási alakok összehasonlítása

3. Eredmények

A kísérleti és numerikus vizsgálatok alapján megállapítható, hogy a geometriai arányok jelentős hatással vannak a lágyszalag rudak kihajlási viselkedésére. A karcsúbb rudak esetében a kihajlás fokozatosan alakul ki, míg nagyobb w/L arány mellett át pattanó és visszapattanó instabilitási jelenségek jelentkeznek. A végesselemes szimulációk a kihajlási alakok jellegét és lefutását képesek visszaadni, azonban a kritikus pontok helye és értéke eltérést mutat a kísérleti eredményekhez képest.



3. ábra. Normalizált kihajlási görbék különböző w/L arányok mellett.

4. Összefoglalás

A vizsgálatok eredményei alapján megállapítható, hogy a geometriai-, és anyagi nemlinearitások meghatározó szerepet játszanak a lágyszalag rudak kihajlási viselkedésében. A végesselemes modell alkalmas a geometriai és anyagi hatások összehasonlító vizsgálatára és a kihajlási jelenségek jellegének bemutatására, a kritikus terhelések és alakváltozások eltérése a modell további finomítással csökkenthető.

Karbon lengőkar tervezése Eco-marathon versenyautóhoz

KÁLMÁN KRISTÓF

Gépészmérnöki BSc, Gépészeti Fejlesztő Specializáció, 2025/2026/I.

Témavezető: Dr. Magyar Bálint Balázs, adjunktus, magyar@mm.bme.hu

1. Bevezetés

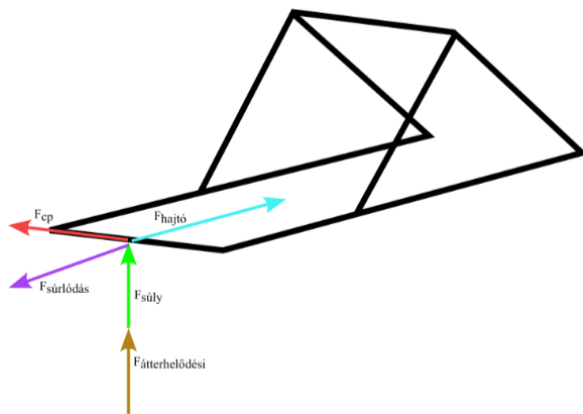
A Shell Eco-marathon versenyeken a cél nem a sebesség maximalizálása, hanem a fogyasztás minimalizálása, amelyben a jármű tömege kiemelt szerepet játszik. A dolgozat célja a BME SharkTeam Urban Concept kategóriás versenyautójának hátsó futóművében található lengőkar újratervezése. A korábban használt alumínium alkatrész tömege és geometriai kialakítása nem felelt meg maradéktalanul a csapat fejlesztési céljainak, ezért szükségessé vált egy könnyebb, ugyanakkor megfelelő szilárdságú szerkezet kidolgozása. A fejlesztés során karbonszál-erősítésű kompozit anyag alkalmazásával egy olyan új lengőkar koncepció készült, amely alkalmas a versenyüzemben fellépő terhelések biztonságos viselésére, miközben hozzájárul a jármű össztömegének csökkentéséhez.



1-2. ábra: Az Urban Concept, avagy „Luna” (balra), és a jelenleg alkalmazott lengőkar (jobbra)

2. Alkalmazott módszerek

A tervezési folyamat első lépéseként elemeztem a korábban alkalmazott lengőkar geometriai és szerkezeti tulajdonságait. Ezt követően kiszámoltam a jelenlegi lengőkart érő mechanikai terhelések nagyságát és irányát, figyelembe véve a jármű tömegét, a kanyarodásból származó centripetális erőket, valamint a gyorsítás és fékezés során fellépő átterhelődéseket is.

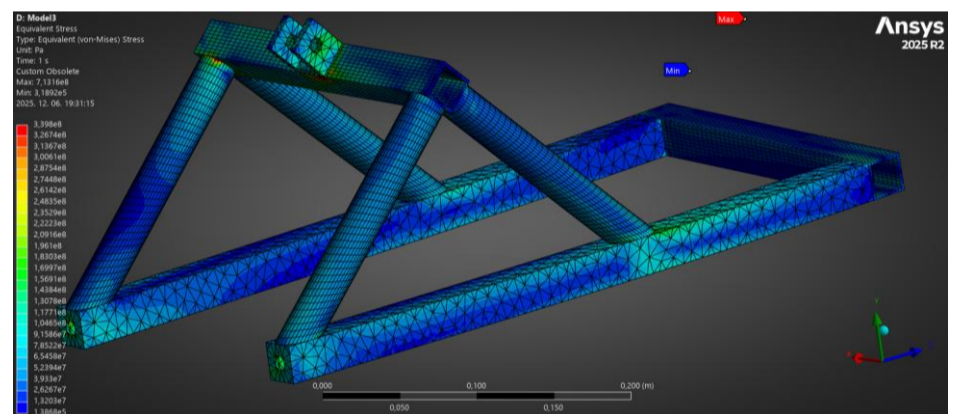


3. ábra: Az alkatrész mechanikai terhelései

A geometriai modellezés a PTC Creo 8.0 CAD szoftverrel készült, míg a szilárdsági ellenőrzésekhez az ANSYS Workbench: Static Structural végeleemes modellező modulját alkalmaztam. Az anyagmodellezés során izotrop karbonszálas kompozit anyagmodellt használtam, amely megfelelő közelítést biztosít a vizsgálatokhoz.

3. Eredmények

A szimulációs eredmények alapján a tervezett karbonszálas lengőkar kialakítás képes a számított legkedvezőtlenebb terhelések biztonságos viselésére. Az ekvivalens feszültségek és az alakváltozások mértéke a megengedett tartományon belül maradt, miközben az új konstrukció jelentős tömegcsökkenést eredményezett a korábbi alumínium alkatrészhez képest. Az eredmények igazolják, hogy a kompozit anyag alkalmazása a futómű ezen eleménél mérnöki indokolt és hatékony megoldást jelent.



4. ábra: A kiválasztott modell ekvivalens feszültségei

Koncepció	Tömeg (Creo által becsülve) [kg]	Tömeg eltérés az eredeti modellhez képest [%]
Eredeti modell	1,2	-
Győztes koncepció	0,472	-60,67

4. Összefoglalás

A szakdolgozat bemutatja, hogy karbonszálas kompozit alkalmazásával a Shell Eco-marathon versenyautók futóművének tömege csökkenthető. Az elkészített modell szilárdsága és merevsége végeleemes elemzés alapján megfelelő, az anyagválasztás pedig hozzájárul a jármű tömegének csökkentéséhez és ezáltal az energiahatékonyság növeléséhez. A szakdolgozat eredményei jó alapot szolgáltatnak a BME SharkTeam gyártó csapatának későbbi gyártási és kísérleti vizsgálatokhoz.

Motion analysis of electric scooter rider

ZSOMBOR MAGYARI

Mechatronics Engineer BSc, Specialisation in Mechanical Engineering Modelling, 2025/2026/I.

Supervisor: Dr. Dénes TAKÁCS, Associate professor, takacs@mm.bme.hu

1 Introduction

In recent years, micromobility vehicles such as electric scooters have rapidly gained popularity in urban transportation. While they provide an environmentally friendly and efficient alternative to traditional means of transport, their small size makes them more difficult to control, which contributes to an increasing number of accidents. Improving safety requires a better understanding of the combined dynamics of the vehicle and its rider. The aim of our research is to analyze the motion of an electric scooter and the rider's body movements. To describe the motion of the scooter, we applied the Whipple bicycle model (shown in Fig. 1).

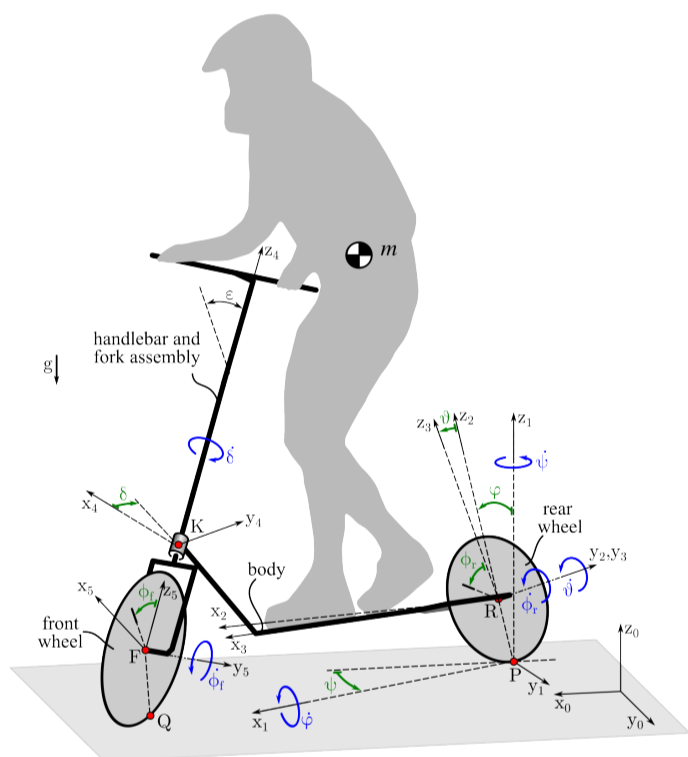


Figure 1: The mechanical model of the scooter with rider

2 Applied Methods

For experimental data collection, we equipped a commercial electric scooter with a set of measurement devices (see Fig. 2.). The global position of the vehicle was determined by an RTK GNSS modul with up to 5 cm accuracy, while the longitudinal velocity was obtained from the built-in Hall-effect sensor of the motor. The steering angle was measured through a modified shaft equipped with a precision angle sensor, and the spatial orientation of the scooter was recorded by a Bosch BNO085 IMU, providing yaw, roll, and pitch values. To capture the rider's movement, a camera was mounted on the scooter, recording video at 30 frames per second. The rider's body pose was estimated using a neural network-based image analysis method, which was trained

on a dataset created with the help of the OptiTrack motion capture system. The center of mass (CoM) position of the rider was then calculated from the estimated body keypoints.

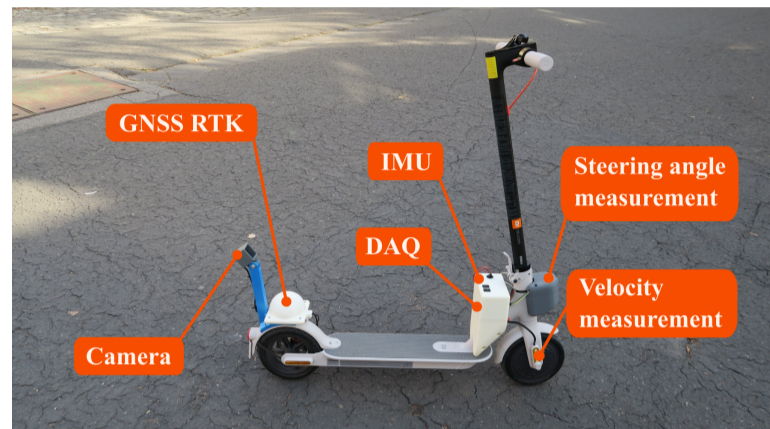


Figure 2: The sensor-equipped electric scooter

3 Results

The sensor-equipped scooter enabled the collection of accurate motion data not only under controlled laboratory conditions but also in real road environments. The neural network-based image analysis gave accurate results (shown in Fig. 3.) with an average absolute error of less than 4 centimeters.

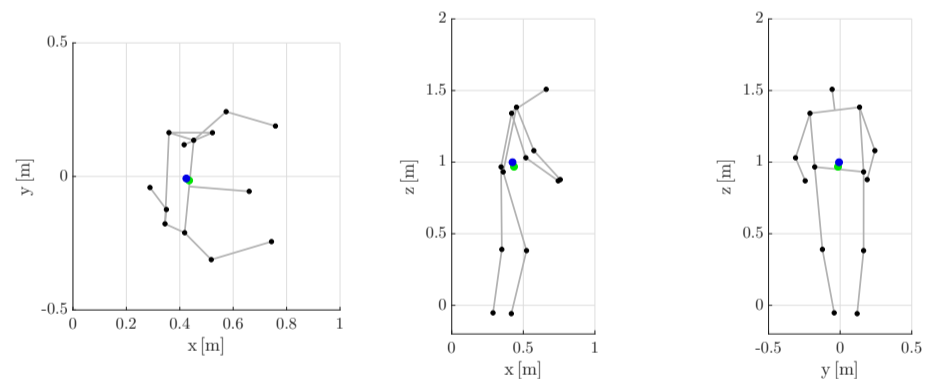


Figure 3: The measured skeleton model, the calculated and the predicted CoM with green and blue dots, respectively

4 Summary

The vision-based rider motion tracking approach makes it possible to study the coupled dynamics of the scooter and its rider in realistic scenarios. The results indicate that neural network-based CoM estimation is a promising tool for analyzing human motion in micromobility applications. A future task is to create a more general and diverse training dataset to improve the accuracy and robustness of the estimation under various conditions.

Modeling and Estimation of Human Driving Dynamics Using Data-Driven Approaches

GERGŐ MAHUNKA

Mechatronics Engineer BSc, Specialisation in Mechanical Engineering Modelling, 2025/2026/I.

Supervisor: Dr. Bence Máté Szaksz, Associate professor, szaksz@mm.bme.hu

1 Introduction

The transition to fully autonomous roads entails a prolonged period of mixed traffic, during which Autonomous Vehicles (AVs) must coexist with Human-Driven Vehicles (HVs). We investigate a guided-control scenario in which an AV actively influences a following HV. The primary goal is to identify human driver parameters using a Human-in-the-Loop setup.

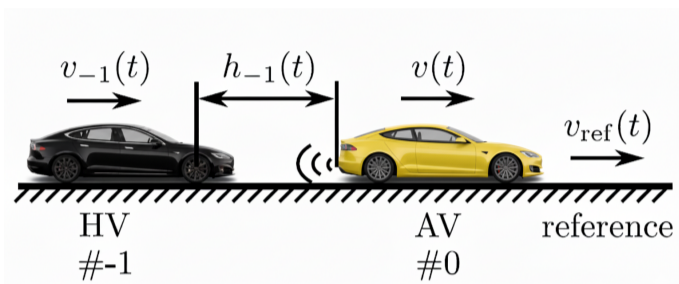


Figure 1: Vehicle following model

2 Applied Methods

Data was collected from 11 participants driving in a simulated environment. To estimate the unknown driver parameters, two distinct approaches were compared. First, the Bayesian Adaptive Direct Search (BADs), a derivative-free optimization method, was used to minimize the error between simulated and measured trajectories. Second, data-driven Neural Network (NN) architectures were employed, including a black-box and physics-informed grey-box models.

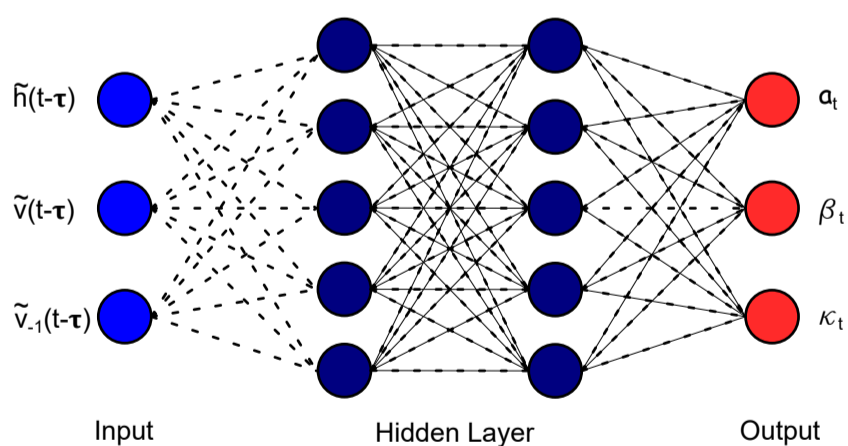


Figure 2: Schematic for a grey-box neural net

3 Results

The investigation revealed significant trade-offs between computational efficiency and model robustness. BADs demonstrated superior accuracy in recovering physical parameters, particularly the time delay, with a success rate

exceeding 92%. While Neural Networks offered significantly faster training times, they often overfit local dynamics. In platoon simulations, this overfitting manifested as string instability, leading to collisions in longer vehicle chains. Conversely, BADs provided stable parameters that effectively act as a low-pass filter for human inputs.

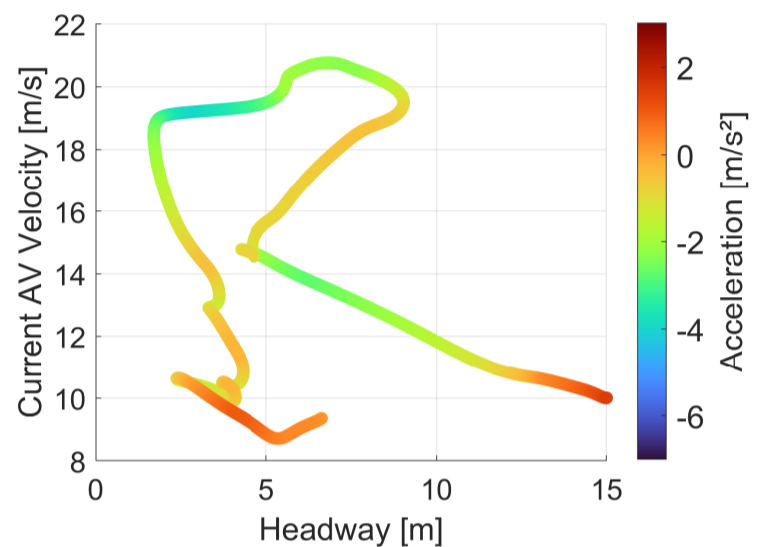


Figure 3: Acceleration response to given headway and AV velocity combinations

4 Summary

This work highlights that, although data-driven neural networks are flexible, incorporating physical constraints via optimization methods such as BADs is essential for safety-critical applications. The BADs-optimized models maintained stability for an average of 21.2 vehicles in heterogeneous platoons, compared to fewer than 9 for neural networks. Such research can contribute to a safer mixed-traffic environment, as advanced autonomous systems could predict human behavior and avoid potential accidents.

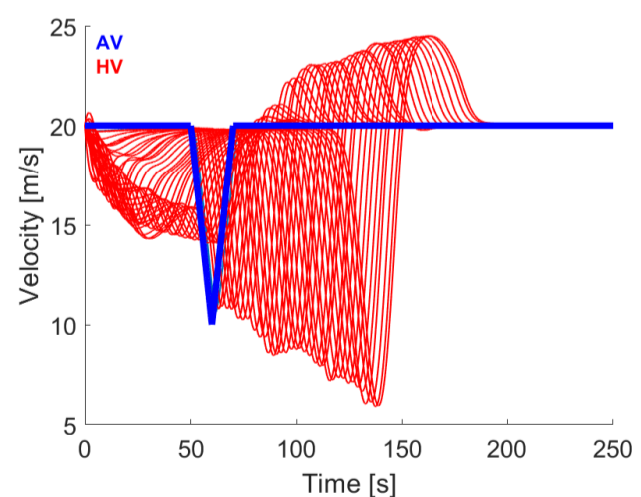


Figure 4: Simulation of velocity profiles for a heterogeneous vehicle platoon

ANDRÁS MÁRK MUDRA

Mechatronics Engineer BSc, Specialisation in Mechanical Engineering Modelling, 2025/2026/I.

Supervisor: Dr. Bálint Magyar, Assistant professor, magyar@mm.bme.hu

1 Introduction

Due to the ever expanding complexity of electronic products, accurate mechanical simulations are increasingly important. The thesis aims to improve the accuracy of PCB strain simulations through the development of material models, comparison of copper track representation methods in *Ansys Mechanical*, and assessment of the effects of copper track orientation and fill ratio.

2 Applied Methods

In composite finite element simulations, the object of interest and its microstructure differ in size by several magnitudes; this requires material homogenization. Representative volume elements (RVEs) were created using *Ansys Material Designer*, *Ansys SpaceClaim*, and literature data on constituent materials and FR4 structure. Various load cases were applied to these RVEs to determine effective material properties such as Young's modulus, Poisson's ratio, and coefficient of thermal expansion.

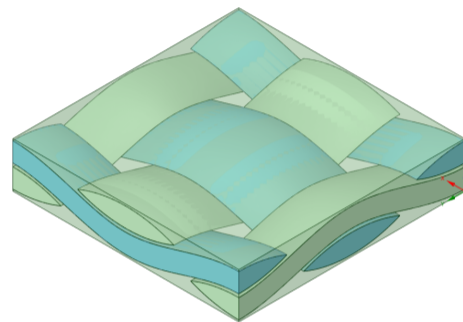


Figure 1: Woven RVE

PCBs contain multiple copper layers that can be modeled in simplified ways to reduce complexity while maintaining accuracy. Fully modeled traces served as the baseline, while trace mapping, and a reinforcement method — originally developed for rebar in concrete but well suited due to the similar geometry of FR4 and copper — were also investigated.

Newly obtained materials were used to create PCB models for computer-simulated linear quasi-static three-point bending tests. The normalized deflection from simulations was evaluated and validated using real two-layer prototypes on a professional three-point bending machine.

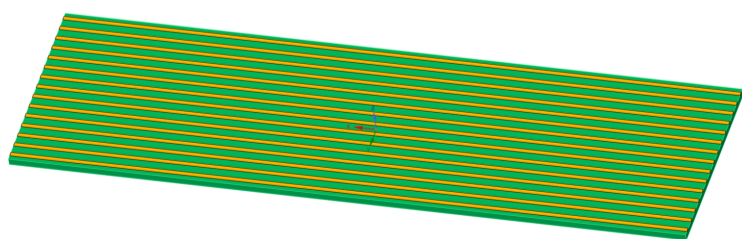


Figure 2: Specimen with longitudinal copper traces

3 Results

Numerical models provide material properties in all principal directions, while datasheets typically report only lengthwise and crosswise values. Available catalog data were compared with the numerically obtained FR4 properties.

Property	$ \Delta R $ [%]
CTE X	5.38
CTE Y	0.77
Young's modulus X	5.03
Young's modulus Y	8.28

Table 1: Relative difference between catalog and simulated values

For a simple prototype, the Ansys copper representation methods showed very low deviation. Reinforcement method matched the exact geometry almost entirely, while trace mapping deviated only by a negligible amount.

Method	Value $\left[\frac{N}{mm}\right]$	$ \Delta R $ from exact [%]
Exact geometry	16.093	-
Reinforcement	16.095	0.012
Trace mapping	16.054	0.242

Table 2: Comparing copper modeling techniques

The force needed for the same central deflection were nearly twice as high for fully coated PCBs, revealing the importance of copper volume fraction; trace orientations (lateral vs. longitudinal) also affected behavior, which are further discussed in the thesis.

Specimen	Normalized deflection $\left[\frac{N}{mm}\right]$	
	Measurement	Simulations
Blank	12.67	13.53
Full copper	23.50	22.32

Table 3: Differences in deflection between completely blank FR4 and substrates fully covered in copper on both sides

4 Summary

Overall, the methods applied in the thesis produced reliable results, and although somewhat limited, real measurements supported the findings. However, several future improvements and measurements are needed to validate other material properties and further improve accuracy of the models.

Kompozit kerékfelni tervezése és gyártása hallgatói versenyautóhoz

MÁTYUS ANDOR

Gépészmérnöki BSc, Gépészeti Fejlesztő Specializáció, 2025/2026/I.

Témavezető: Dr. Magyar Bálint, adjunktus, magyar@mm.bme.hu

1. Bevezetés

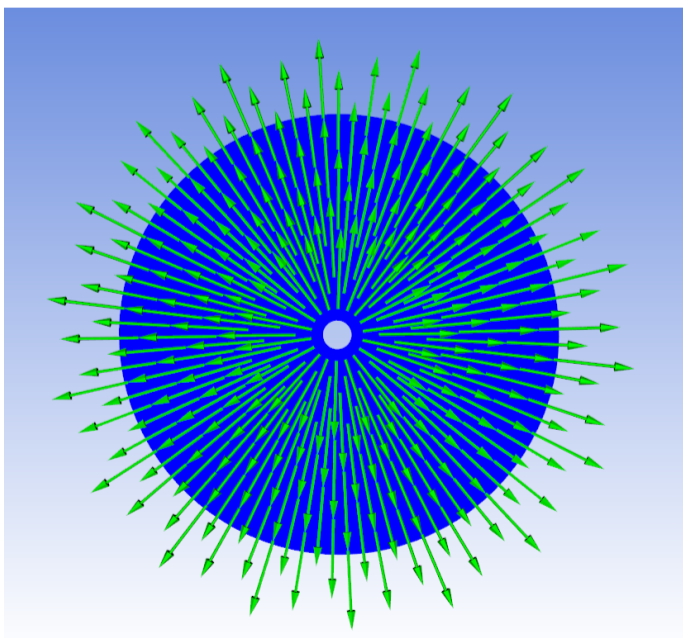
A szakdolgozat célja egy egyedi versenyfelni megtervezése volt a BME SharkTeam Léna nevű prototípusához, amely a Shell Eco-Marathon nemzetközi versenyen vesz részt. A felni tervezésének fő célja Léna tömegének és az eddig használt kerekek veszteségeinek csökkentése. A veszteségek nagy részét a burkolatlan féktárcsák, a féknyergek nem megfelelő rögzítése és a kormányrú nem elég merev bekötése okozta.



1. ábra. Léna a 2024-es versenyen

2. Alkalmazott módszerek

A bonyolult geometria és nem lineáris anyagviselkedés miatt a szilárdsági ellenőrzések elvégzéséhez végeselem módszert használtam. A vizsgálatokat ANSYS STUDENT 2025 R1-ben végeztem. A terheléseket az előző évben végzett számolások és mérések alapján vettem föl a kerék talppontjában.



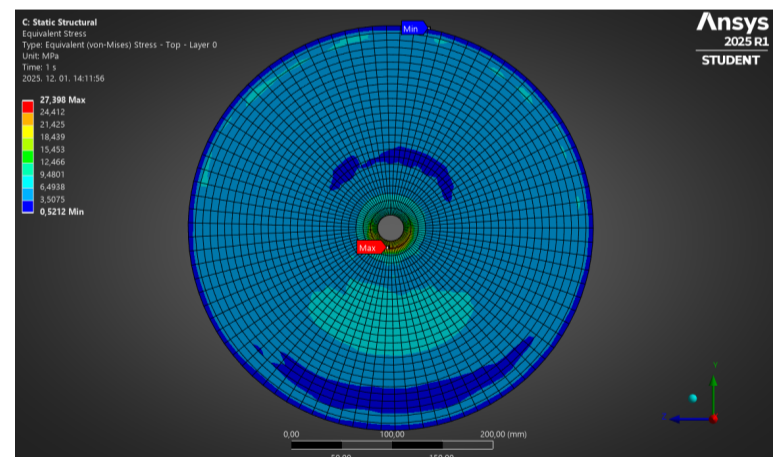
2. ábra. A szimuláció során használt szálirány

A gyárthatóság miatt a felni két fő részből áll. A kompozit tárcsából és egy alumínium gyűrűből, amelyhez csatlakozik a gumiabroncs. A feladat lényegi részét a tárcsa rétegrendjének meghatározása tette ki. A rétegrendek modellezését az ANSYS ACP moduljában végeztem. Ez a modul lehetővé teszi a kompozit alkatrészek viselkedésének pontosabb elemzését. Figyelembe veszi a szövetek esését, szálirányát, az anizotróp viselkedést, ezzel javítva az eredmények pontosságát.

Mivel a legnagyobb terhelés a kanyarodásból adódó hajlítás, így a legjobb megoldás, ha a szövetek száliránya sugárirányú.

3. Eredmények

A szimulációk alapján a rétegek számát nem a bennük ébredő feszültség, hanem a gyárthatóság határozza meg. A megfelelő szálirány eléréséhez a szövetből trapéz alakú darabokat kell kivágni, és ezeket egymáson elcsúsztatva összelaminálni. Mivel a terhelések igen kicsik, így laminátumonként 2 réteg UD szövet elegendő az elvárt szilárdsági tulajdonságok eléréséhez.



3. ábra. A laminátumokban ébredő feszültség

4. Összefoglalás

A felni szilárdságilag megfelelő, a verseny csapat által gyártható. További fejlesztési lehetőség a kompozit gyűrű gyártása, ezzel a felni tömege tovább csökkenthető.

Investigation of the Nonlinear Dynamics of a Dual-Disk Torsional Oscillator

ZITA MÉSZÁROS

Mechanical Engineering Modelling MSc, Major in Solid Mechanics, 2025/2026/I.

Supervisor: Dr. Bence Máté Szaksz, assistant professor, szaksz@mm.bme.hu

1 Introduction

Nonlinear torsional vibrations occur in many mechanical systems such as drivetrains, robotic joints and rotating machinery, where stiffness or contact effects depend on vibration amplitude. These nonlinearities lead to amplitude-dependent resonance shifts, hysteresis and jump phenomena, which cannot be captured by linear models.

This work experimentally investigates the nonlinear forced response of a dual-disk torsional oscillator and evaluates the accuracy of Spectral Submanifold (SSM) based third-order models for different types of torsional stiffness nonlinearities.

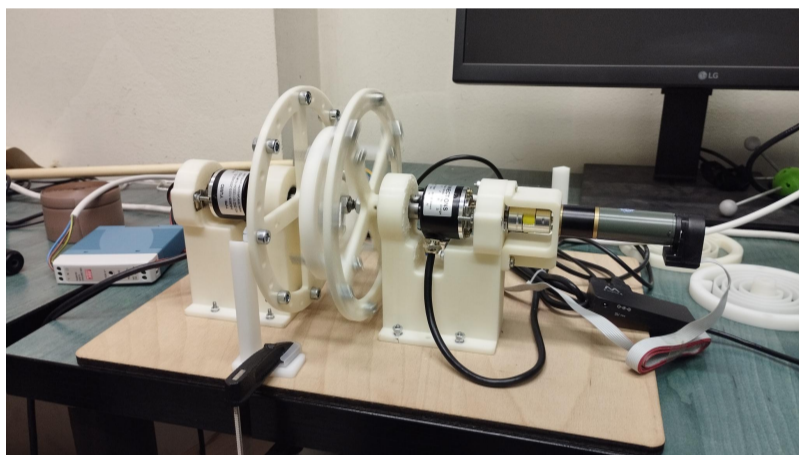


Figure 1: Experimental dual-disk torsional oscillator used for nonlinear vibration measurements

2 Measurements and investigated nonlinearities

To study different types of nonlinear torsional behavior, three spring configurations were investigated on the same dual-disk test rig:

- a virtual nonlinear spring implemented in control,
- a torsion spring with S-bend and geometric nonlinearity,
- a stop-pin spring introducing non-smooth contact effects.

For each configuration, quasi-static torque-angle measurements were performed to identify the nonlinear stiffness, followed by stepped sine sweep excitation to obtain the frequency response curves. Upward and downward sweeps were applied to reveal amplitude-dependent resonance shifts and hysteresis. The same measurement and evaluation procedure was used for all configurations, ensuring direct com-

parability of the results. The experimentally obtained responses were used to validate third-order models without additional parameter tuning.

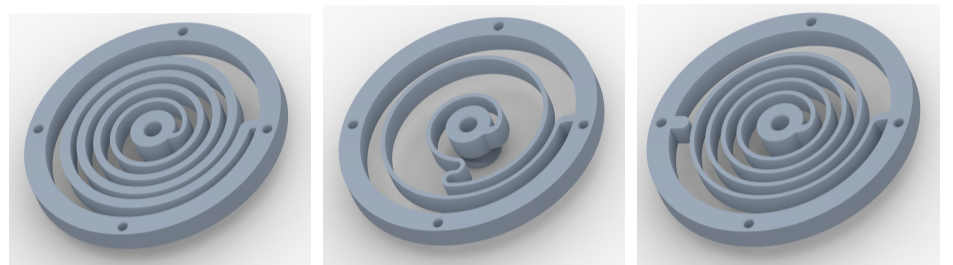


Figure 2: Investigated torsional spring configurations: virtual nonlinear spring (left), torsion spring with S-bend (center), stop-pin spring (right).

3 Experimental and modeling results

- All spring configurations exhibited amplitude-dependent resonance shifts and hysteresis.
- SSM-based reduced-order models accurately predicted resonance frequency and backbone curves for smooth nonlinearities.
- No additional parameter tuning was required after parameter identification.
- For the stop-pin spring, intermittent contact effects caused deviations in peak amplitudes, highlighting the limitations of smooth polynomial stiffness models.

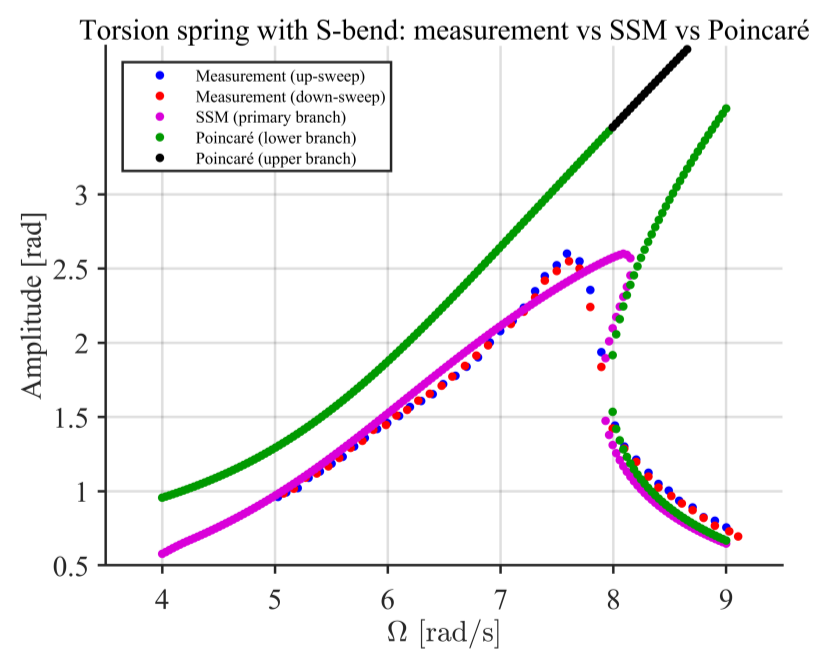


Figure 3: Measured and model-predicted frequency response for the S-bend torsion spring

Hiperelasztikus anyagmodell implementálása izogeometrikus analízist használó eljárásba

NÉMETH SZABOLCS

Gépészmérnöki MSc Alkalmazott Mechanika Specializáció, 2025/26/I.

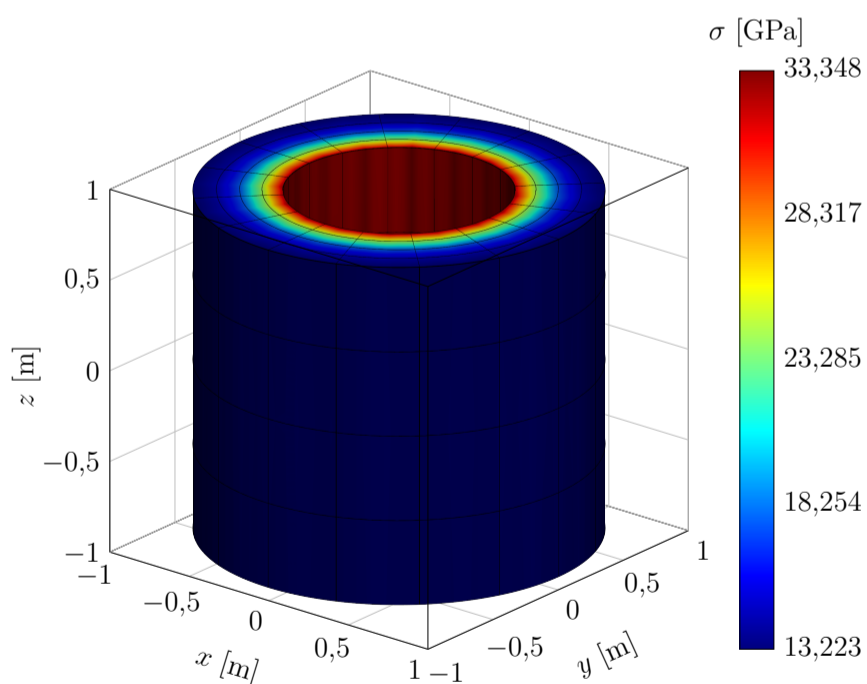
Témavezető: Dr. Hénap Gábor, Adjunktus, henapg@mm.bme.hu

1. Bevezetés

Az izogeometrikus analízis a hagyományos végelem módszerekkel ellentétben a modellezésnél racionális, nem egyenlőközű B-spline görbéket használ. Ezek segítségével tökéletesen leírhatók akár a kúpszeletek is, így a geometriáknál nincsen szükség egyszerűsítésekre. Ezek a NURBS testek átemelhetők a CAD szoftverekből, tehát nincs szükség hálózásra, amely a végelem módszereknél szignifikáns időt vesz igénybe, emellett még az eredmények is pontosabbak lesznek.

2. Alkalmazott módszerek

Munkám során az általam implementált megoldóba először egy lineárisan rugalmas, majd hiperelasztikus anyagmodelleket építettem be. A validációt egytengelyű húzás, két-tengelyű húzás, és tiszta nyírás egyszerű geometrián való szimulálásával végeztem, majd az eredményeket összevettem analitikus megoldásokkal, és ANSYS-ből kapott eredményekkel. Az izogeometrikus analízis és végelem módszer összehasonlítására egy vastag falú, belső nyomással terhelt cső példáját választottam, mivel ennek ismert analitikus megoldása.

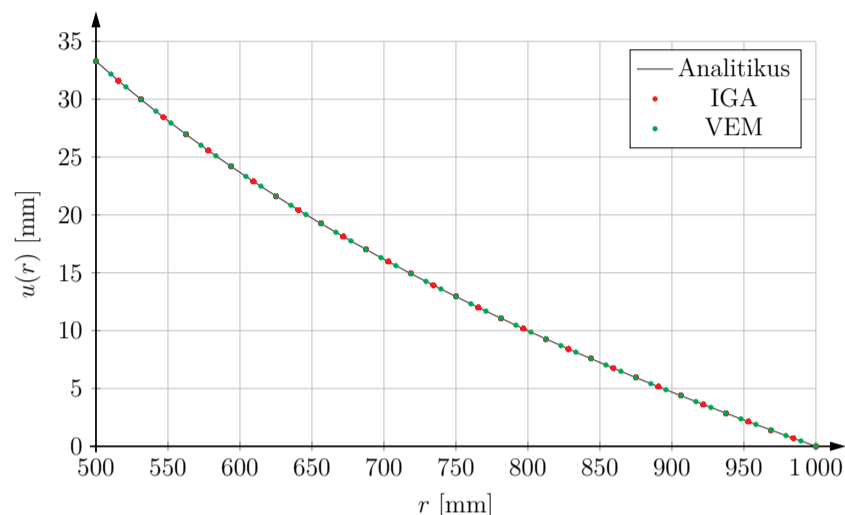


1. ábra. Belső nyomással terhelt vastag falú cső feszültségeloszlása.

3. Eredmények

A 2. ábra az említett cső radiális irányú elmozdulását mutatja a sugár függvényében. Első ránézésre mind a VEM

mind az IGA által kapott eredmények jól illeszkednek az analitikus görbére, azonban mégis nagy különbség van a két módszer között. Az összehasonlításra az L^2 hibát alkalmaztam. Ezt mutatja be a 1. táblázat.



2. ábra. Belső nyomással terhelt cső radiális elmozdulása a cső sugarának függvényében.

	IGA	VEM
Elemzés	2 048	1 161 600
Csomópont szám	5 445	1 224 762
L^2 hiba %	0,0114	0,0333

1. táblázat. A VEM és IGA összehasonlítása.

A táblázatból látható, hogy az IGA hibája kb. harmad akkora mint a VEM hibája. Figyelembe kell venni azt is, hogy az IGA esetén kb. 567-szer kevesebb elemet használtam. Ezzel a számítási idő is drasztikusan lecsökken, miközben a pontosság nő. Tehát az izogeometrikus analízis a végelem módszer egy új, továbbfejlesztett módszereként értelmezhető.

4. Összefoglalás

A módszer minden esetben egyezést mutatott az analitikus megoldásokkal, különösen kiemelve a nyitott cső példáját, mivel a görbült geometriák kezelésében az IGA lényegesen kevesebb elemmel képes nagyobb pontosságot biztosítani, mint a klasszikus végelemes módszer.

Az eredmények alapján megállapítható, hogy az izogeometrikus analízis hatékony és pontos alternatívát nyújt a hagyományos végelemes eljárásokkal szemben, különösen olyan esetekben, ahol a geometriai görbült. Mindezek mellett pedig kevesebb számítást is igényel. Egyetlen hátránya, hogy nehezebb implementálni, és még kevésbé elterjedt, mint a jól kidolgozott végelemes algoritmusok.

Test device for the demonstration of mechanical synchronization

BÁLINT PAFFÉRI

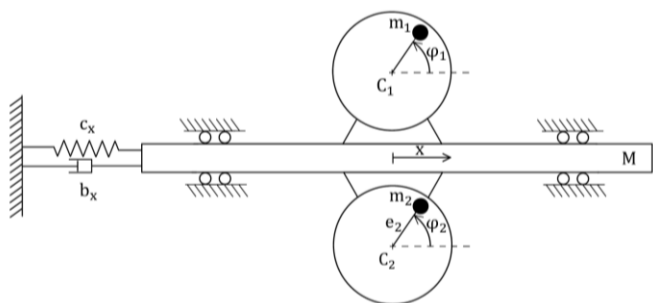
Mechatronic Engineer BSc, Specialisation in Mechanical Engineering Modelling, 2025/2026/I.

Supervisor: Dr. Ákos Miklós, associate professor, miklosa@mm.bme.hu

1. Introduction

The aim of the thesis was to develop a conceptual design for an experimental device suitable for demonstrating the phenomenon of mechanical synchronization for educational purposes. After reviewing several devices found in the literature, I opted for a concept utilizing unbalanced rotors. The setup consists of two rotors mounted on separate shafts, each driven by an independent electric motor, and fixed onto a common 1-DoF platform.

The phenomenon: under appropriate system parameters, even if the two electric motors drive the unbalanced rotors with different angular velocities and started from different initial phase angles, the rotations of the two rotors can eventually synchronize through the motion of the platform: their angular velocities settle to a common value (the slower rotor accelerates, the faster decelerates); and the phase difference between the rotors settles to either 0° (in-phase synchronization) or to 180° (anti-phase synchronization) depending on the natural frequency of the platform.



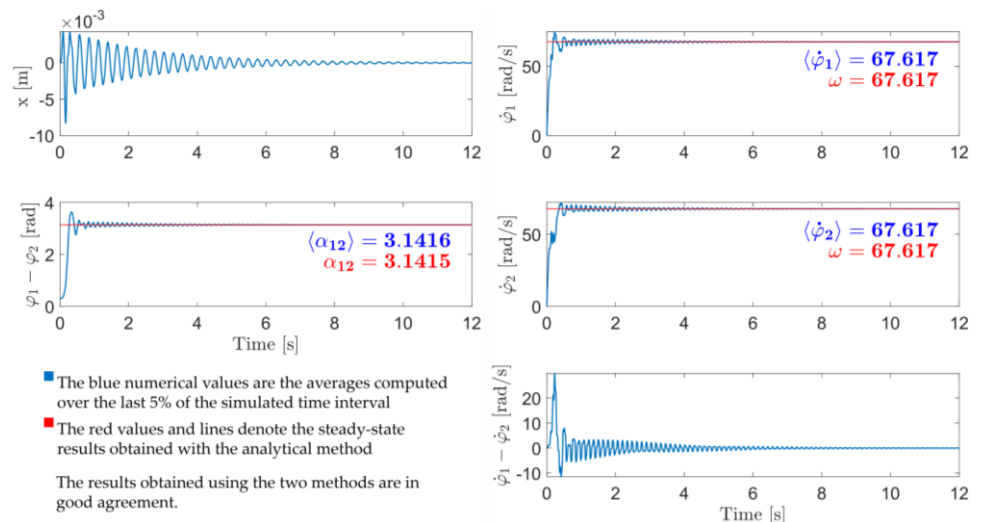
1. Figure: Schematic top view of the concept

2. Applied methods

The mathematical modelling of the system was approached using two methods: firstly, analytical methods were employed that provide insight into the system's steady-state behaviour; secondly, the system's equations of motion were solved numerically within a simulation environment built in MATLAB.

The simulation results indicate that, through the selection of appropriate parameter sets, 6 different states of the system can be realized. Among these, the case of complete anti-phase synchronization is highlighted as an example in Figure 2.

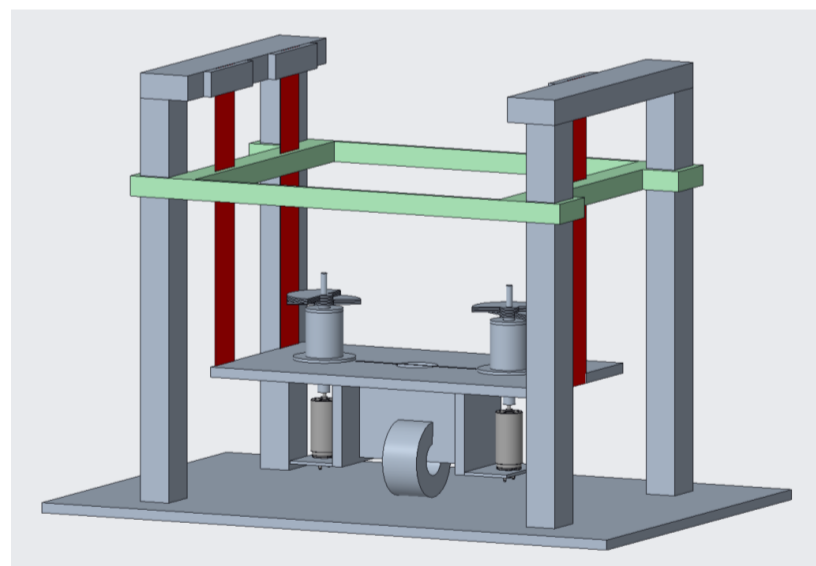
It is visible that the phase difference between the rotors, starting at 0.3 rad, settles to π rad in circa 5 seconds. Subsequently, the horizontal vibration of the platform (through which the rotors synchronize) decays, since in this anti-phase synchronized state, the resultant exciting force generated by the rotors rotating at the same speed but in opposite phases, becomes zero in the direction of the platform's free motion.



2. Figure: Complete anti-phase synchronization

3. Results

The design goal was to create a device that is compact, enables spectacular experiments, and allows for the easy implementation of the parameter sets determined during the simulations. Considering these criteria, the concept shown in Figure 3. was developed, in which the stiffness of the leaf spring suspension, the level of the electromagnetic eddy current damping, and the eccentricity and mass of the rotors are all adjustable, and where the shafts are driven by two small DC motors.



3. Figure: Schematic CAD model of the apparatus

4. Summary

A device realized based on this concept could be used effectively to demonstrate mechanical synchronization in university education, with the implementation cost estimated at approximately 500,000 HUF based on specific, commercially available components.

POLÁK BENCE

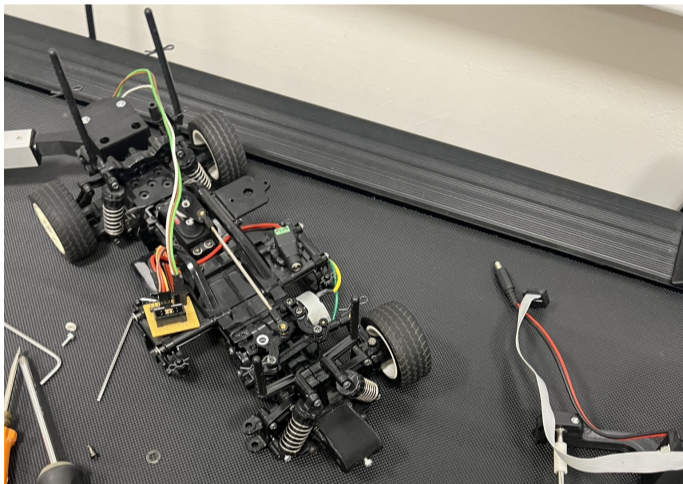
Gépészmérnöki BSc, Gépészeti Fejlesztő Specializáció, 2025/2026/I.

Témavezető: Takács Dénes, egyetemi docens, takacs@mm.bme.hu

1. Bevezetés

Kutatási célokra használt kis méretű járművek esetén a kormányzás pontossága kulcsfontosságú. A vizsgált jármű eredeti kormányművében jelentős holtjáték és szárazsúrlódás volt jelen, ami rontotta a kerékpozíció ismételtetését és a mérési eredmények megbízhatóságát. A szakdolgozat célja egy olyan új kormánymechanizmus megtervezése és kísérleti vizsgálata volt, amely:

- Csökkenti a holtjátékot,
- Javítja a beállási pontosságot,
- Megtartja az Ackermann-kormánygeometria alapelveit,
- Kutatási környezetben is stabilan és kiszámíthatóan működik.



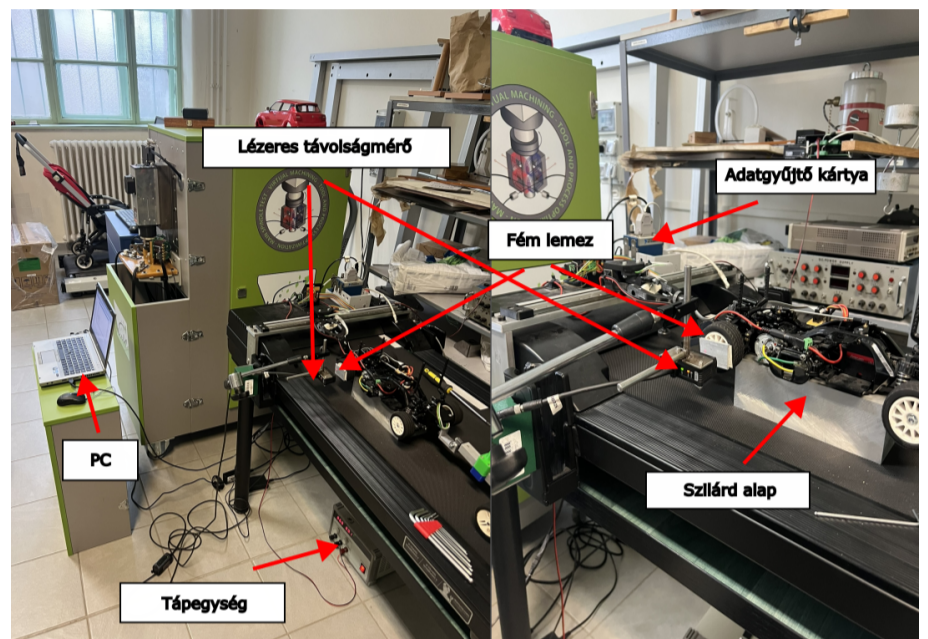
1. ábra. A kisskálájú jármű eredeti állapota

2. Alkalmazott módszerek

A kormánymechanizmus fejlesztése iteratív tervezési módszer alkalmazásával történt, amely során a mechanikai kialakítás és a várható működés többszöri felülvizsgálata és finomítása valósult meg. A tervezési ciklusok során kiemelt szempont volt az Ackermann-kormánygeometria alapelveinek megtartása annak érdekében, hogy a kis skálájú jármű viselkedése a lehető legjobban kövesse a teljes méretű járművek kormányzási karakterisztikáját. A szerkezeti kialakítás optimalizálása során a csatlakozások holtjátékának csökkentése és a rendszer merevségének növelése került előtérbe, miközben a mechanizmus hatásfokának romlását el kellett kerülni. A végleges konstrukció kialakítását kinematikai elemzés és CAD-alapú tervezés előzte meg. Az új mechanizmus javulását kísérlettel igazoltuk.

A mérések során a kormányzott kerekek elmozdulását lézeres távolságmérővel rögzítettük, miközben a kerekek tehermentes állapotban voltak, így a külső hatások nem be-

folyásolták az eredményeket. A kormányzást szervómotor végezte, az adatgyűjtés pedig állandó mintavételezési frekvencia mellett történt.



2. ábra. Mérés elrendezése

3. Eredmények

Az elvégzett kísérleti vizsgálatok egyértelműen igazolták az áttervezett kormánymechanizmus előnyeit az eredeti kialakítással szemben. A mért adatok kiértékelése alapján a holtjáték mértéke jelentősen csökkent, amely a kormányzott kerekek pontosabb és ismételtetőbb beállítását eredményezte. Az új mechanizmus esetén már kis szervószög-kitérések mellett is stabil és jól elkülöníthető kerékelmozdulások voltak mérhetőek, míg az eredeti rendszerben ezek a változások gyakran a mérési zajszinthez közeli tartományban maradtak. A normalizált szórás értéke a legtöbb vizsgált esetben csökkent, ami javuló pozicionálási pontosságra és kedvezőbb mechanikai viselkedésre utal. Az eredmények összességében alátámasztják a kormánymechanizmus javulását.

4. Összefoglalás

A szakdolgozat keretében egy kis skálájú kutatási jármű kormánymechanizmusának továbbfejlesztése és kísérleti vizsgálata valósult meg. A tervezés során sikerült a mechanikai holtjátékot jelentősen csökkenteni, miközben az Ackermann-geometria megőrzése biztosította a valóság-hű járműviselkedést. A laboratóriumi mérések eredményei igazolják, hogy az áttervezett kormánymű javította a kormányzás pontosságát és ismételtetését, ezáltal a jármű alkalmasabbá vált precíz, kutatási célú alkalmazásokra.

Késleltetett átpattanó lágy szerkezetek mechanikai modellezése

PONTYOS ISTVÁN GYULA

Gépészmérnöki BSc, Gépészeti Fejlesztő Specializáció, 2025/2026/I.

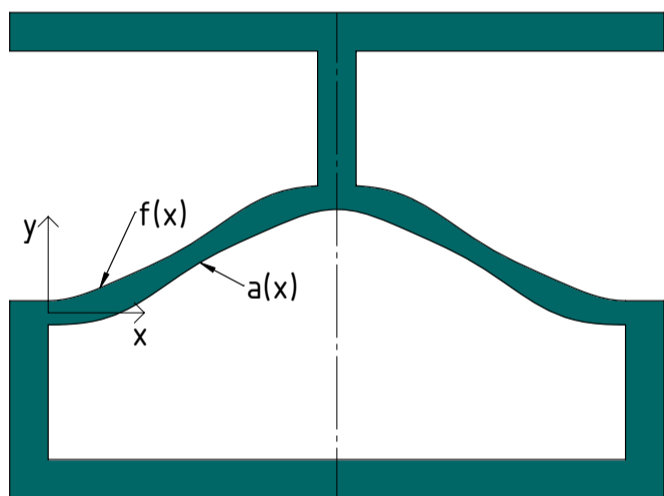
Témavezető: Dr. Berezvai Szabolcs, adjunktus, berezvai@mm.bme.hu

1. Bevezetés

Az átpattanás jelensége lehetővé teszi a rugalmas energia tárolását és annak gyors felszabadítását, így egyes esetekben kívánatos lehet ennek kiaknázása. A szakdolgozat célja az átpattanás mechanikai vizsgálata kvázistatikus és elsősorban időfüggő esetekben, mind szimulációs, mind valós környezetben.

2. Alkalmazott módszerek

A 1. ábrán látható geometriát két szakirodalmi példa kombinálásával határoztam meg. Hat hasonló, de az ívelt gerendáik alakjában eltérő szerkezetet vizsgáltam. Az egyes testeket a β vastagságparaméter különbözteti meg, amely az ív legvastagabb és legvékonyabb részének hányadosa. Az adott β által leírt geometriának ívét az x paraméter határozza meg.



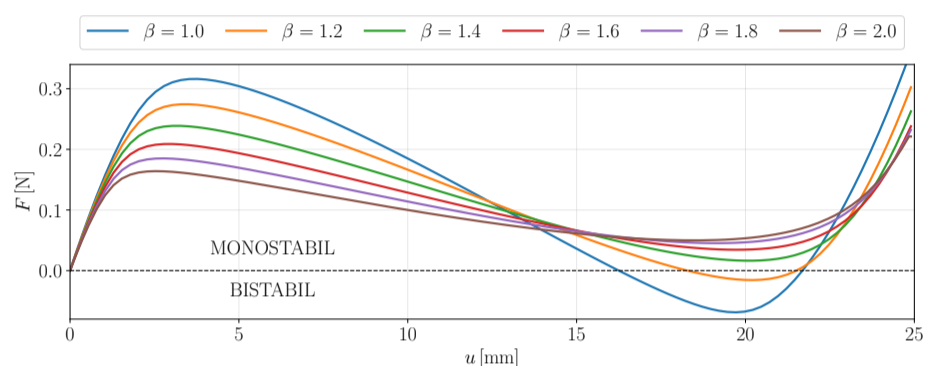
1. ábra. Vizsgált lágy szerkezet geometriája $\beta = 1,4$ esetén.

A szerkezetet végeselemes és valós környezetben végzett vizsgálatokkal is tanulmányoztam. A feladat során hiperelasztikus anyagmodellel a kvázistatikus, és viszkoelasztikus anyagmodellel a test időfüggő viselkedését vizsgáltam. Annak érdekében, hogy a numerikus számítások elvégzéséhez a szerkezet anyagjellemzőit kísérleti úton meg kellett határozni. Ezek húzó- és nyomópróbatesteken végzett mérések és az azokból származó erő-elmozdulás adatokra illesztett közelítő függvények paramétereinek segítségével modellezhetők végeselemes környezetben.

Az egyes geometriákhoz öntőformák készültek 3D nyomtatással a fizikai megvalósításhoz. A testeken elmozdulásvezérelt méréseket hajtottam végre, majd ezek eredményeit összehasonlítottam a numerikus eredményekkel. Ezeken felül a végeselemes környezetben erővezérléssel a szerkezet késleltetett átpattanását vizsgáltam különböző terhelések mellett.

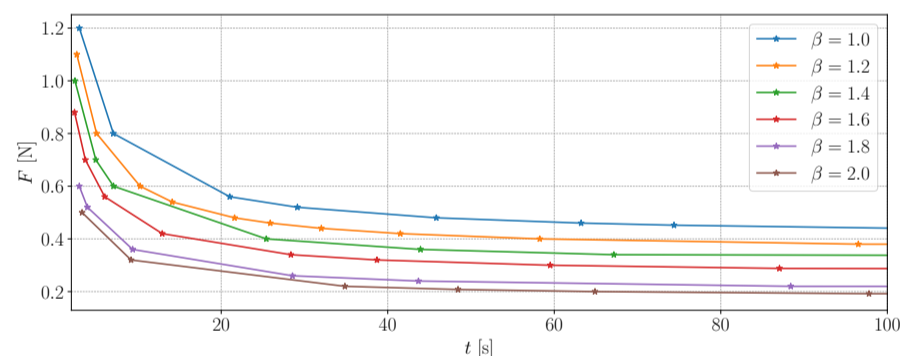
3. Eredmények

A vizsgált hiperelasztikus anyagmodellek közül az Ogden 2 típusú bizonyult a legpontosabbnak. Az illesztett függvények paramétereit alkalmaztam az egyes β -kra jellemző geometriákra, és így az átpattanás jelenségére jellemző $F(u)$ görbéket kaptam (lásd 2. ábra).



2. ábra. Összesített Ogden 2 erő-elmozdulás görbék különböző β értékekre.

A mért és számított viszkoelasztikus paramétereiket végeselemes környezetben alkalmazva és erővezérelt szimulációk elvégzésével a szerkezetek késleltetett átpattanása tanulmányozható. (lásd 3. ábra).



3. ábra. Az alkalmazott erő és átpattanási idő összehasonlítása β változtatásának hatására.

4. Összefoglalás

A vizsgálatok alkalmasnak bizonyultak az átpattanás tanulmányozására különböző anyagmodellek esetén. Az elmozdulásvezérelt szimulációk megfelelően szemléltetik az átpattanás jellegzetességeit (negatív meredekség, egyes esetekben bistabilitás). Az erővezérelt szimulációk eredménye segítségével becsülhetők a késleltetett átpattanások az egyes β -kra, adott $F(t)$ értékek mellett. Továbbá a fizikai és numerikus kísérletek összehasonlítása is hasonló átpattanási viselkedést igazolt.

BÁLINT GERGELY

Mechanical Engineering Modelling MSc, Major in Solid Mechanics, 2025/2026/I.

Supervisor: Balázs Bauer, PhD student, balazs.bauer@mm.bme.hu

1 Introduction

Using a simple benchmark mechanical model with frictional contact and impacts – Figure (1) – this work investigates how energy dissipation and friction can give rise to stable, self-excited oscillations.

While impacts are usually associated with energy loss, their interaction with sliding friction may lead to periodic motion under the right conditions. Analytical tools and numerical simulations are used to identify the parameter ranges and configurations that lead to this behaviour.

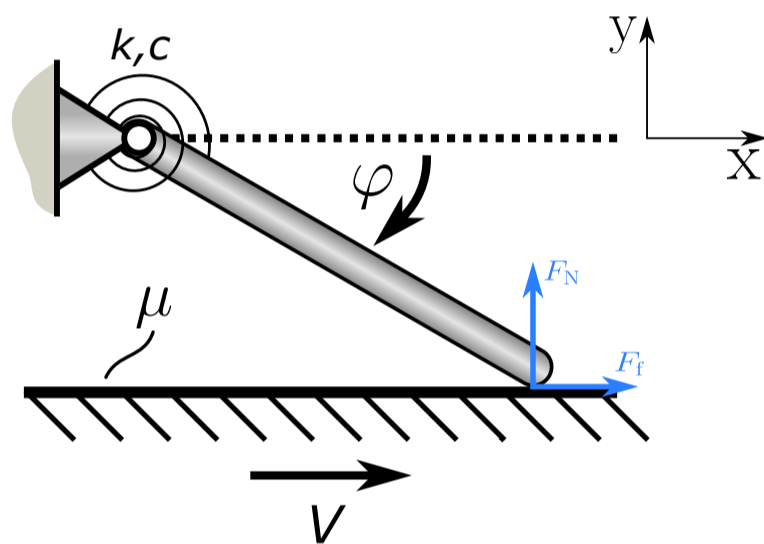


Figure 1: Mechanical model.

2 Applied methods

An apparent coefficient of restitution is introduced, which encompasses both the elastic normal impacts and the effects of sliding friction – seen in Equation (1).

$$r = \frac{P + \sqrt{P^2 + 4(P\dot{\varphi}_b + e_d^2\dot{\varphi}_b^2)}}{2\dot{\varphi}_b}. \quad (1)$$

Here, $\dot{\varphi}_b$ denotes the angular velocity before impact, P is a parameter containing geometric and frictional effect (including the relative velocity V), and e_d is the dissipative coefficient of restitution.

Two restitution models were investigated: a constant dissipative coefficient and a velocity-dependent visco-elastic formulation. Numerical simulations were performed to analyse time responses, bifurcation diagrams, and phase portraits.

3 Results

The main result of the study is the bifurcation diagram seen in Figure (2), showing an isolated fold bifurcation.

The trivial equilibrium is analogous to a damped oscillator, which sways around its resting position. Beyond a critical relative velocity a stable limit cycle appears, in which periodic impacts keep the system stable. An unstable branch separates these two stable regions, resulting in bistability. This bifurcation structure appears robust across all investigated parameter variations and restitution models, differing mainly in quantitative values. For this reason, the diagram can be interpreted as a ‘master curve’ describing the global system behaviour.

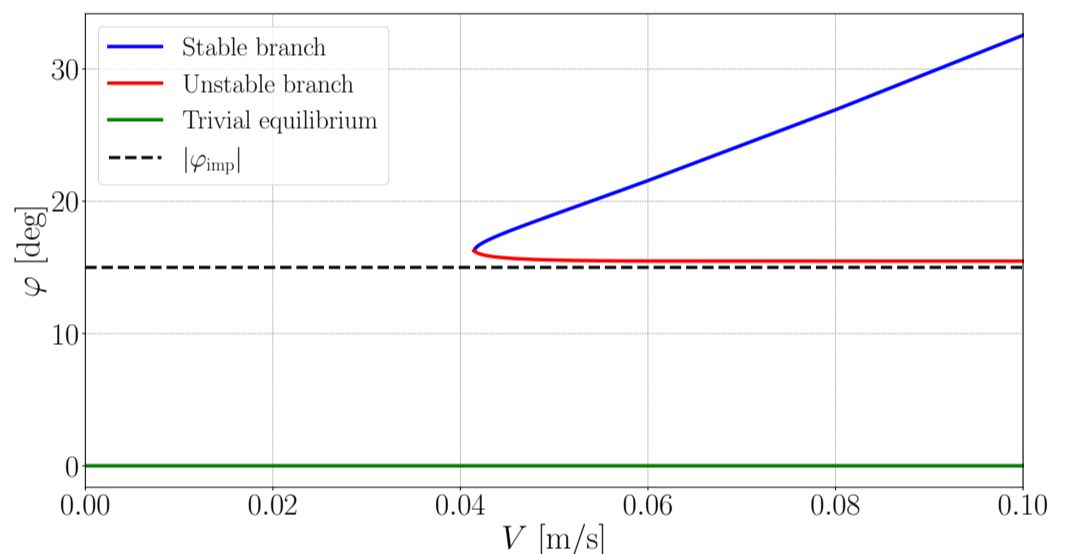


Figure 2: Numerically constructed bifurcation diagram showing a robust isolated fold bifurcation.

4 Summary

The results show that the qualitative bifurcation structure of the system remains robust across different restitution laws. Stable equilibria, periodic impact motions, and clear stability boundaries are consistently observed. This indicates that the global dynamics are governed mainly by the interaction between friction and impacts, and not by the exact form of the restitution law.

Esztergakés elő- és hátlapon megoszló erőrendszereinek modellezése és szerepük a forgácsolás stabilitásában

SÁNDOR ZALÁN

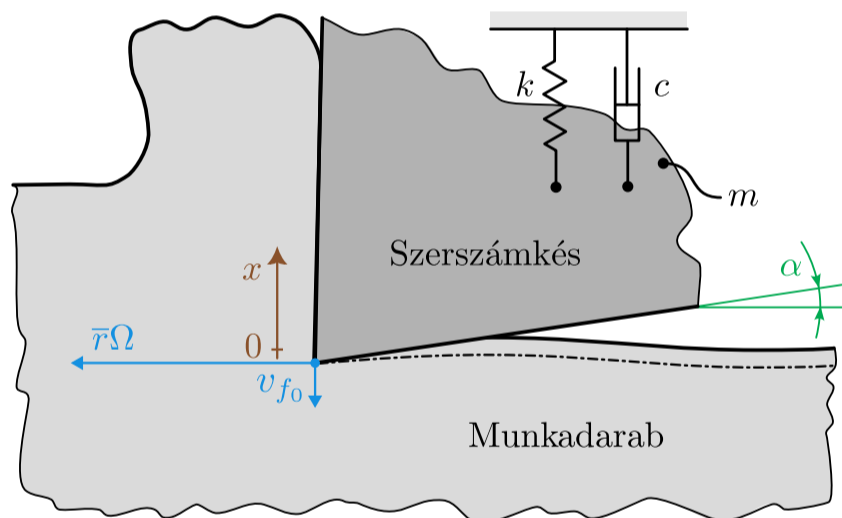
Gépészmérnöki BSc, Gépészeti Fejlesztő Specializáció, 2025/2026/I.

Témavezető: Dr. Stépán Gábor, professzor emeritusz, stepan@mm.bme.hu

Konzulens: Dr. Bachrathy Dániel, egyetemi docens, bachrathy@mm.bme.hu

1. Bevezetés

A forgácsolási folyamat során a szerszámgépek elkerülhetetlenül rezgéseket szenvednek el. Ezek a rezgések gyakran a szerszámkésen a legjelentősebbek, mert általában ez a kevésbé merev elem. A szerszámkésre ható erőrendszer azonban összetett: a rezgéseket kiváltó erő jelentős része az előlapról származik, azaz a forgács képződéséhez és lefutásához kapcsolódik, ugyanakkor a hátlapon is ébred erő a szerszámkés és a munkadarab érintkezése miatt. Ez a hátlapi érintkezési erő alacsony fordulatszámokon általában rezgéscsillapító hatást okoz. A jelenség különlegessége, hogy a kés minden fordulatban a saját, korábbi mozgása által kialakított munkadarab-felülettel találkozik, ezért öngerjesztett rezgések is kialakulhatnak. Az előlap esetén ennek a visszahatásnak az időskálája a munkadarab egy teljes körülfordulási ideje, míg a hátlapnál ez lényegesen rövidebb, emiatt az elő- és hátlapi erőrendszer együttes vizsgálata a folyamat stabilitása szempontjából érdekes következményekhez vezet.



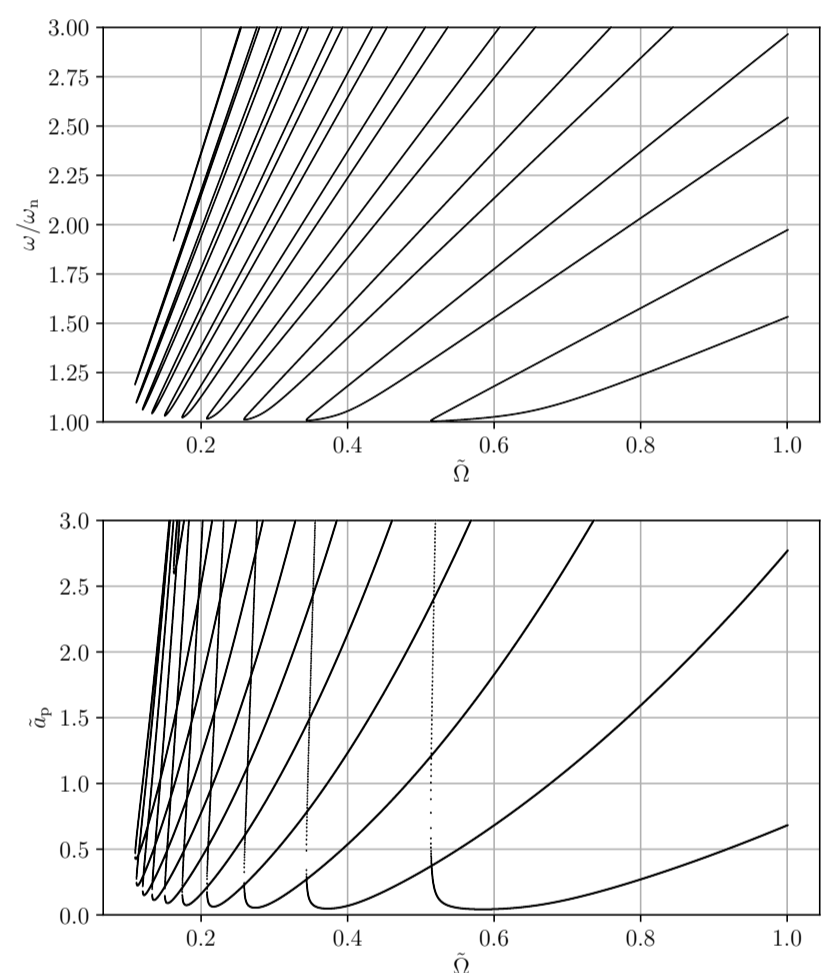
1. ábra. A szerszámkés és a munkadarab érintkezési zónái, valamint a kés rezgéstani modellje

2. Alkalmazott módszerek

A hátlapi érintkezés modellezéséhez a munkadarab anyagi viselkedését a Prandtl–Reuss-féle rugalmas-tökéletesen képlékeny rugókarakterisztikával írtam le. Ez a feltevés lehetővé tette a szerszámkés hátlapja alatt lokálisan deformálódott térfogat matematikai modellezését, amely egy állapotfüggő késleltetett differenciálegyenlethez vezetett. Ezt követően a stabilitásvizsgálathoz egy ezzel ekvivalens lineáris rendszert használtam, amelyet kiegészítettem az előlapi terhelés koncentrált erőt használó modelljével. Végül az így felállított, esztergakelési folyamatot leíró matematikai modell egyensúlyi pontjának stabilitását vizsgáltam analitikus úton.

3. Eredmények

A stabilitásvizsgálat eredményeként az $\tilde{\Omega}$ dimenziótlan fordulatszám és az \tilde{a}_p dimenziótlan fogásmélység paramétersíkon meghatároztam a stabil és instabil tartományokat elválasztó határgörbékét, valamint az ezekhez tartozó berezgési frekvenciákat. A stabilitásvesztés a határgörbék alsó burkolóján következik be, az instabil tartományba lépve pedig a rezgés amplitúdója a lineáris modell szerint korlátlanul növekszik.



2. ábra. A stabilitási határgörbék (lent) és a hozzájuk tartozó berezgési frekvenciák (fent).

4. Összefoglalás

Az eredményként kapott stabilitástérkép összhangban van az előzetes elvárásokkal. A jellegzetes „lobe” struktúra mellett jól kivehető, hogy alacsony dimenziótlan fordulatszámoknál a stabilitási határgörbe felfelé tolódik, ami a hátlapi érintkezés által létrehozott csillapító hatás következményeként értelmezhető. Ezzel párhuzamosan ugyanakkor megfigyelhető a határgörbék bal oldali tartományának kiszélesedése alacsony fordulatszám és nagy fogásmélység esetén, ami egy érdekes eredmény, és fizikai háttérének, helyességének megítélése további, célzott vizsgálatokat igényel.

SOMODI ÁKOS ISTVÁN

Mechanical Engineering Modelling MSc, Major in Solid Mechanics, 2025/2026/I.

Supervisor: Dr. Hajdu Dávid, assistant professor, hajdu@mm.bme.hu

1 Introduction

Time-delay systems are when the dynamics of the system depend on past states. This dependence often causes instability in otherwise stable systems. Many engineering problems are modeled in this manner such as regenerative machine tool chatter, aircraft control, wheel shimmy models, human balancing, vehicle dynamics, and so on.

The objective of the study was to demonstrate and compare different methods for determining the stability of time delay systems. The obtained condition was then used to draw stability charts for different parameter sets.

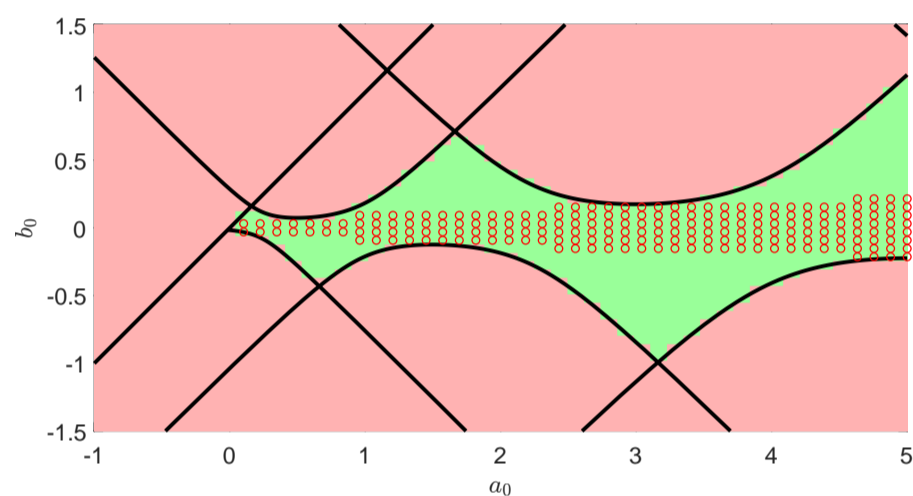


Figure 1: The stability diagrams for a one degree of freedom delayed damped oscillator. The black lines represent the D-subdivision method, the color map shows the Padé approximation and the red markers are the results of the Lyapunov-Krasowskii approach.

2 Applied methods

In total six different methods were used to determine the stability diagrams for various systems:

- Padé approximation;
- Lyapunov-Krasowskii method;
- D-subdivision method;
- Collocation method;
- Chebyshev polynomial-based approach;
- Pseudospectral differentiation method.

The last three methods are similar in a sense, that all of them are based on the Chebyshev nodes.

3 Results

Stability maps were created for three autonomous and one time periodic delayed systems. Aside from these charts, the characteristic roots of the three Chebyshev node based methods were compared and the complexity of each method was analyzed via the runtime of the code segments.

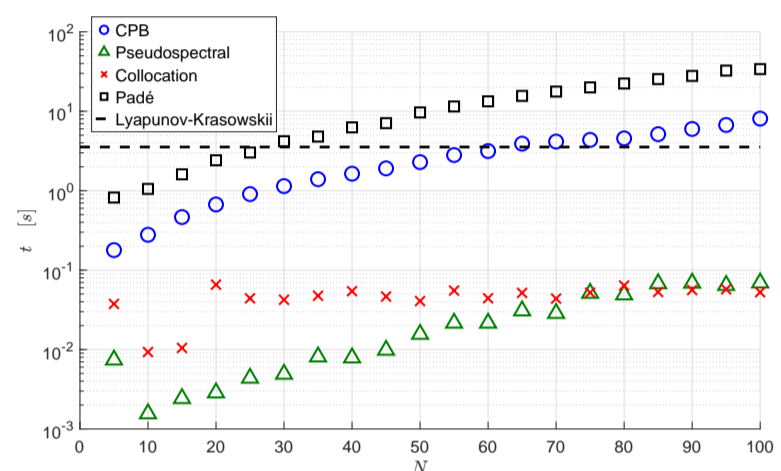


Figure 2: The complexity of each method based on the code runtime.

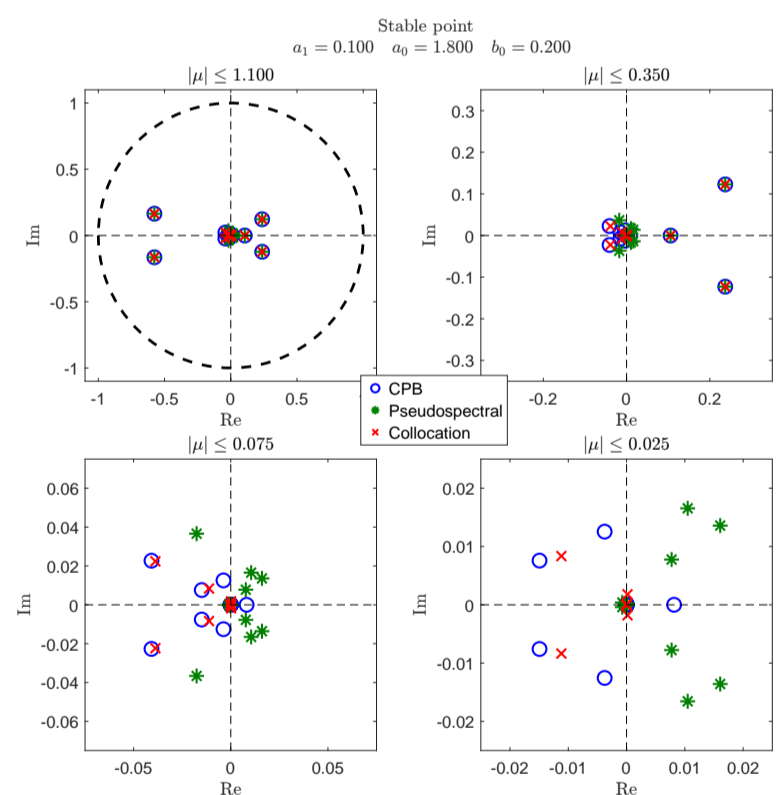


Figure 3: Comparison of the characteristic roots.

4 Summary

The results of the thesis show that most studied methods can be used for the creation of stability maps. The stable points obtained from the Lyapunov-Krasowskii method were vastly different than for all other approaches.

Nyomástartó berendezések rugalmas és rugalmas-képlékeny ellenőrzési eljárásainak összehasonlítása

SZIROVICZA CSABA

Gépészmérnöki MSc, Alkalmazott Mechanika Specializáció, 2025/2026/I.

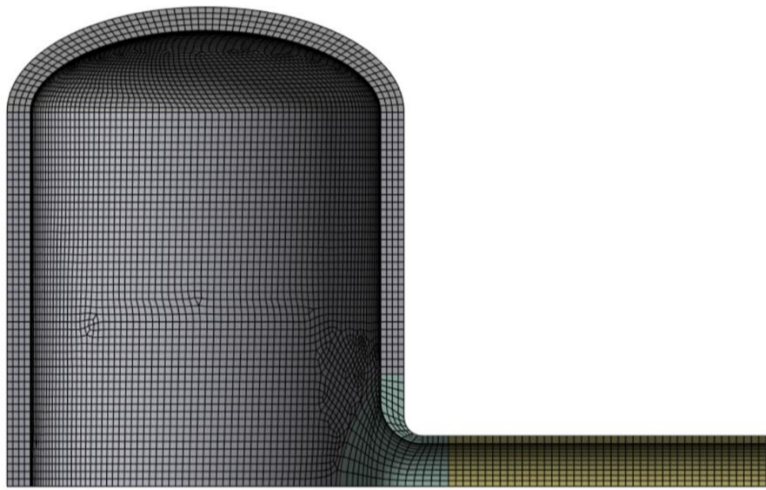
Témavezető: Dr. Magyar Bálint, adjunktus, magyar@mm.bme.hu

1. Bevezetés

A diplomaterv megírása során a célunk az volt, hogy az ASME BPVC szabványrendszer segítségével a lineárisan rugalmas és rugalmas-képlékeny (rugalmas- ideálisan képlékeny) anyagmodellek esetén megvizsgálhassuk a megfelelőségi kritériumokat. A számításoknál az ANSYS Mechanical 2023 R1 verzióját használtuk.

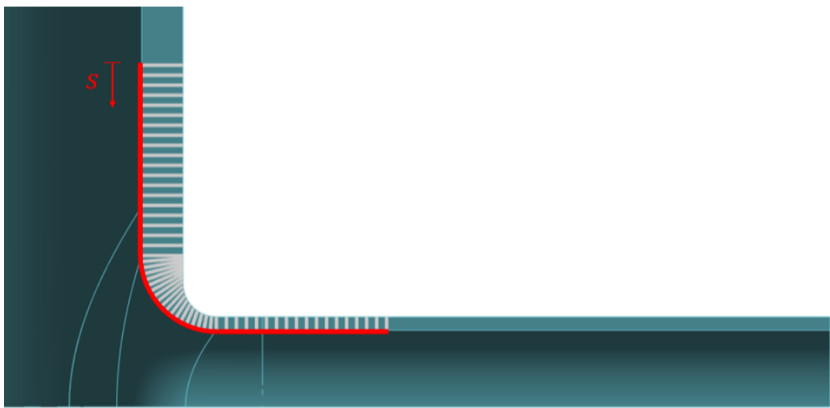
2. Alkalmazott módszerek

A végeelemes modell geometriája és hálója az első ábrán látható, a modell egy tartályból és egy hozzá csatlakozó csőből áll. A modell terhelése egy adott nagyságú belső nyomás volt.



1. ábra: A végeelemes modell felépítése

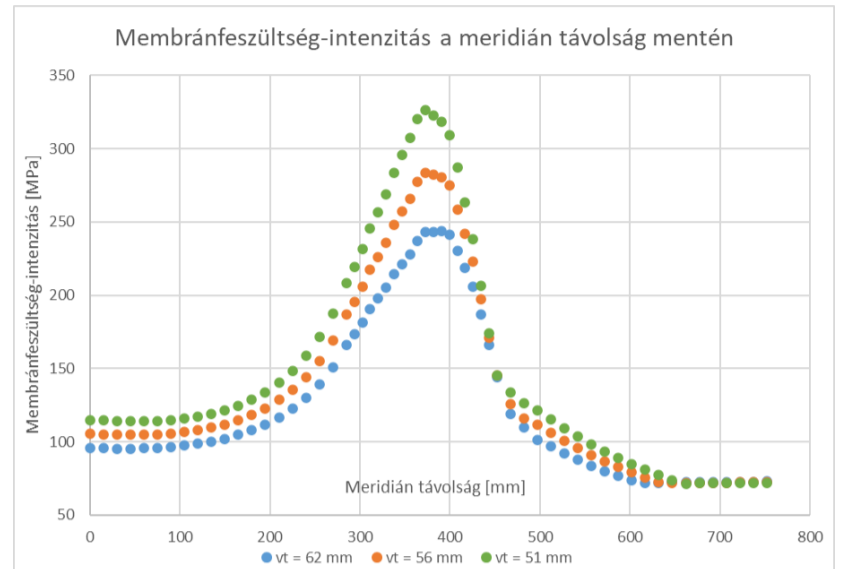
Az eredményeket a meridián irányban létrehozott nyomvonalak mentén kértük le, ezek elhelyezkedéséről is beszúrtunk egy ábrát. A meridián koordináta ívhossz koordinátaként értelmezhető.



2. ábra: A nyomvonalak elhelyezkedése a meridián irányban

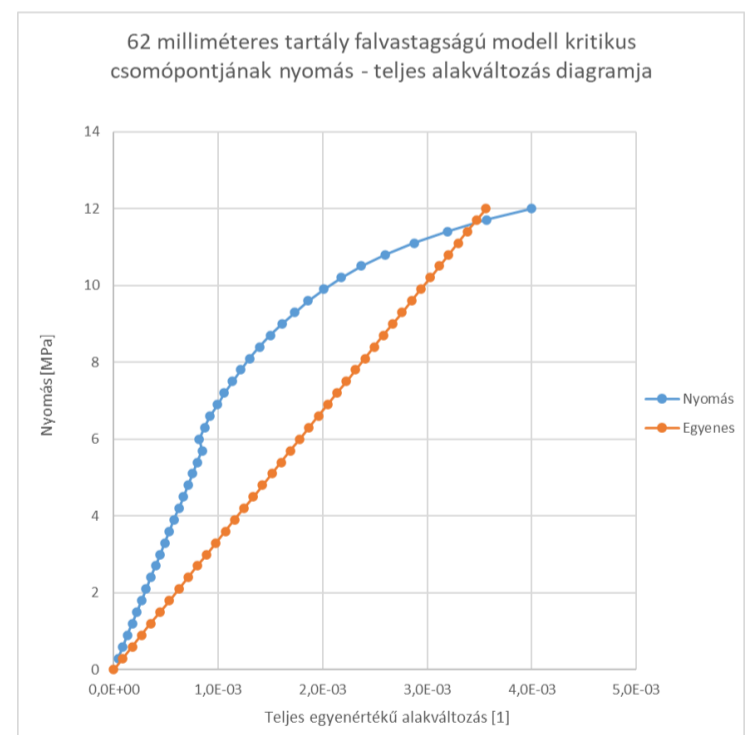
3. Eredmények

Elsőként lineárisan rugalmas anyagmodellel végeztünk számításokat, a geometriai paramétereket változtatva ábrázoltuk a membránfeszültség-intenzitást a meridián koordináta függvényében, erről látható eredmény az alábbi ábrán. A szilárdsági megfelelés a megengedett feszültségértéket meghaladó függvényrészek meridián irányú kiterjedésének nagysága alapján vizsgálható.



3. ábra: A membránfeszültség-intenzitás a meridián koordináta függvényében a tartály falvastagságát változtatva

Rugalmas-képlékeny anyagmodellel alkalmazva a tönkremeneteli terhelés nagyságát állapíthattuk meg, ami az adott csomópont terhelés-teljes alakváltozás függvényét ábrázolva úgy állapítható meg, hogy a rugalmas szakasz meredekségének felével szerkesztett egyenes metszéspontját keressük az eredeti függvénnyel. A szilárdsági megfelelés úgy állapítható meg, hogy a tervezési terhelés a tönkremeneteli terhelés kétharmadát nem haladhatja meg, és minimális falvastagság is elő van írva.



4. ábra: Példa a tönkremeneteli terhelés megállapítására

4. Összefoglalás

Az egyes feszültségek definíciója alapján megfelelő eredményeket kaptunk a geometriai paramétereket változtatva, és azt is megállapíthattuk, hogy rugalmas-képlékeny anyagmodellel alkalmazva jóval nagyobbak a megengedett feszültségértékek az adott modellekre adott terhelésen.

SZONTAGH BÁLINT

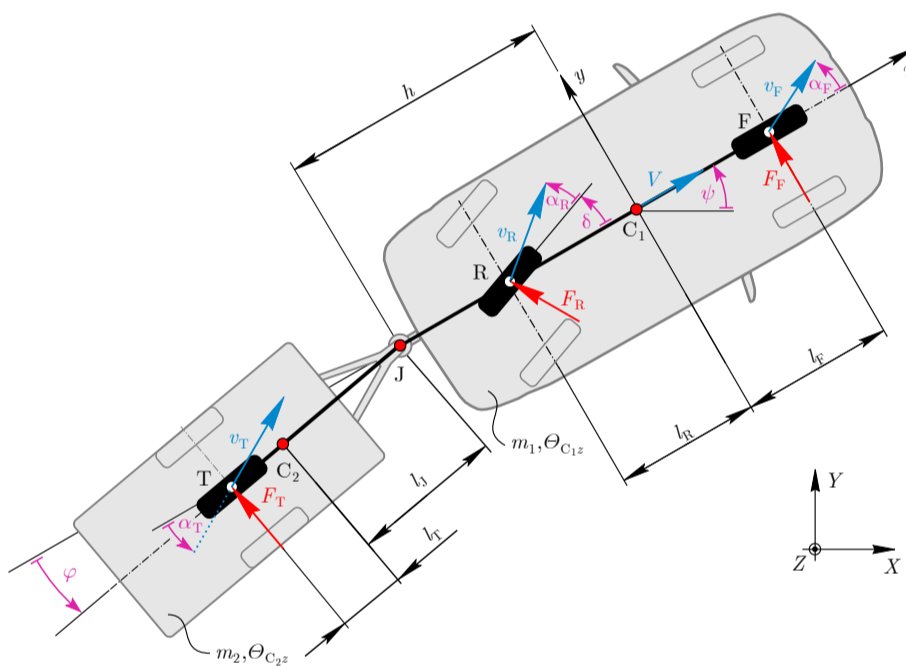
Gépészmérnöki BSc, Gépészeti Fejlesztő Specializáció, 2025/2026/I.

Témavezető: Dr. Takács Dénes, egyetemi docens, takacs@mm.bme.hu

1. Bevezetés

A jelen dolgozatban azt kívánjuk belátni, hogy a járműiparban alkalmazott hátsó kerék kormányzással nem csupán a járművet, hanem a vontatmányt is stabilizálni lehet.

A vontatmányszállítás során, a járműszerelvény instabillá válik bizonyos sebesség fölött. Ezen jelenség vizsgálatához az ún. *bicikli-modellt* alkalmaztuk, amely egy egyszerűsített síkbeli járműmodell. Célunk az erre felírt differenciálegyenlet-rendszer linearizálása, majd elemzése a stabilitás szempontjából. Továbbá szeretnénk bevezetni egy egyszerű szabályozót, amely a hátsó kerék kormánysszögét aktuálja, ezzel bővítve a stabilitási tartományt.



1. ábra. A dolgozatban használt mechanikai modell

2. Alkalmazott módszerek

A dolgozat során Wolfram Mathematica-t használtunk a számítások elvégzésére. Azt az esetet vizsgáltuk, amikor a jármű súlypontjának hosszirányú sebességére egy állandó értéket adunk meg, tehát kinematikai kényszerünk van.

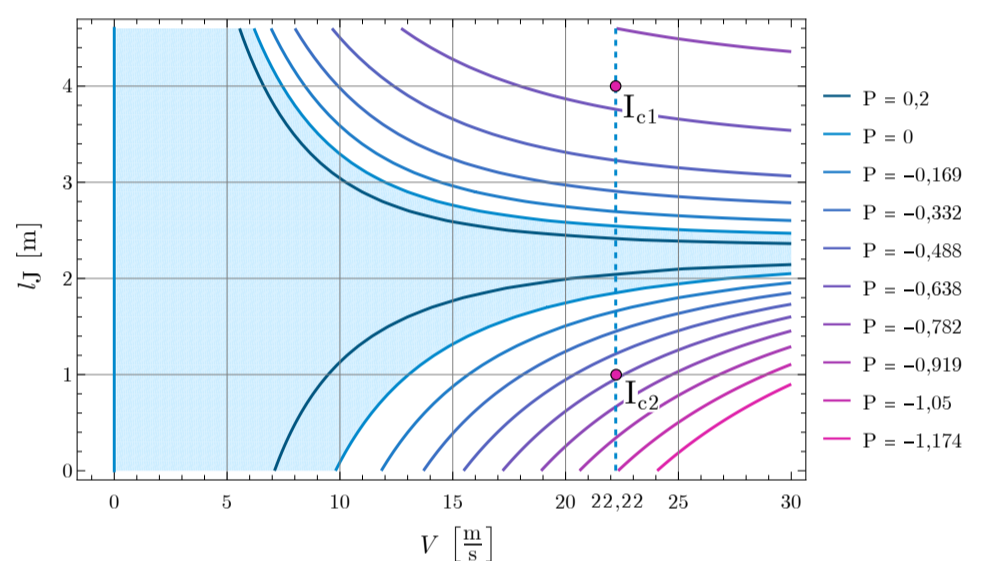
Ennek megfelelően a járműszerelvény mozgását leíró differenciálegyenlet-rendszer felírásához a *Kane-egyenleteket* használtuk. A kerekek és az útburkolat között átadódó erőket pedig az ún. *kvázi stacionárius* gumikerékmodellel írtuk fel, amely jóval pontosabb leírást tesz lehetővé az egyszerű merev kerekek helyett.

A kapott differenciálegyenlet-rendszert linearizálva, mátrixos alakra tudtuk hozni. Ezen mátrix sajátértékei-

nek segítségével végeztük a stabilitásvizsgálatot, különböző sebesség (V) és rakományelrendezés (l_J) értékekre (ld. 1. ábra). Bevezetve egy egyszerű P illetve D szabályozót, visszacsatolva a hátsó kerék kormány szögét, valamint az idő szerinti deriváltját a stabilitási tartományok módosultak.

3. Eredmények

A szabályozás nélküli esetben (ld. 2. ábra, $P = 0$) látható, hogy mind a sebesség, mind a rakományelrendezés kritikus paraméterek a stabilitás szempontjából.



2. ábra. Stabilitási térkép P szabályozó esetén

Alkalmazva a P szabályozót (ld. 2. ábra, $P \neq 0$) látható, hogy a stabilitási tartomány nagyban kibővíthető, negatív P értékek esetén, jóval nagyobb mértékben, mint a D szabályozónál.

4. Összefoglalás

A stabilitási térképen (2. ábra) látható eredményeket numerikus szimulációkkal is alátámasztva beláttuk, hogy egy egyszerű P szabályozóval nagyban kibővíthető a stabilitási tartomány a vontatmányszállítás során. A D szabályozó csak a dinamikus, míg P szabályozó esetén a statikus és dinamikus stabilitásvesztést egyaránt tudta kezelni a szabályozás.

Ezen dolgozat arra mutat rá, hogy a hátsó kerék kormányzás alkalmazása nagyban javítja a jármű stabilitását vontatmány szállítás esetén is. Érdeemes lehet további vizsgálatokat tenni a témában, így, hogy már beláttuk a stabil tartomány növelésének lehetőségét.

Development of steering system for Formula Student race car

BOLDIZSÁR TÖRÖK

Mechatronics Engineer BSc, Specialisation in Mechanical Engineering Modelling, 2025/2026/I.

Supervisor: Dr. Dénes TAKÁCS, associate professor, takacs@mm.bme.hu

1 Introduction

As a member of the BME Formula Racing Team, I developed the steering system for our 2026 electric race car. The primary engineering challenge was to design a single integrated mechanism capable of handling both manual pilot control and autonomous (driverless) steering, without compromising the performance of either mode.

The main objectives were to meet the strict Formula Student safety regulations, reduce the system's weight compared to the previous year's iteration, and eliminate mechanical play (backlash) to improve the driver's sense of control and the car's handling precision.

2 Applied methods

I began by evaluating various automotive steering concepts using weighted decision matrices to find the optimal balance between mass, complexity, reliability and other factors. Based on this analysis, I selected a configuration utilising a double-toothed rack actuated by a single universal joint steering column, see Fig. 1.

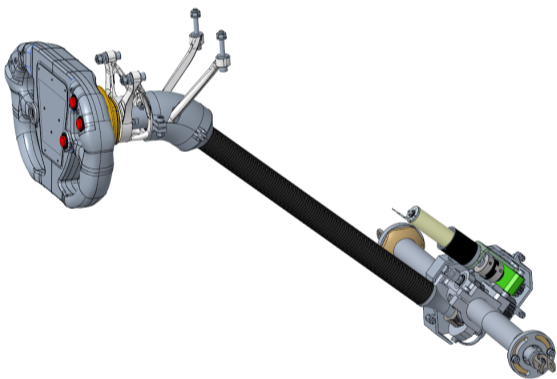


Figure 1: The integrated steering assembly

To ensure structural integrity, I performed iterative force calculations based on a maximum cornering load of 2.5 G, resulting in a design load of 1560 N on the rack. A critical component, such as the shaft connection, was validated through Finite Element Method (FEM) analysis to prevent fatigue failure under these loads.

3 Results

The final design introduces several key improvements. To address handling issues caused by backlash in previous years, I designed an adjustable eccentric ring within the

bearing housing, see Fig. 2. This allows for precise, fine-tuning of the gear mesh distance, minimising free-play throughout the season.

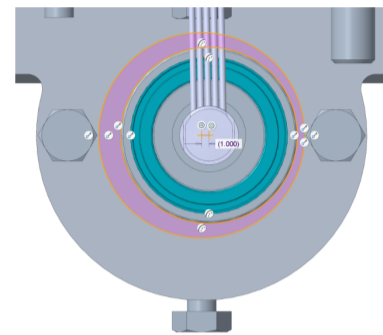


Figure 2: The eccentric ring design

For reliability, I replaced the previous polygon shaft profile with a robust keyed connection, which the FEM analysis confirmed has a safety factor of 1.4 even under conservative fatigue loading assumptions, see Fig. 3.

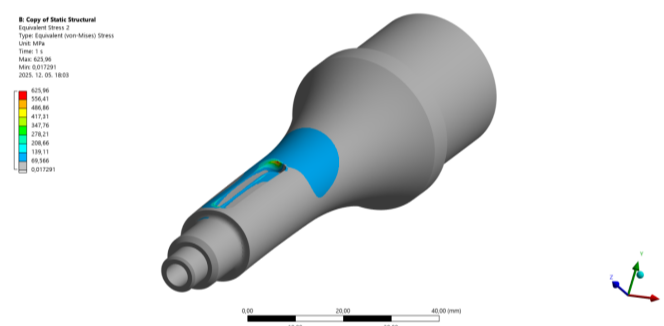


Figure 3: Von Mises stress distribution for the keyed connection.

The autonomous functionality is achieved via a Maxon electric motor and a custom disconnect mechanism. This mechanism uses a double-threaded stud to physically separate the driverless pinions when not in use, ensuring the pilot feels no added mechanical resistance during manual driving.

4 Summary

The developed steering system successfully integrates manual and autonomous requirements while fulfilling all vehicle-level goals. It complies with the Formula Student Germany 2026 rules and offers significant weight savings alongside improved adjustability. The parts are scheduled for manufacturing in January, with assembly and track testing to follow immediately to validate the handling improvements in a real-world environment.

BALÁZS TUBA

Mechatronics Engineering BSc, Specialisation in Mechanical Engineering Modelling, 2025/2026/I.

Supervisor: Dr. Dénes TAKÁCS, Associate Professor, takacs@mm.bme.hu

1 Introduction

Autonomous racing serves as a critical testing ground for advanced robotics, requiring algorithms that operate at the limits of handling. This thesis focuses on developing high-performance motion control strategies for the BME Formula Racing Team's autonomous race cars.

The primary objective is to overcome the limitations of the currently used Pure Pursuit by implementing model-based control strategies. The research targets the Formula Student Driverless disciplines, specifically Acceleration and Trackdrive, aiming to minimise lap times while ensuring stability and strict path tracking.

2 Applied Methods

To capture the vehicle's behaviour even at high speeds, a nonlinear dynamic bicycle model was derived with the accompanying transformation into a curvilinear coordinate system. Alongside a linearised variant suitable for linear optimal control formulations was also presented.

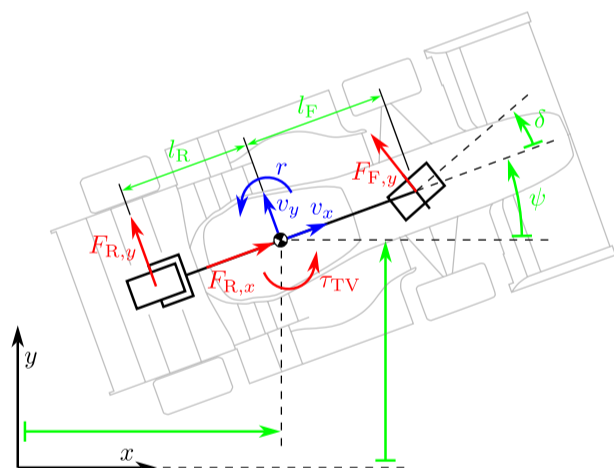


Figure 1: The dynamic bicycle model.

Based on these models, four control strategies were developed. A Linear Quadratic Regulator (LQR) was designed specifically for the Acceleration discipline to ensure stability. For complex circuit driving, three variants of Model Predictive Control (MPC) were formulated:

- Reference Tracking MPC (RTMPC): Tracks a predefined trajectory by minimising deviation from its reference points.
- Model Predictive Contouring Control (MPCC): Splits the tracking error into longitudinal and lateral components.
- Curvilinear MPC (CMPC): Uses a Frenet-frame

model where progress is measured along arc length rather than reference points.

The effects of various constraints, including track boundaries and nonlinear friction ellipses, were also examined.

3 Results

The evaluation shows that model-based controllers significantly outperform the classical geometric approach. In the Acceleration event, the LQR produced smooth, stable lateral behaviour, eliminating the oscillations observed with Pure Pursuit while maintaining minimal steering effort. For circuit driving, the optimisation-based controllers achieved far tighter path tracking, reducing maximum and RMS lateral error by more than a factor of two compared to Pure Pursuit. MPCs consistently operated near the feasible dynamic envelope, demonstrating balanced coordination of lateral and longitudinal dynamics.

In terms of racing performance, the predictive controllers improved lap times by approximately 0.4 s, with CMPC achieving the fastest overall lap despite a looser lateral error profile driven by its progress-oriented cost formulation. All MPC variants ran reliably faster than real time, with MPCC showing the most stable solver behaviour. Extensions with tyre or track constraints worked as intended but introduced notable computational overhead and frequent convergence issues, highlighting the trade-off between physical accuracy and real-time feasibility.

Table 1: Comparison of tracking accuracy, lap time, and computational cost.

Controller	RMS [m]	Lap Time [s]	Avg Solve [ms]
Pure Pursuit	0.62	51.20	–
RTMPC	0.19	50.77	2.90
MPCC	0.19	50.78	2.77
CMPC	0.42	49.53	3.02

4 Summary

The thesis demonstrates that model-based control offers a decisive advantage for autonomous racing. The LQR successfully eliminated lateral oscillations experienced with the Pure Pursuit method. The Nonlinear Model Predictive Controllers demonstrated superior path-tracking capabilities while decreasing lap times. A hybrid control architecture is proposed, switching strategies based on the racing discipline and operational conditions.

BÁLINT TUSOR

Mechatronics Engineer BSc, Specialisation in Mechanical Engineering Modelling, 2025/2026/I.

Supervisor: Levente Mihályi, PhD student, mihalyi@mm.bme.hu

1 Introduction

Truck platooning represents a promising approach for road freight transport by reducing fuel consumption, enhancing traffic safety, and alleviating driver shortages through the operation of multiple vehicles under the supervision of a single human driver. A major challenge in platooning systems is the generation of feasible and safe trajectories for the following vehicles, which is significantly constrained by their kinematic properties. In this research we examine this challenge by focusing on the planning of a U-turn maneuver for a truck-semitrailer system. As an alternative to conventional U-turn trajectories constructed from clothoid segments, a trajectory based on tractrix segments is proposed.

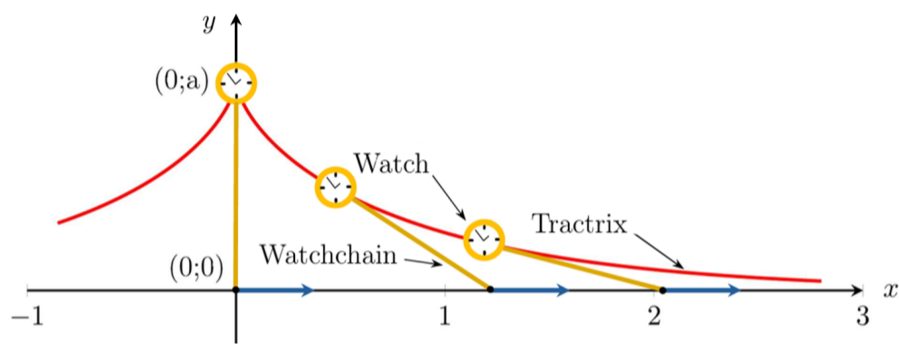


Figure 1: Generation of the tractrix curve using a pocket watch.

2 Applied Methods

To investigate the proposed path-planning approach, a Python-based trajectory generation program was developed, in which a tractrix-based U-turn path is generated by three adjustable parameters. Each trajectory consists of a circular arc connected to two tractrix segments. The asymptotic property of the tractrix enables smooth transitions between straight and curved sections. As a first step, the tractrix-based turning path was compared to a conventional clothoid-based trajectory commonly found in the literature, with the aim of identifying the potential advantages of the proposed alternative.

Subsequently, the motion of a point-mass traveling at constant velocity was simulated along tractrix-based U-turn paths generated with different parameter sets. This allowed the evaluation of the kinematic properties of the motion and the assessment of how trajectory parameters influence driving quality. Finally, the motion of a truck-semitrailer system was analyzed using a proportional Pure Pursuit controller,

where the reference point was defined at the rear axle of the truck. During these simulations, the normal and tangential accelerations of selected axles, the evolution of relative articulation angles, and the swept path effect were examined.

3 Results

Compared to conventional clothoid-based U-turn paths, tractrix-based trajectories offer clear advantages due to their smooth curvature transition between straight and curved sections, resulting in improved driving comfort. Moreover, tractrix paths are easier to generate and can be expressed more simply in mathematical terms, improving practical implementation.

The trajectory parameters significantly affect the kinematic properties, such as maximum normal acceleration, and must therefore be carefully tuned to ensure sufficiently gradual curvature changes for comfort and safety.

Finally, simulations for articulated heavy vehicles with large swept path requirements confirmed that the tractrix-based approach is particularly advantageous. Under normal driving conditions, low normal and tangential accelerations at the trailer axle enable safe cargo transport.

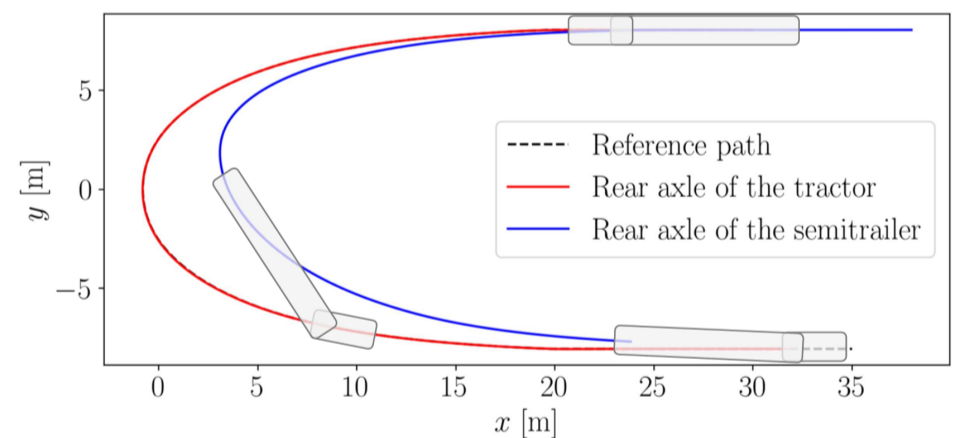


Figure 2: Trajectory of the truck's rear axle and the semitrailer's axle during the tractrix based U-turn.

4 Summary

Based on the results, the tractrix-based U-turn path demonstrates favorable characteristics that make it a promising alternative for practical use. Its smooth geometric properties and ease of generation support reliable, safe, and comfortable maneuvering, which is particularly advantageous for path planning in autonomous truck platooning applications.

Calculation of surface roughness patterns in milling operations

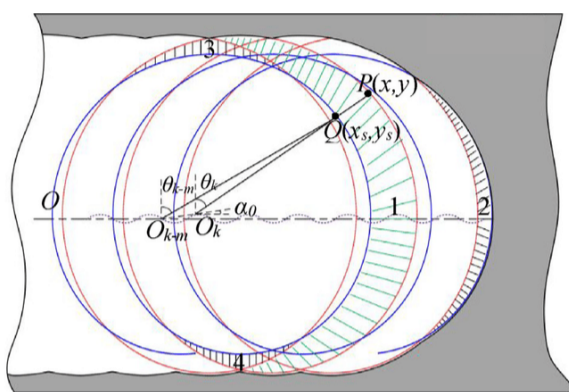
PÉTER ANDRÁS TÖRÖK

Mechatronics Engineer BSc, Mechanical Modeling Specialization, 2025/2026/I.

Supervisor: Dr. Dávid Hajdu, Assistant Professor, hajdu@mm.bme.hu

1 Introduction

Surface roughness is a critical quality indicator in precision milling. Traditional kinematic models ($R_z \approx f_z^2/8R$) assume a rigid tool and often underestimate the real roughness.



— The 1st cutting edge — The 2nd cutting edge Tool center

Figure 1: Ideal trochoidal tooth path of the mill cutter

Objective: This thesis presents a time-domain simulation model to predict surface roughness for variable pitch milling cutters, accounting for:

- Machine tool dynamics (vibrations).
- Tool geometry (runout, pitch variation).
- Dynamic tool deflection.

2 Applied Methods

Mechanical Model: Cutting forces are calculated using a linear force model and transformed into tool displacements via the system's Frequency Response Function (FRF).

Geometric Approximation: Instead of computationally expensive point-cloud methods, a novel **Parabolic Approximation** algorithm was implemented:

- Trochoidal tool paths are fitted with 2nd-order polynomials.
- The final surface is generated by calculating the lower envelope of these intersecting parabolas.
- This allows for a fast, analytical solution to the surface generation problem.

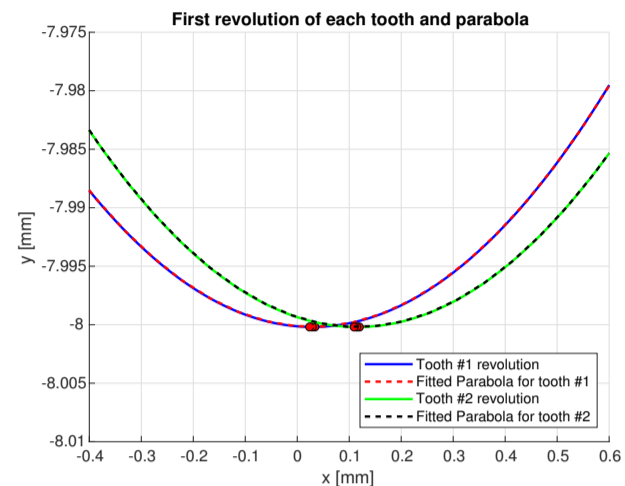


Figure 2: Fitted parabola on the trochoidal tooth paths

3 Results

Stability Map (R_z vs. n): A parametric sweep (4500 – 20000 [rpm]) revealed the dynamic behavior.

- **Resonance:** Roughness peaks occur where the tooth passing frequency coincides with the natural frequency ($n \approx 7800$ [rpm]).
- **Sweet Spots:** Optimal zones (e.g., $n \approx 12000$ [rpm]) offer minimal roughness.

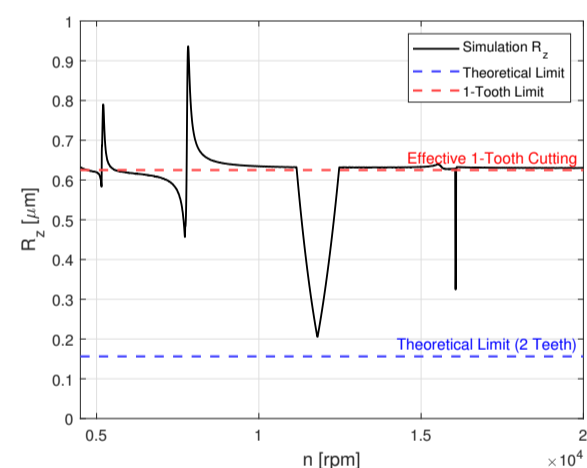


Figure 3: Surface roughness (R_z) vs. spindle speed (n)

One-Tooth Dominance: In unstable regions, vibrations cause a "runout effect" where only one tooth generates the surface, effectively quadrupling the roughness compared to the kinematic ideal.

4 Summary

- The simulation successfully predicts that dynamic roughness significantly exceeds the theoretical kinematic limit (0.21 [μm] vs 0.16 [μm]).
- The parabolic approximation method proved to be both accurate and computationally efficient.
- The model enables process planners to select optimal spindle speeds to maximize productivity while maintaining surface quality.