

ANDRÁS GÖRCS

Mechatronics Engineer BSc, Specialisation in Mechanical Engineering Modelling, 2024/2025/II.

Supervisor: Dr. Giuseppe Habib, Associate professor, habib@mm.bme.hu

1 Introduction

Currently, minimal research exists on the assessment of robustness of RL controllers. This motivated me to adopt dynamical integrity measures, robustness metrics from classical nonlinear dynamics, and examine the challenges of applying them on Deep Q -learning agents balancing an example 2 DoF underactuated cart-pole system (Figure 1).

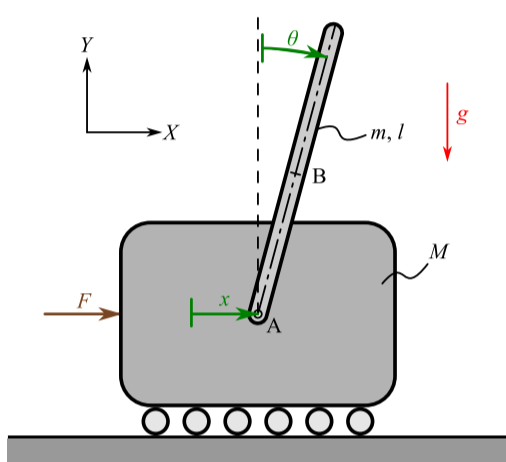


Figure 1: Mechanical model of the investigated cart-pole system (control force denoted by F , generalized coordinates by x and θ)

2 Applied Methods and Metrics

Deep Q -learning agents with a simple single-hidden-layer MLP structure were trained to balance the pendulum within a given angle range. During training, they were subject to varying initial pendulum angle ranges and random initial angle selection methods (discrete IC: $\theta_0 = \pm\theta_{\text{init_extent}}$, continuous IC: $\theta_0 \in [-\theta_{\text{init_extent}}, +\theta_{\text{init_extent}}]$). Some agents observed only the $\theta, \dot{\theta}$ state variables (yielding simpler neural networks), others x, \dot{x} as well, while having the x cart position limited too.

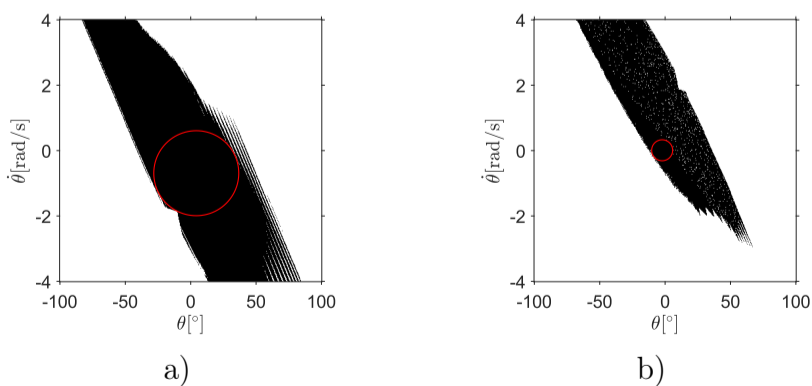
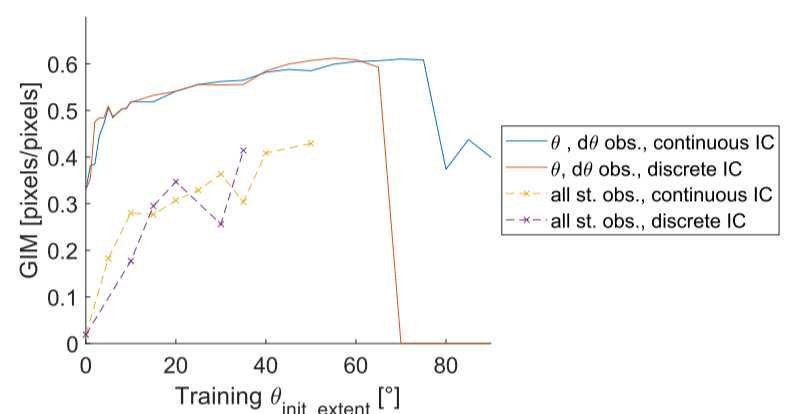


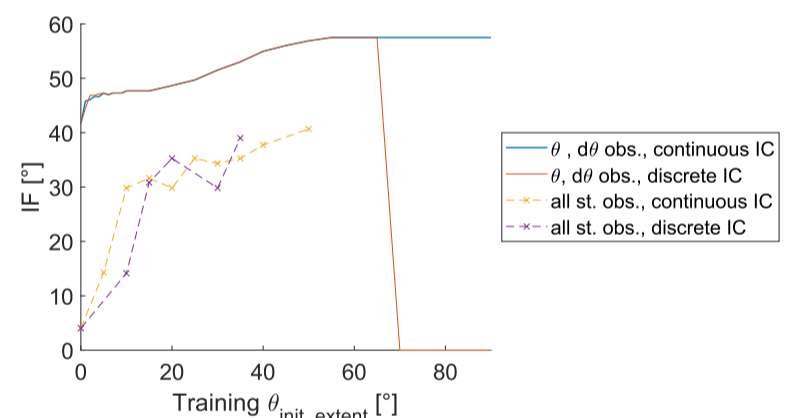
Figure 2: Example safe basins, black pixels represent the initial conditions where the pendulum was successfully kept within the given angle range, red circles indicate the IF

The agents were tested on a grid of initial conditions and the results were compiled into safe basins (Figure 2). Based on these, two dynamical integrity measures were calculated: the global integrity measure (GIM), representing the area of the safe basin compared to the total plot area, and the integrity factor (IF), representing the radius of the largest inscribed circle within the basin.

3 Results and Summary



a) Global integrity measure



b) Integrity factor

Figure 3: Dynamical integrity of $\theta, \dot{\theta}$ (solid lines) and all state variable observability and limited x (dashed lines) agents as the function of the explored pendulum angle range during training. Non-fully trained agents were neglected.

My results underline that simpler agents generalize and perform better in unexplored regions of state space. A larger exploration range yields better robustness; specifically, initial increases in the range provide the greatest benefit.

I also found that the GIM and IF form a complementary pair of measures well-suited for assessing the robustness of RL controllers, as the parallel computational hardware necessary for their rapid calculation is already a prerequisite for RL training. Such elaborate metrics are also necessary to accurately describe the robustness, as major fractal incursions into the safe basins are possible (Figure 2b).

W-plasztika mechanikai modellezése végeleemes szimulációkkal

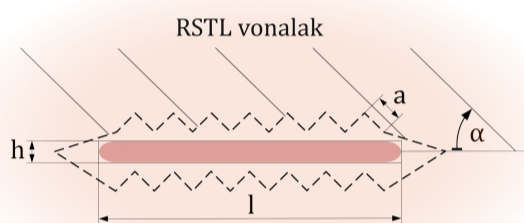
BAKK DOROTTYA

Gépészmérnöki BSc, Gépészeti Fejlesztő Specializáció, 2024/2025/II.

Témavezető: Dr. Kossa Attila, egyetemi docens, kossa@mm.bme.hu

1. Bevezetés

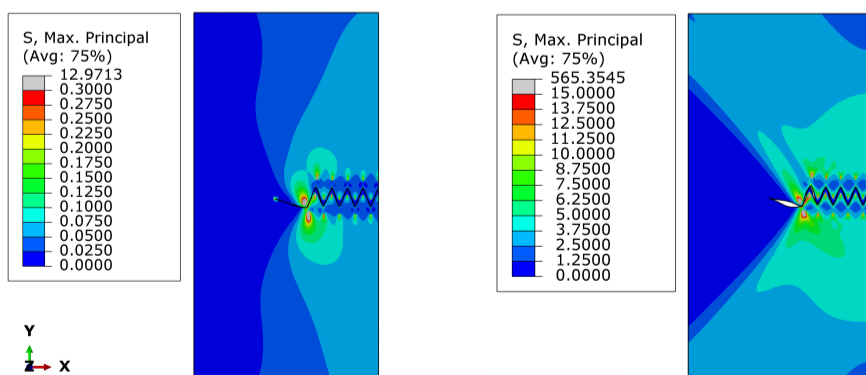
Az orvostudomány számára viszonylag régóta ismert tény, hogy a különböző traumákat vagy műtéti bemetszéseket követően a bőrben kialakuló feszültségek nagymértékben befolyásolják a sebgyógyulási folyamatot és a megmaradó heg méretét. Dolgozatom kifejezetten a W-plasztika nevű hegkorrekciós technikára fókuszálva azt hivatott megvizsgálni, hogy a mérnöki gyakorlatban jól bevált végeleemes módszer (VEM) felhasználható-e a különböző sebészeti beavatkozások során ejtett vágások optimalizálására.



1. ábra. W-plasztika szemléltetése

2. Alkalmazott módszerek

Munkám során egy olyan kétdimenziós VEM modellt hoztam létre, amely segítségével a fent említett eljárás geometriai paraméterértékeinek feszültségeloszlásra gyakorolt hatása vizsgálható. Első közelítésként izotrop anyagmodellt alkalmaztam, majd megvizsgáltam az anizotrop viselkedés befolyását. A különböző konfigurációknak megfelelő modellek generálása parametrizált szkript alkalmazásával történt, amely lehetővé tette azok gyors és automatikusan felépítését. A kiértékelés során a feszültség- és alakváltozási mezők megjelenítésén túl, egy a vágás mellett definiált útvonal mentén ábrázoltam a legnagyobb főfeszültség értékét, valamint elemeztem a varrófonalakat reprezentáló csatlakozóelemekben ébredő reakcióerők nagyságát.

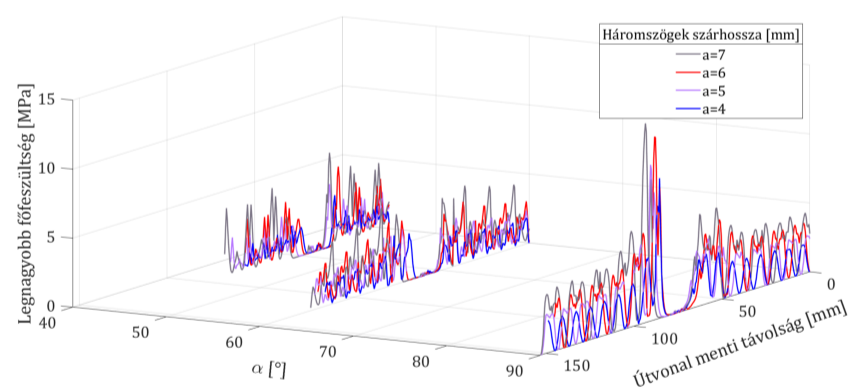


2. ábra. Feszültségmező szemléltetése izotrop (bal) és anizotrop (jobb) anyagmodell alkalmazása esetén

A módszer egyik nagy előnye, hogy képes kezelni a bőr olyan komplex tulajdonságait, mint az anizotropia és a nemlineáritás. Néhány egyszerű módosítással a modell alkalmazsága tehető egyéb, a bőr kimetszésével és összeöltésével járó beavatkozások tanulmányozására is.

3. Eredmények

A kapott eloszlásmezők és diagramok alapján egyértelműen megállapítható, hogy a bemetszés geometriai paramétereinek módosításával, ezen belül is különösen az a szárhossz változtatásával jelentősen befolyásolható a feszültségeloszlás a metszés környezetében. A legmagasabb mechanikai igénybevételek $a = 7$ mm esetén adódtak, míg a legkedvezőbb feszültségeloszlásokat az $a = 4$ mm értékhez tartozó konfigurációk mutatták. Ez összhangban van azzal a ténnyel, hogy a nagyobb szárhosszakhoz nagyobb deformáció társul, ami kedvezőtlen hatással van a sebszélek összehúzására. A legkisebb főfeszültség elemzése során a metszés végeinél mindkét anyagmodell esetén nyomó irányú igénybevételek léptek fel, ami megerősíti azt a klinikai megfigyelést, miszerint ezen a területen gyakran tapasztalható bőrkitüremkedés a seb nem megfelelő zárása esetén.



3. ábra. σ_1 görbék ábrázolása

4. Összefoglalás

A bemutatott lépések és eredmények megfelelő alapot nyújthatnak egy kiterjesztett háromdimenziós modell létrehozásához, amely a bőrszövet rétegzettségét és komplexebb mechanikai válaszait is képes kezelni. Klinikai adatbázisokkal vagy mérésekkel való validációra építve, a módszer továbbfejlesztése lehetőséget nyújthat a jövőben a plasztikai sebészeti beavatkozások még precízebb, személyre szabott tervezésére, valamint orvostanhallgatók számára oktatási célú szemléltetésre.

Intake system optimization of a Formula Student car

ANDRÁS BOKOR

Mechatronics Engineer BSc, Specialisation in Mechanical Engineering Modelling, 2024/2025/II.

Supervisor: Kristóf Martinovich, Consultant: Dr. Dávid Csemány

1. Introduction

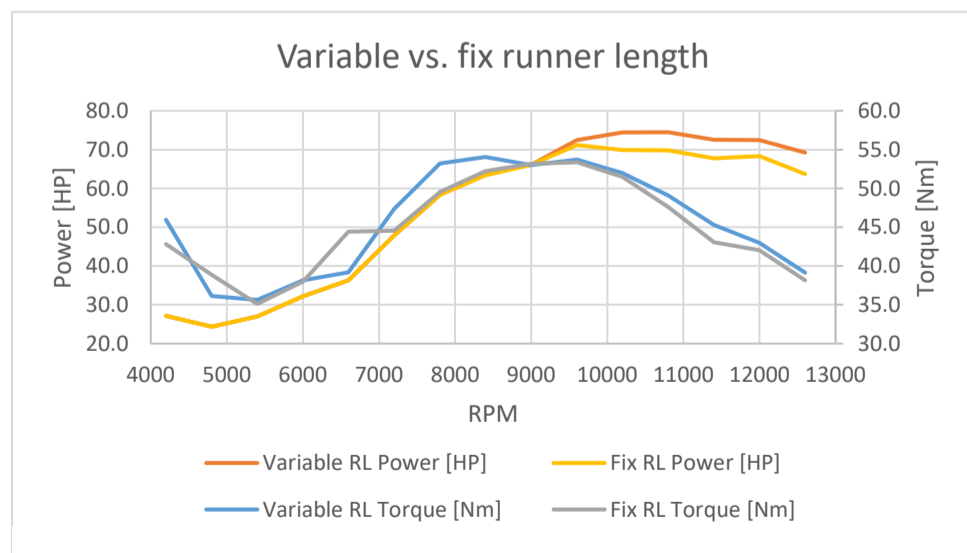
Formula Student is recognized as the world's largest student engineering competition, where teams around the globe design, build, and race formula-style cars. Our team at BME Motorsport participates in the combustion-hybrid category and utilizes a Suzuki GSX-R 600 engine equipped with a 20 mm air restrictor. By optimizing the intake manifold geometry, we aim to improve volumetric efficiency, torque, and power output in the engine's most critical operating range between 7 000 and 10 000 rpm, which is essential for dynamic events.



1. Figure Formula Student's intake system

2. Applied methods

First, a thorough literature review was conducted covering Helmholtz resonance theory, two-stage and three-stage variable-length intake manifolds, and continuous tuning concepts as demonstrated on the Mazda 787B. Next, a detailed 1D simulation model was built in GT-Power, which included ambient air intake, bellmouth entry, Venturi section, plenum chamber, runners, and cylinder ports. Parametric sweeps were performed for plenum volumes ranging from 3.1 to 6.4 liters, runner inlet

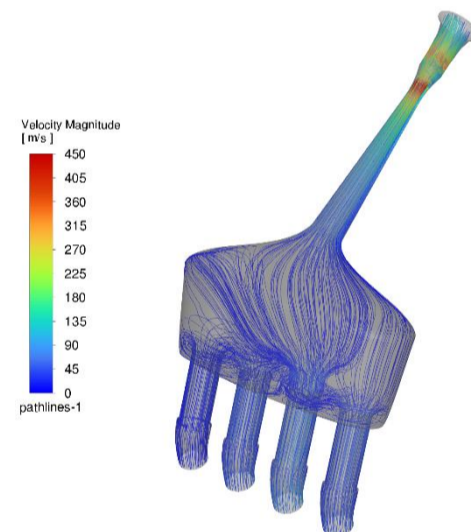


2. Figure: Final torque curve after parameter sensitivity

diameters from 30 to 50 mm, and variable runner stroke lengths up to 80 mm. Following simulation, the model predictions were validated on a chassis dynamometer by comparing torque output, mass air and manifold pressure readings, and intake pressure waveforms at 10 800 rpm. Finally, 3D CFD simulations were carried out using a density-based solver and time-dependent boundary conditions to assess flow uniformity and pressure recovery.

3. Results

Optimizing the intake geometry delivered approximately a 5 % increase in average torque across the most critical speed band (7 000–10 000 rpm). The adaptive runner-length mechanism maintained peak torque within ± 5 Nm across the entire range, broadening the usable torque band and enhancing overall drivability. Engine dynamometer tests confirmed the performance improvements predicted by the simulation workflow, and CFD analysis revealed excellent flow uniformity with over 98 % pressure recovery, indicating very low internal losses in the redesigned manifold.



3. Figure: Pathlines of the velocity magnitude at 10800 RPM

4. Summary

This study confirms that a variable-length intake manifold design significantly broadens the peak-torque band, improving engine performance in dynamic driving scenarios. Integrating one-dimensional simulation with three-dimensional CFD and experimental validation greatly accelerates the design iteration. The final intake geometry has been implemented on the FRC-12 car, employing a Faulhaber linear actuator to enable real-time tuning of runner length.

Analytical and Numerical Analysis of Different Forms of the Compressible Mooney-Rivlin Hyperelastic Model

NÁNDOR SZABÓ

Mechanical Engineering Modelling MSc, Major in Solid Mechanics, 2024/25/II.

Supervisor: Dr. Attila Kossa, associate professor, kossa@mm.bme.hu

1. Introduction

This thesis investigates one of the earliest and still widely used hyperelastic material model: the Mooney-Rivlin model. Hyperelastic materials, such as rubber-like materials, gels and biological tissues typically exhibit very limited volumetric deformation. Therefore, an additional volumetric term is needed in the strain energy density function of the material model. The Mooney-Rivlin model with the most commonly used volumetric term variant can be written in the following form:

$$W(\bar{I}_1, \bar{I}_2, J) = C_{10}(\bar{I}_1 - 3) + C_{01}(\bar{I}_2 - 3) + \frac{1}{D_1}(J - 1)^2. \quad (1)$$

However, this formulation has several drawbacks. The objective of this thesis is to identify the limitations of this original volumetric term and to analyse six alternative model formulations with different volumetric term variants. The study is performed under three fundamental loading conditions: uniaxial, equibiaxial and planar loadings.

2. Applied methods

The analytical investigation was carried out in MATLAB. Firstly, the stress solutions, which are not expressible in a closed form, were derived. After that, numerical techniques were applied to determine the $\lambda_t(\lambda)$ stretch functions with various model parameters. This process required the application of the arc-length method, which was introduced and utilized for validation. Overall, the stretch functions of the original model are characterized by limited accuracy, incorrect limit values as $\lambda \rightarrow 0$ and unstable regions. Furthermore, all six model variants and all three load cases have been investigated.

The analytical findings were validated through finite element simulations using the Ansys FEA software. This required the implementation of the User-Programmable Features (UPF) of the software to create custom material models by user-defined subroutines.

3. Results

The comparison of the $\lambda_t(\lambda)$ functions for the uniaxial loading case with six different model variants using one specific parameter combination is presented in Figure 1. It is shown that the stretch solutions of the model variants vary significantly.

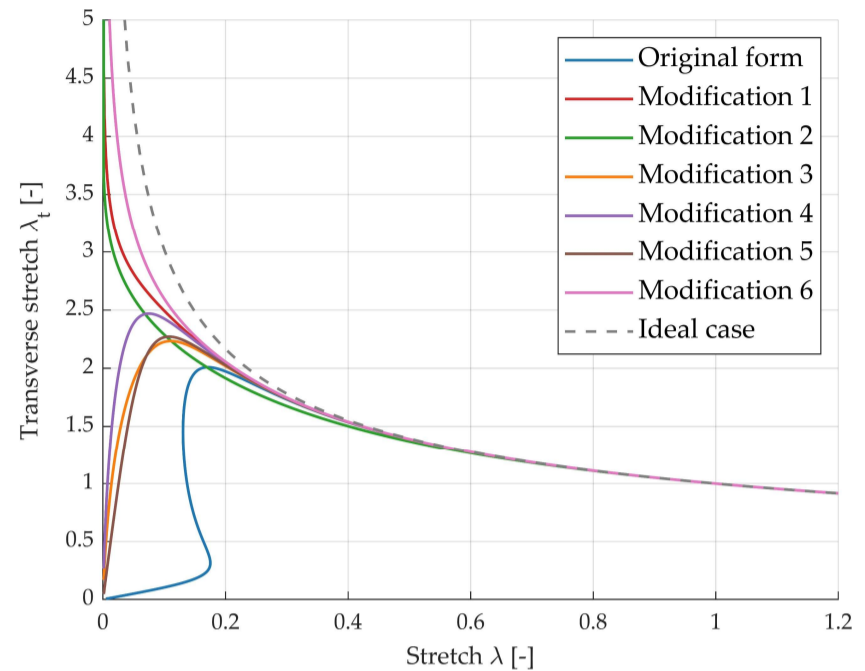


Figure 1: Comparison of the $\lambda_t(\lambda)$ functions.

To illustrate the simulation of the uniaxial deformation, an in-between state at $\lambda = 0.6$ can be seen in Figure 2. The quantity displayed is the directional displacement in the Y direction.

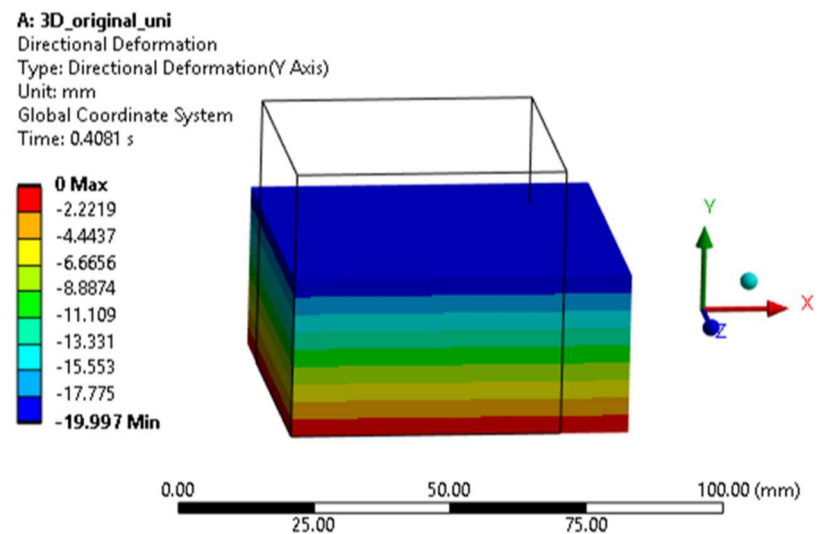


Figure 2: In-between state of the FE simulation.

4. Summary

The analysis of the six model variants demonstrated clear improvements. The accurate ranges are significantly extended, unstable regions are eliminated in all cases and several models also produce correct limit as $\lambda \rightarrow 0$. It is important to mention that no hyperelastic material model is universally perfect. The selection of an appropriate model must always be guided by the characteristics of the problem. Nevertheless, it can be concluded that all six investigated model variants proved to be more accurate and reliable than the original formulation. Based on the comparison of the analytical calculations and FE simulation, it can be stated that all results are identical.

Mechanical analysis of indentation of polymer foams with spherical punch

SIMON KALÁSZI

Mechatronics Engineer BSc, Specialisation in Mechanical Engineering Modelling, 2024/2025/II.

Supervisor: Dr. Szabolcs BEREZVAI, Assistant professor, berezvai@mm.bme.hu

1 Introduction

As polymer foams become more widely used, the need for accurate mechanical models for the highly nonlinear behavior of these foams also increases. To determine and classify the properties of foams, various compression and indentation test have been developed. This thesis aims to analyze the effect that different parameters have on the stress triaxiality inside the material during an indentation test with a spherical punch.

A parameter fitting python script was also developed, that could provide values for the material model parameters based on measurement data. This enabled the comparison of the simulations with real life punch tests.

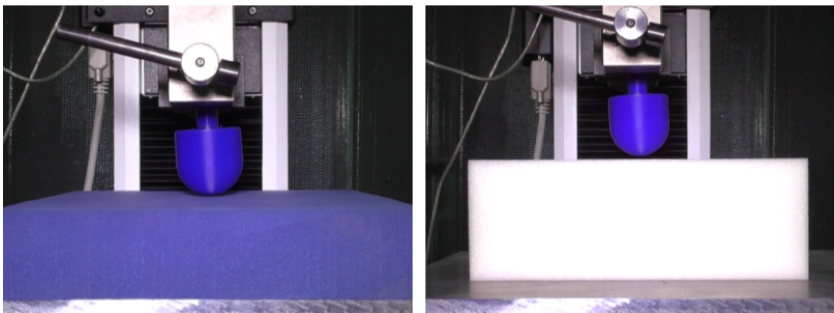


Figure 1: Punch test for different foam types

2 Applied Methods

The study utilizes a scripted parametric finite element model analysis, that allows a systematic investigation of the input parameters to be carried out. The finite element model is a 3D quarter model of a foam cube, that uses the hyperfoam material model. The strain energy function of this material model can be written as

$$W = \sum_{i=1}^N \frac{2\mu_i}{\alpha_i^2} (\lambda_1^{\alpha_i} + \lambda_2^{\alpha_i} + \lambda_3^{\alpha_i} - 3 + \frac{1}{\beta_i} (J^{-\alpha_i\beta_i} - 1)). \quad (1)$$

The parameters α , β , and μ from this equation are the material input variables for the study. The geometric input parameters are the height and width of the foam, the radius of the indenter head, and the indentation depth. This way different radius/width and depth/height ratios could be looked at. The script then performs the simulations, and plots the stress triaxiality in different predefined characteristic points of the crosssection of the foam. This metric

describes the ratio of hydrostatic stress to equivalent von Mises stress.

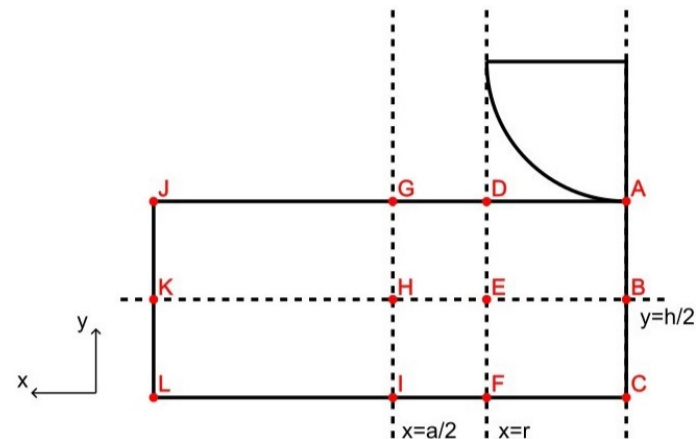


Figure 2: The characteristic points of the investigated foam

3 Results

The resulting graphs for one of the points can be seen in Figure 3. It shows the connection between different parameter combinations and the resulting stress triaxiality.

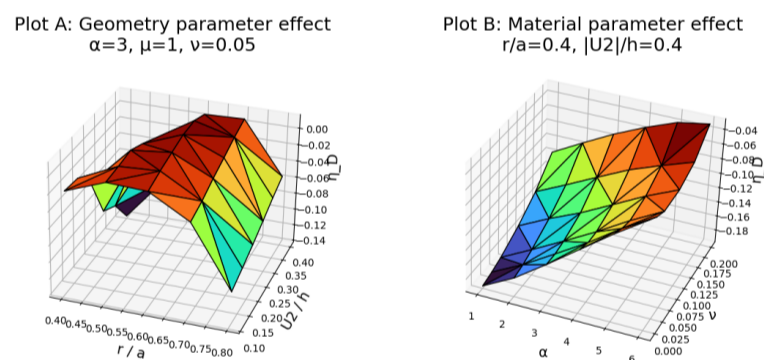


Figure 3: Stress triaxiality plots for point D

4 Summary

The input parameters had different impacts on the stress triaxiality in each point, therefore no generalized conclusion could be drawn. This is due to the highly nonlinear behavior of polymer foams, resulting in complex stress states inside the material.

The parameter fitting script utilized the first order hyperfoam model, which couldn't describe the real behavior of the tested foams accurately, but followed their general characteristics.

Investigation of the applicability of finite element techniques for the simulation of Shore hardness tests

GERGŐ KELLE

Mechanical Engineering Modelling MSc, Major in Solid Mechanics, 2024/2025/II.

Supervisor: Dr. Szabolcs BEREZVAI, associate professor, berezvai@mm.bme.hu

1 Introduction

Shore hardness is widely used for characterizing materials, while the appropriate scale for elastomers and rubber-like materials is Shore A. Accurate results require specimens that meet strict geometric standards, but these are often impractical. Therefore, this thesis set out to answer the following key question: *Is it possible to eliminate the distortion effect when requirements does not meet the standard minimum?*

2 Gathering results & simulation

To gather the necessary data, an automated simulation workflow was developed, as shown in Figure 1.

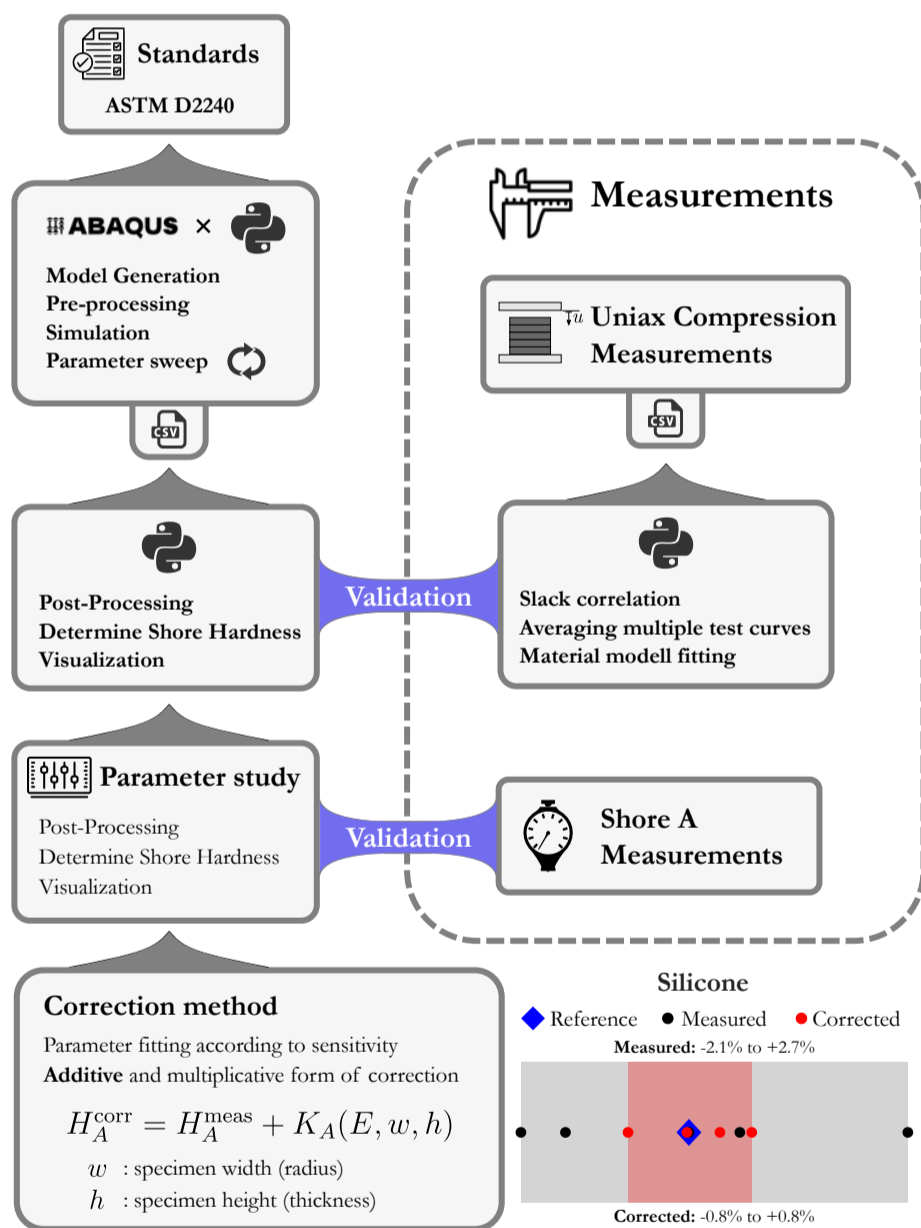


Figure 1: Workflow of the thesis structure and simulation

During automation, the first challenge was to extract Shore A hardness from simulation. This was done by comparing the simulated force–displacement curve to the calibrated spring response of the durometer known from standards and user manuals as

$$F_s = 0.55 + 0.075H_A.$$

By finding the intersection point between the simulation results and the calibrated spring force, the corresponding Shore A value is determined as Figure 2 shows.

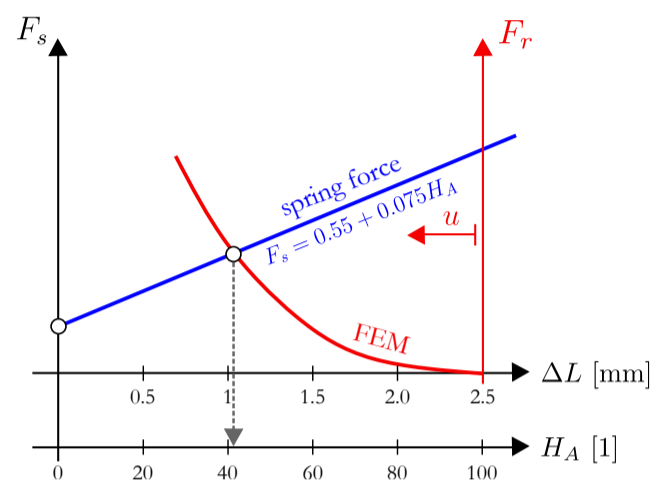


Figure 2: Shore A hardness from FE-simulation

3 Results

As for results, i've investigated every geometric parameter and some material parameter and tried many types of additive or multiplicative correction methods. The most efficient correction method achieving over 90% error reduction and formulated as

$$K_A = C_1 \cdot E + C_2 \cdot \frac{1}{w} + C_3 \cdot \frac{1}{h} + \log(E) (C_4 + C_5 \cdot \frac{1}{h} + C_6 \cdot \frac{1}{w}) + C_7,$$

$$H_A^{corr} = H_A^{meas} + K_A(E, w, h).$$

With this correction method the results are more aligned with the so called reference result as Figure 3 shows

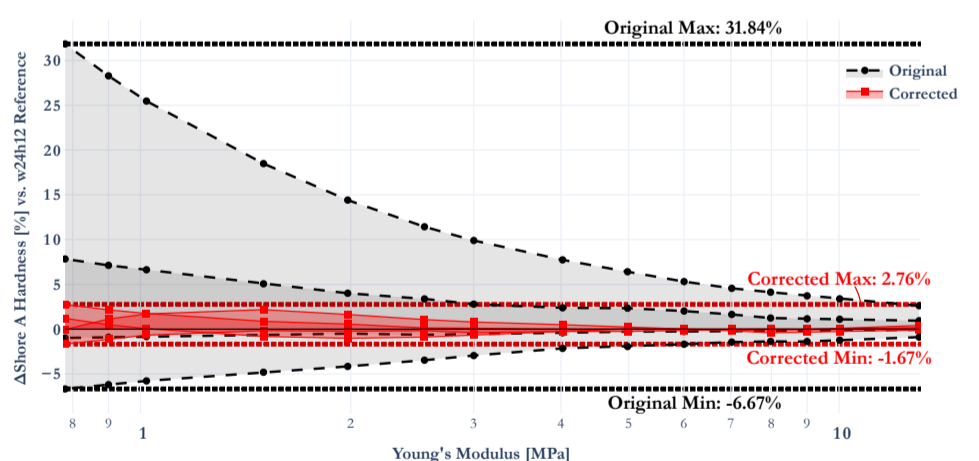


Figure 3: Deviation from the reference after correction

4 Summary

The developed correction method enables reliable Shore A testing even when standard specimen dimensions cannot be met. The method was based on automated FE simulations and validated experimentally, achieving over 90% error reduction in the 20–80 Shore A range.

Köridő szimuláció hibrid hajtású versenyautók számára

KISS BÁLINT

Gépészmérnöki BSc, Gépészeti Fejlesztő Specializáció, 2024/2024/II.

Témavezető: Dr. Takács Dénes, egyetemi docens, takacs@mm.bme.hu

1. Bevezetés

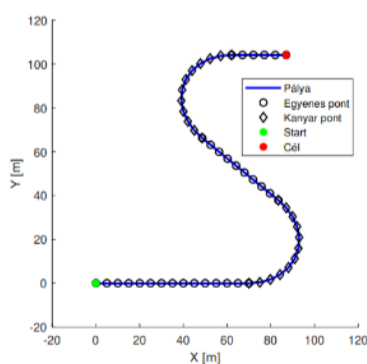
A versenyautók fejlesztésében egyre nagyobb szerepet kapnak a szimulációs eszközök, amelyek gyors és költségkímélő módot kínálnak különböző műszaki megoldások hatásának előzetes értékelésére. A hibrid hajtásláncok megjelenése új fejlesztési irányt nyitott a BME Motorsport számára, amely belső égésű motorral szerelt járművét egy első tengelyre szerelt elektromos hajtással egészíti ki. A megfelelő rendszertervezéshez és fejlesztéshez elengedhetetlen egy olyan szimulációs eszköz, amely előre jelezni képes a különböző hajtáslánc-konfigurációk teljesítményét. A dolgozat célja egy kvázi-stacionárius numerikus köridőszimulációs modell kidolgozása, amely alkalmas a hibrid és hagyományos hajtás összehasonlítására különféle versenyszámok esetén.



1. ábra. A BME Motorsport csapata

2. Alkalmazott módszerek

A szimuláció egy kvázi-stacionárius modellre épül, amelyben az autó mozgását tömegpontként kezeljük. A pálya egyenlő lépésközű pontokra bontása lehetővé teszi a sebességprofil kiszámítását mind kanyarban, mind egyenes szakaszokon. A kanya



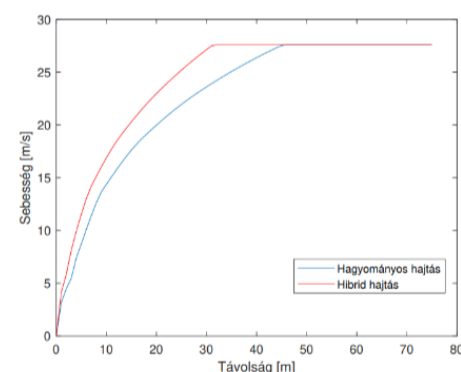
2. ábra A pálya modell amin a numerikus profil számol

rodás során fellépő oldal- és hosszirányú gyorsulások kombinációját egy tapadási határ korlátozza, amelyet a gumiabroncs jellemzői és a normálerő határoz meg.

A modell iteratív módon számolja ki a jármű maximális sebességét minden pályaponton, figyelembe véve a gyorsítási és fékezési korlátokat is. A hajtáslánc karakterisztikáját, így a motor teljesítményét és a hibrid rendszer nyomatékleadását külön modell írja le, amely lehetővé teszi a két hajtásrendszer összehasonlítását valós pályaviszonyok között.

3. Eredmények

A szimuláció eredményei alapján a hibrid hajtású jármű bizonyos versenyszámokban – különösen a gyorsulásban és az autocross pályán – érzékelhető előnyt mutatott a hagyományos hajtással szemben. A villanymotorok által nyújtott kiegészítő nyomaték javította a kigyorsítási szakaszok hatékonyságát, miközben a regeneratív fékezés előnyösen hatott az energiamegazdálkodásra. A végsebességek és köridők összehasonlítása alapján a hibrid rendszer különösen a technikás pályarészekén nyújtott jobb teljesítményt.



3. ábra A gyorsulás versenyszám sebességprofilja

4. Összefoglalás

A kidolgozott szimulációs modell lehetőséget ad különböző hajtáslánc-kialakítások objektív összehasonlítására a Formula Student versenyekhez hasonló pályakörnyezetben. A hibrid rendszer előnyei leginkább a rövid, technikás szakaszokon és a gyorsulási versenyszámokban mutatkoztak meg. A numerikus módszer jól használható fejlesztési döntések megalapozására, és a jövőben tovább bővíthető részletesebb gumimoddellel vagy energiagazdálkodási szimulációval. Az eredmények a BME Motorsport fejlesztési irányait is támogatják, különös tekintettel a hibrid hajtáslánc jövőbeli integrációjára.

Nyomtatott áramkörök fajlagos nyúlásainak analitikus közelítése és validációja végelelemes módszerrel

KOPASZ BOLDIZSÁR

Gépészmérnöki BSc, Gépészeti Fejlesztő Specializáció, 2024/2025/II.

Témavezető: Dr. Magyar Bálint Balázs, adjunktus, magyar@mm.bme.hu

1. Bevezetés

A nyomtatott áramkörök fajlagos nyúlásainak vizsgálata nélkülözhetetlen a mai világban. Az áramköri komponensek elektromos vezető szerepük végett nagyon érzékenyek a nyúlásokra. A nyúlások olyan geometriai megváltozást okoznak (például keresztmetszet csökkenés), melyek módosítják a vezetők elektrofizikai tulajdonságait, ezért nagyon merev és rideg anyagokból gyártják ezeket. Ezek az áramköri komponensek már kismértékű fajlagos nyúlásra is sérülnek, elrepednek. A repedések olyan rejtett hibákat eredményeznek, amelyek mellett az alkatrész sikeresen teljesíti a gyártósorvégi tesztek, azonban nem megjósolható, hogy mikor és milyen problémát fog okozni. Ipari környezetben végelelemes módszerrel történnek ezek a vizsgálatok, amelyek nem is magára a komponensekre vonatkoznak, hanem a nyomtatott áramkör nyúlási zónáinak meghatározására. Egy ilyen vizsgálat relatív sok időt vesz igénybe (pl. 2-3 hét) éppen ezért ez az idő redukálása kulcsfontosságú költség és hatékonyság szempontjából.



1. ábra Mikrorepedések egy nyúlásérzékeny komponensben

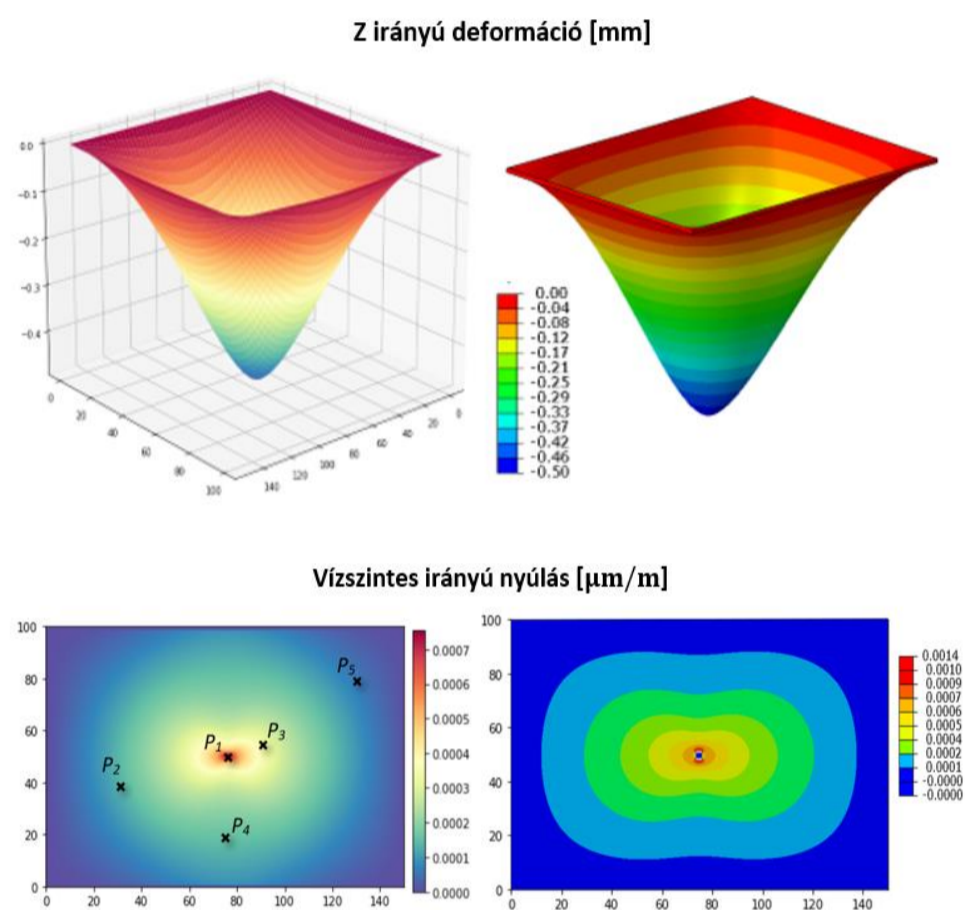
2. Alkalmazott módszerek

A feladat kidolgozása során megvizsgáltam a nyomtatott áramkörök leggyakoribb terhelési eseteit, amelyekből a veszélyes nyúlások fakadnak. Ezek alapján kiválasztottam 4 db lemez- és héjelméletet, amelyek egyes esetekben potenciálisan kiválthatják a nyomtatott áramkörök végelelemes nyúlásanalíziseit. Elvégeztem az analitikus és a végelelemes számításokat a kiválasztott modellek peremfeltételeinek megfelelően.

Az analitikus számításokat egy konvergencia vizsgálat előzte meg, mivel a mechanikai modellek végtelen trigonometrikus sorok formájában vannak kifejezve. Ezután kiszámítottam a deformációs alakot, amelyből fajlagos nyúlási értékeket származtattam. A vizsgálatokhoz ABAQUS, Python és MATLAB környezetet használtam.

3. Eredmények

A vizsgálatok során először vizuálisan hasonlítottam össze a deformációs alakokat, majd utána tetszőlegesen megválasztott kiértékelési pontokban a számszerű adatokat is. A nyomtatott áramkörök esetében a peremfeltételektől távol egyes modellek elfogadható hibával visszaadták a végelelemes eredményeket, tehát megfelelő biztonsági tényezők mellett alkalmazhatók ipari környezetben való alkalmazásra.



2. ábra: A Navier-féle analitikus (bal) és a végelelemes (jobb) deformált és fajlagos nyúlás alakja

4. Összefoglalás

A kapott eredmények alapján elmondható, hogy az analitikus képletek egyes esetekben jól visszaadják a végelelemes eredményeket, azonban ezek a képletek csak szigorú peremfeltételek mellett alkalmazhatók megfelelően. Megfigyeléseim alapján a lemez- és héjelmélet többsége acél és vasbeton szerkezetek vizsgálatára alkalmasak, melyek vonal mentén, azaz a teljes peremeik mentén vannak rögzítve/befogva. A nyomtatott áramkörök esetében a csavaros megfogás a jellemző, ami inkább a pontszerű rögzítésre hasonlít, ezért nehéz olyan analitikus modellt találni, ami jól leírja a nyomtatott áramkör beépítési környezetét.

Esztergálási folyamatok stabilitásvizsgálata és dinamikai szimulációja

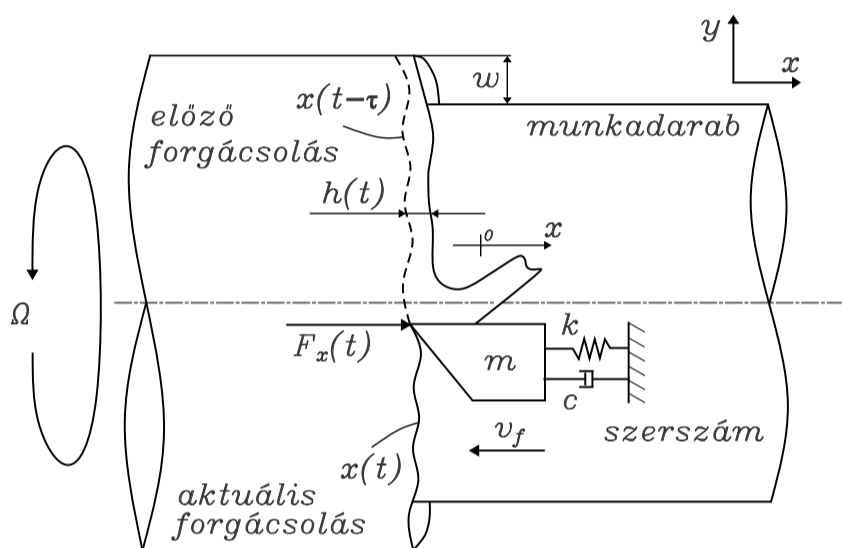
KOVÁCS BENEDEK

Gépészmérnöki BSc, Gépészeti Fejlesztő Specializáció, 2024/2025/II.

Témavezető: Dr. Hajdu Dávid, adjunktus, hajdu@mm.bme.hu

1. Bevezetés

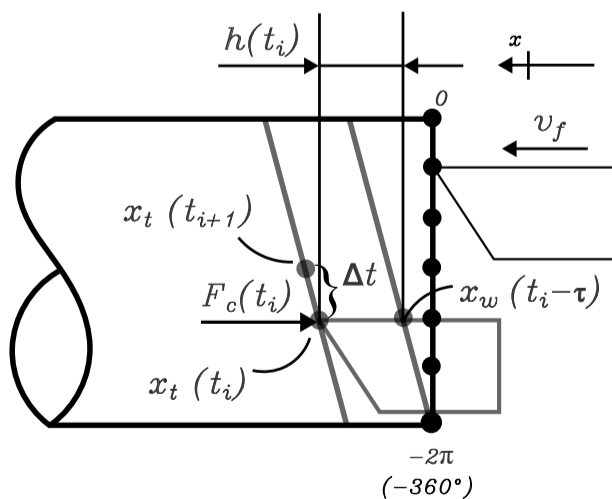
A szakdolgozatom alapja az esztergálás során fellépő öngerjesztett rezgések jelensége és annak prevenciójának vizsgálata. Az időbeli szimuláció alapját a forgácsolási geometria és annak időbeli alakulása képezte. A cél az analitikusan előállított stabilitási térkép pontjainak összevetése a numerikus szimuláció eredményeivel. Az optimális, biztonságos megmunkálás érdekében.



1. ábra. Esztergálás 1 DoF mechanikai modellje

2. Alkalmazott módszerek

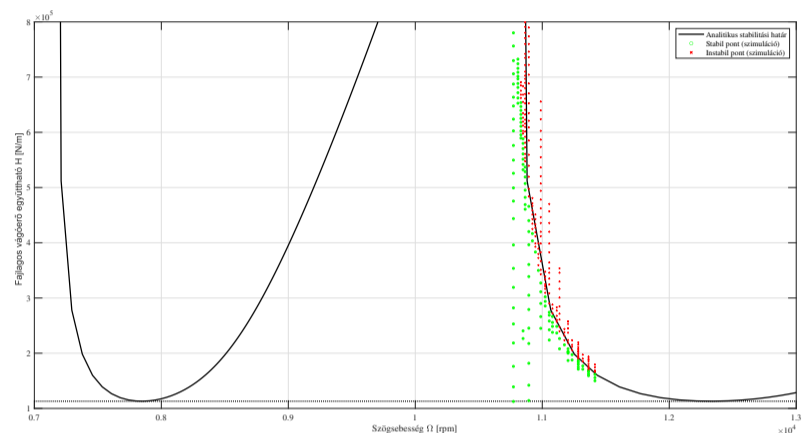
A rendszer stabilitásvizsgálata analitikus és numerikus megközelítéssel értékeltük ki, majd hasonlítottuk össze. A szimuláció numerikus megoldása szemi-diszkretizációval és az időkések figyelembevételével, iteratív módon került megoldásra. A kapott paraméterpontokat mindkét módszerrel stabilitási szempontból, különös tekintettel a regeneratív rezgések kialakulására vizsgáltuk.



2. ábra. Numerikus megoldás geometriai alapja

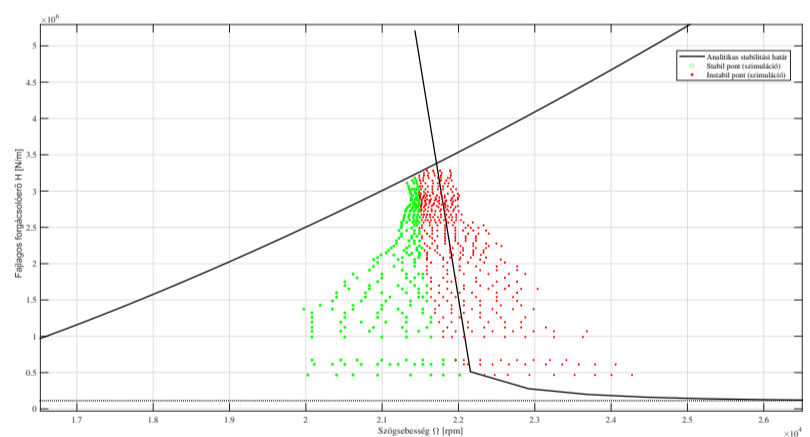
3. Eredmények

Az Ω paraméter rögzítése esetén növekvő H értékekre jól kivehetően látszik, hogy a numerikus szimuláció esetében hamarabb következik be instabilitás, mint ahogy az analitikusnál várt lenne.



3. ábra. Stabilitási térkép analitikus és numerikus adatokkal $j = 2$ határgörbe mentén

Rögzített H és növekvő Ω érték esetén is hasonló jelenség figyelhető meg, ahol is szintén a vártnál hamarabb következik be stabilitásvesztés.



4. ábra. Stabilitási térkép analitikus és numerikus adatokkal $j = 1$ határgörbe mentén

4. Összefoglalás

A stabilitási tesztek az esetek többségében megegyező eredményeket mutattak a numerikus előrejelzésekkel. A numerikus szimulációval meghatározott stabilitási tartományok jól fedik le az analitikus határgötbéket. Megfigyelhető, hogy az instabilitás a szimulációkban jellemzően a vártnál kissé korábban jelentkezik.

Térbeli gördülés vizsgálata kényszeregyenletek szimulációján keresztül

LÉNÁRT ZSOMBOR

Gépészmérnöki BSc, Gépészeti Fejlesztő Specializáció, 2024/2025/II.

Témavezető: Dr. Bachrathy Dániel, egyetemi docens, bachrathy@mm.bme.hu

1. Bevezetés

A szakdolgozatom célja dinamikus rendszerek szimulációja volt kényszerek alkalmazása mellett. A téma gyakran előfordul a mérnöki szakmában, elég csak a gördülésre gondolni, amely nagy jelentőséggel bír például a gépészetben, a robotikában és a járműiparban.

A rendszerek mozgását időben differenciálegyenletekkel tudjuk leírni, amelyeket általában numerikus módon kell megoldani. A számítástechnika rohamos fejlődése egyre pontosabb és megbízhatóbb numerikus módszerek alkalmazását teszi lehetővé. A munkám során a Julia programnyelvet használtam, mivel kiváló numerikus megoldók állnak rendelkezésre. A szakdolgozatomban több rendszert szimuláltam, vizsgáltam holonom és anholonom kényszereket is.

2. Alkalmazott módszerek

A dinamikai rendszerek mozgásegyenleteinek levezetésére számos módszer létezik, az egyik a széles körben alkalmazott Lagrange-mechanika. Ha kényszeregyenleteket szeretnénk hozzáadni a rendszerhez, be kell vezetni Lagrange multiplikátorokat. Ekkor az egyenletrendszer a következő alakot veszi fel:

$$M\ddot{\mathbf{q}} = \mathbf{Q} + \mathbf{J}^T \boldsymbol{\lambda}, \quad (1)$$

$$\mathbf{C}(\mathbf{q}, t) = \mathbf{0}. \quad (2)$$

Ahhoz, hogy a rendszer működjön és a kényszeregyenletek biztosan teljesüljenek stabilizációt kell alkalmaznunk. Az egyik legelterjedtebb módszer, a Baumgarte-stabilizáció, amelyhez a kényszeregyenleteket át kell alakítani, holonom kényszereknél a következő képpen:

$$\ddot{\mathbf{C}} + 2\alpha\dot{\mathbf{C}} + \beta^2\mathbf{C} = \mathbf{0}, \quad (3)$$

míg anholonom kényszereknél:

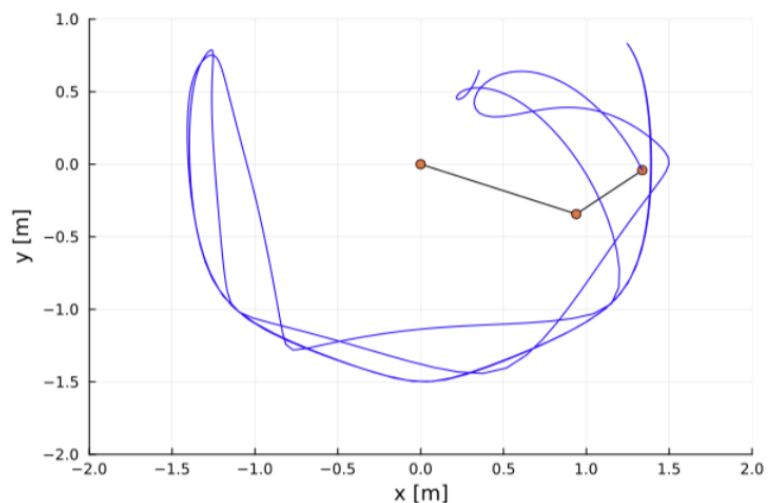
$$\dot{\mathbf{C}} + \gamma\mathbf{C} = \mathbf{0}, \quad (4)$$

A felállított egyenletrendszer egy DAE. Ha a kényszeregyenletből és az egyenletrendszerből is kifejezzük a gyorsulást, λ minden időpillanatban kiszámolható. Így már egy sima numerikus KDE megoldó is képes megoldani.

3. Eredmények

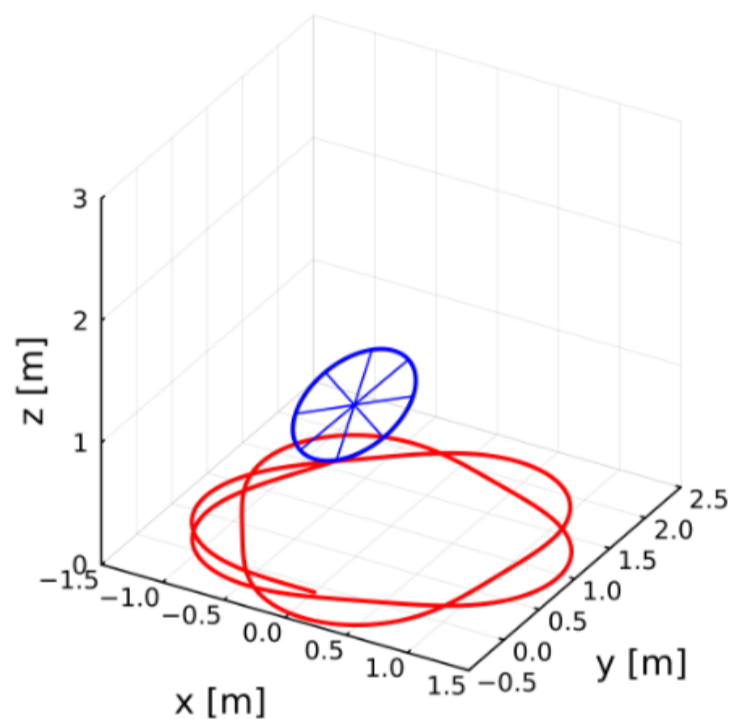
A fent említett módszerekkel több dinamikai rendszert szimuláltam, majd az eredményeket értékeltem és animációkat

készítettem. Az egyik rendszer egy kettős inga volt, amelyhez később további holonom kényszereket adtam.



1. ábra. Egy képkocka a kettős inga animációjából

A végső cél egy térben gördülő érme szimulációja volt, amely holonom és anholonom kényszereket is tartalmaz. Ezt később egy forgó felületen is szimuláltam.



2. ábra. Egy képkocka a térben gördülő érme animációjából, amelyen jól látható az érikezési pont által megtett út

4. Összefoglalás

A választott módszerek jónak bizonyultak számos rendszer szimulálásához. A kapott eredmények majdnem mindig realiztikusak voltak. A gördülő érménél például jól megfigyelhető volt a precessziós effektus. Mérési eredményekkel való összehasonlításához még a disszipatív hatások figyelembevételére van szükség, mivel ezeket elhanyagoltam.

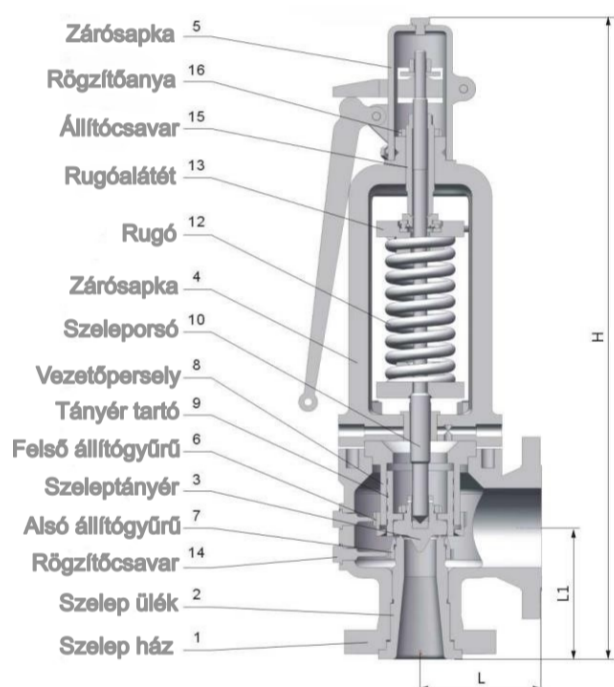
NYILAS ZOLTÁN

Gépészmérnöki BSc, Gépészeti Fejlesztő Specializáció, 2024/2025/II.

Témavezető: Dr. Stépán Gábor József, professzor emeritus, stepan@mm.bme.hu

1. Bevezetés

A nyomáshatároló szelep a hidraulikus rendszerek túlnyomás elleni védelmét biztosítja. Amennyiben a nyomás meghalad egy előre meghatározott értéket, a szelep kinyit, és elvezeti a felesleges folyadékot, ezáltal megelőzve az alkatrészek sérülését. Bár működése egyszerű mechanikai elveken alapul, a szelep dinamikája nagy zavarások esetén összetett, nemlineáris viselkedést mutat. Ilyen esetekben a stabil egyensúly helyett periodikus vagy akár kaotikus mozgás is kialakulhat. Dolgozatomban ezeket a nemlineáris jelenségeket vizsgáltam egy korábban publikált szubkritikus Hopf bifurkációs modell alapján.



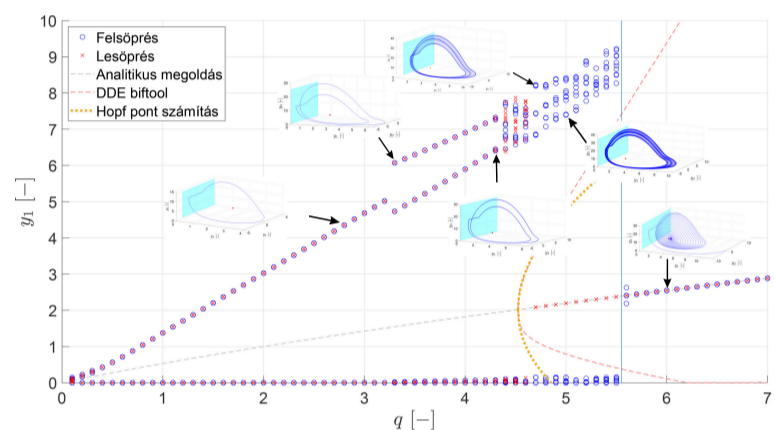
1. ábra. Nyomáshatároló szelep felépítése

2. Alkalmazott módszerek

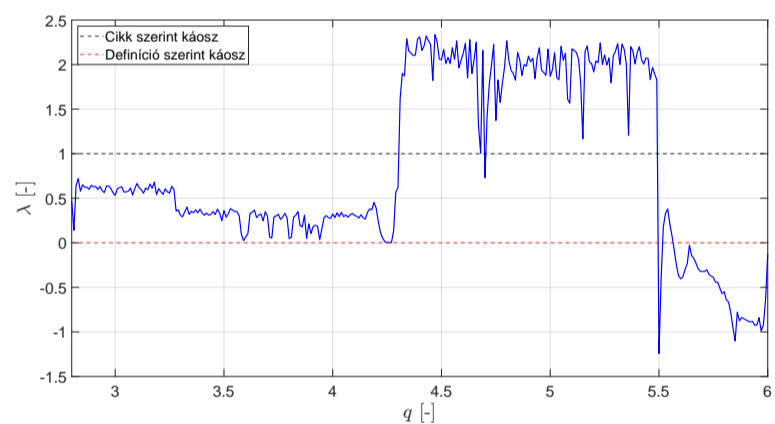
A vizsgálatok során első lépésként lineáris stabilitásvizsgálatot végeztem az egyensúlyi állapot környezetében, a Jacobi-mátrix sajátértékeinek, valamint a Routh-Hurwitz-kritérium alapján. A nemlineáris viselkedés feltérképezéséhez numerikus szimulációt készítettem, amelynek során a bifurkációs paraméterként szereplő dimenzótlan q térfogatáram értékét fokozatosan növelve és csökkentve (felfelé és lefelé söprésével) bifurkációs diagramot állítottam elő. A kialakuló dinamikai jelenségeket fázisportrék segítségével is elemeztem, különös tekintettel a periodikus rezgésekre, bistabil állapotokra és kaotikus viselkedésre. A káosz kvantitatív jellemzésére a legnagyobb Lyapunov exponenst is kiszámítottam a vizsgált tartományban.

3. Eredmények

A bifurkációs diagram vizsgálata során jól megfigyelhetők voltak a periódus-kettőződéses bifurkációk, amelyek egy tipikus Feigenbaum-sorozat mentén vezettek a kaotikus viselkedés kialakulásához. A legnagyobb Lyapunov exponens pozitív értékei révén megerősítette a korábban feltételezett kaotikus tartomány meglétét. Az eredmények alapján a kaotikus tartomány egy hármas periódusú ablakot is tartalmazott, ami jól illeszkedik a determinisztikus káoszelmélet ismert mintázataihhoz.



2. ábra. A rendszerben megjelenő dinamikai jelenségek $\delta=3$ [-], $\zeta=0,39$ [-], $\beta = 12$ [-], $r = 0,9$ [-] paraméterek esetén



3. ábra. Lyapunov-exponens értékei a vizsgált tartományon

A bifurkációs diagram dinamikailag legérdekesebb része a $q \approx 4,52$ és $q \approx 5,55$ érték között található bistabil tartomány. Látható, hogy ha a rendszerbe bevitt zavarás elég nagy, akkor ezen a tartományon a rezgések szinte mindig kaotikus jellegűt mutatnak.

4. Összefoglalás

Összességében, a bifurkációs diagram szimulációjának finomabb lépésköze lehetővé tette a szerkezet jobb mechanikai elemzést, valamint a Lyapunov exponens számítás belátta, hogy a korábbi munkákban vélt kaotikus mező létezését.

Emberi egyensúlyozás SUP deszkán

RICHLIK RÓBERT KRISTÓF

Gépészmérnöki MSc, Alkalmazott Mechanika Specializáció, 2024/2025/II.

Témavezető: Dr. Stépán Gábor, professzor emeritus, stepan@mm.bme.hu

1. Bevezetés

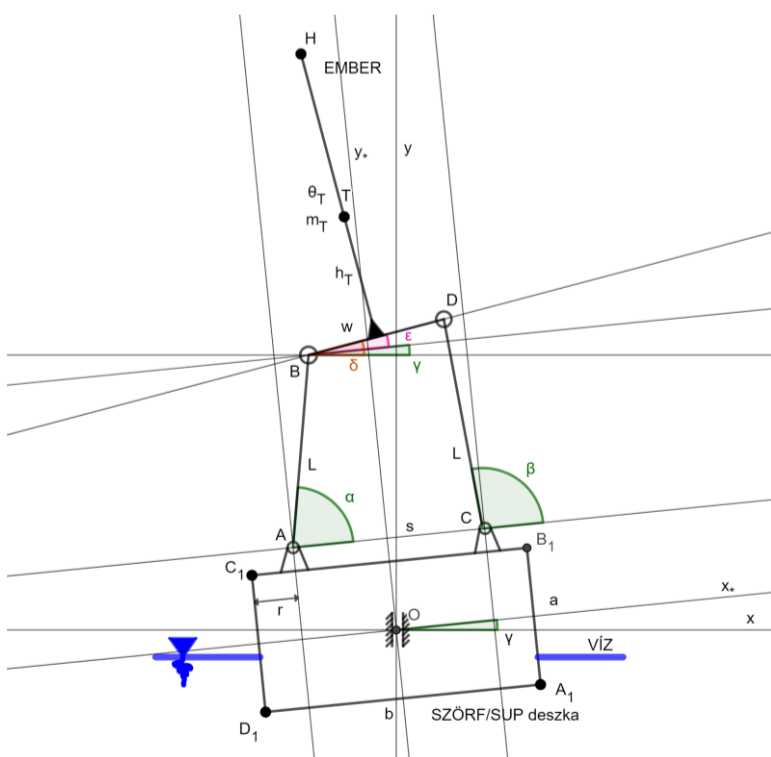
Biztos az olvasónak is feltűnt már, hogy manapság az állóvizek felszínét ellepték a SUP-on egyensúlyozni, evezni próbáló emberek. Kezdőknél igen gyakran megfigyelhetők egyensúlyvesztések, nagyobb és kisebb frekvenciájú billegések.



1. ábra. SUP deszkán egyensúlyozó ember

2. Alkalmazott módszerek

A feladat megoldása során a SUP deszkát egy téglatesttel, míg az emberi testet egy négy csuklós mechanizmussal közelítjük. Az emberi test tömegét a felsőtestet modellező T-alakú hegesztett szerkezetben vesszük figyelembe.

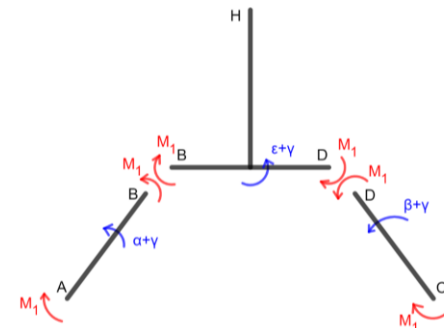


2. ábra. Kapcsolt rendszer mechanikai modellje

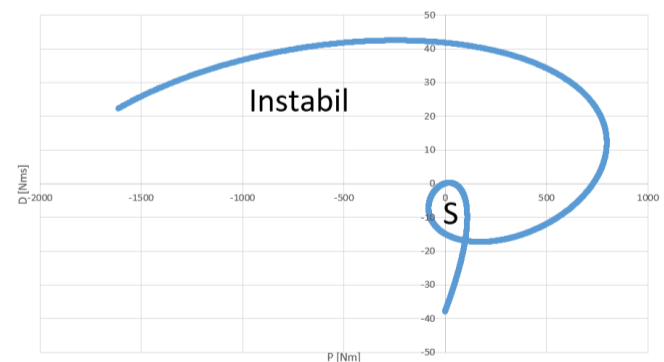
A két modell közötti kapcsolat csuklókkal modellezhető, hiszen feltételezzük, hogy az ember talpa nem csúszik meg a deszkán. A rendszer függőleges dinamikájától eltekintünk, a feladatot egy bonyolult kettős inverzinga problémára vezetjük vissza, amely egy két szabadságfokú modell. A mozgásegyenlet felírásához a másodfajú Lagrange-egyenletet használjuk. A rendszer szabályozását négy darab időkésettett a csuklóban elhelyezett $P - D$ szabályozó valósítja meg.

3. Eredmények

Míg a talajon való egyensúlyozás esetén pozitív P és D szabályozóparaméterek mellett tudjuk stabilizálni magunkat, addig a SUP deszkás esetben a stabil tartományon belül a D differenciáló paraméter értéke minden esetben negatív kell, hogy legyen. Ennek a megtanulása az emberi agy számára kihívást jelent, sok gyakorlást igényel. SUP deszkán állva nagyságrendileg negyvenszer kisebb stabil tartomány áll rendelkezésünkre. A stabil tartomány alakja is jelentős változásokon megy keresztül.



3. ábra. Kapcsolt rendszer szabályozása



4. ábra. $P - D$ szabályozó paraméterek síkja

Tanulásként megállapítható, hogy a SUP deszkán való egyensúlyozás esetében néha pontosan azért borulunk be a vízbe, mert a talajon megszokott módon próbálunk szabályozni, mikor néha pont ellentétes irányban kellene.

Experimental and numerical analysis of laser cutted pneumatic soft robot structures

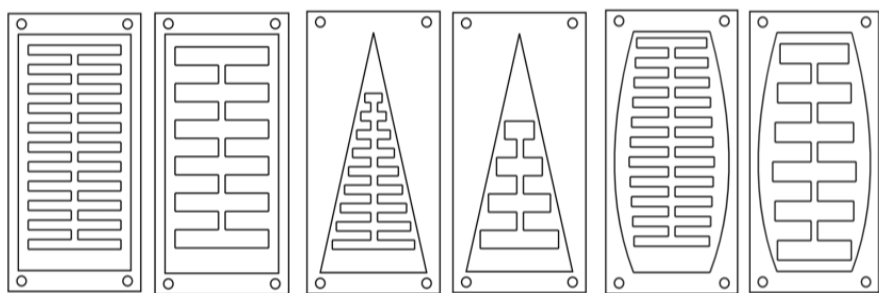
KATA RUZSA

Mechanical Engineering Modelling MSc, Major in Solid Mechanics, 2024/2025/II.

Supervisor: Dr. Szabolcs Berezhvai, assistant professor, berezhvai@mm.bme.hu

1. Introduction

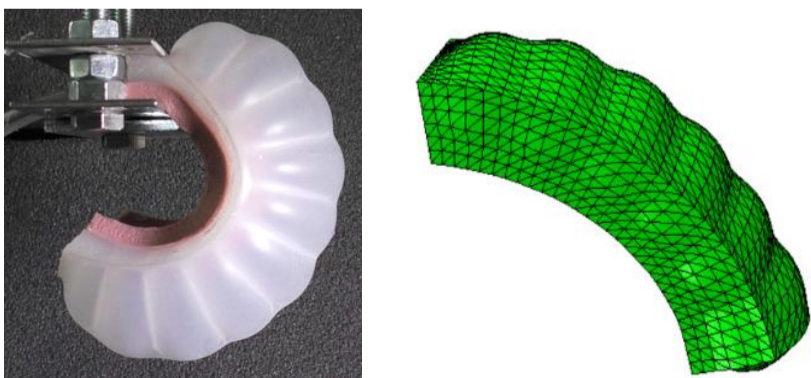
In this thesis, pneumatically actuated soft robotic structures were developed and analyzed through experiments and numerical simulations. The actuators were fabricated using laser-cut acrylic moulds and cast from silicone materials such as Elastosil and Ecoflex. Three geometries (rectangle, triangle, ellipse) with two internal chamber densities were examined. The study aimed to investigate how actuator shape and material properties influence deformation under pressure. Deformation was recorded using video-based tracking, and the results were used to validate finite element models with hyperelastic material behavior. *Figure 1* shows the internal structure of the six final geometries.



1. Figure The internal structure of the robots

2. Applied methods

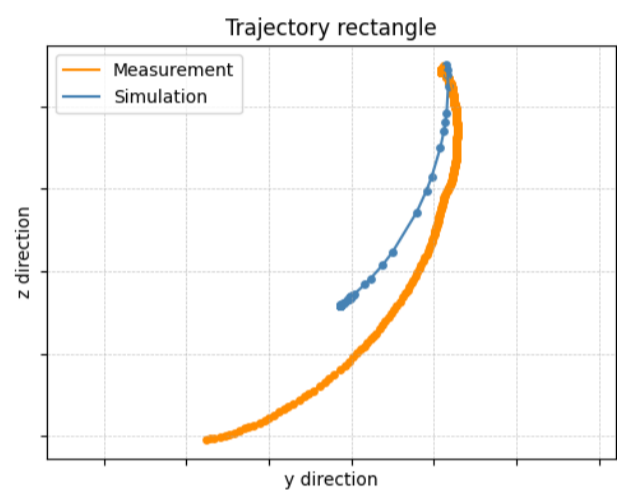
An automated shape generation tool was developed in JavaScript and Python to create actuator geometries with adjustable parameters. Three base shapes (rectangle, triangle, ellipse) were implemented, with two chamber densities in each. The layouts were exported in SVG format and used for laser cutting acrylic moulds. Actuators were cast from Elastosil and Ecoflex silicone. Deformation was induced by compressed air and measured using Motion Tracker Beta and Fiji. Hyperelastic models were fitted to tensile and compression test data and used in FEM simulations to analyze bending. Deformed shapes during simulation and measurement are shown in *Figure 2*.



2. Figure Measurement and simulation during bending

3. Results

Twelve actuator configurations were tested by combining three shapes, two line densities, and two silicone materials. Deformation was evaluated at multiple pressure levels up to 50 kPa. Hyperelastic models (Neo-Hookean, Mooney-Rivlin, Yeoh, Ogden) fitted to experimental tensile data showed good agreement with the measured deformations in finite element simulations. A comparison between the measured and simulated trajectories is shown in *Figure 3*.



3. Figure Rectangle trajectory comparison

The numerical results captured the overall trend of bending behavior and highlighted the sensitivity of actuator performance to material, geometry, and internal structure. Softer materials like Ecoflex 0030 produced higher bending angles compared to stiffer ones such as Elastosil M4601. Among the tested geometries, rectangular actuators achieved the greatest deformation, while triangular ones showed the least. Internal line density had only a minor effect on bending across all geometries. Experimental failures due to overinflation also emphasized the importance of bonding quality and pressure control. These results underline the critical role of material selection and structural design in soft actuator performance.

4. Summary

A full workflow was developed for the design and testing of pneumatic soft actuators. Automated geometry generation, laser-cut moulds, and silicone casting enabled efficient prototyping. Experimental deformation tracking and FEM simulations provided matching results. The results showed the influence of material and geometry on actuator behavior. The validated models support future design and application of soft robotic systems.

Hopping optimization via unsupervised reinforcement learning

SÁNDOR ZSOLT SZILÁGYI

Mechatronics Engineer BSc, Specialisation in Mechanical Engineering Modelling, 2024/2025/II.

Supervisor: Dr. Giuseppe HABIB, Associate professor, habib@mm.bme.hu

1 Introduction

Through my work, I explored hopping motion, which is a challenging task for controller design. Using Reinforcement Learning (RL) to train a continuous controller allows the robot to learn the right actions for jumping or performing other tasks. The robot is modeled in MuJoCo, a physics simulation library in Python, and is controlled by an RL agent. Two versions of the model were created: one limited to vertical jumps, and another that can move in a plane.

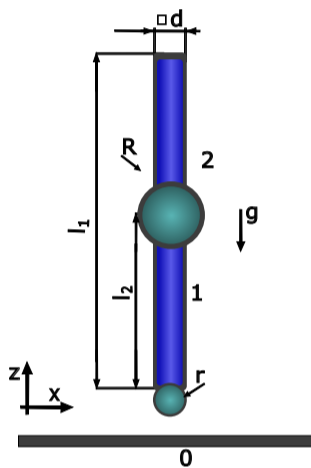


Figure 1: Schematic of the Model

2 Applied Methods

First, the equations of motion are obtained to simulate the system, similar to the approach implemented in the MuJoCo physics simulator.

$$\ddot{\mathbf{q}} = \mathbf{M}^{-1}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \cdot (\boldsymbol{\tau} + \mathbf{J}^T \mathbf{f}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \boldsymbol{\tau}) - \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})) \quad (1)$$

Then, a neural network is created as the controller agent, which learns through simulated episodes starting from randomly generated states, using a Genetic Algorithm and concepts from Reinforcement Learning.

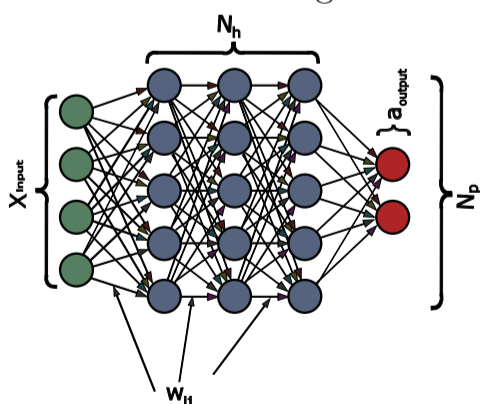


Figure 2: Sequential neural network

For the more complex model, a PD-based controller was created, and its parameters were tuned using a genetic algorithm. This controller predicts the angle at which the leg

should be positioned to reach different target points. The use of control force is penalized based on metabolic cost.

$$P_{cost} = w_{Cost} \cdot \sum_{i=0}^n (F_i + w_{mech} \cdot F_i \cdot \dot{q}_i) \quad (2)$$

3 Results

After training each neural network, multiple tests were performed, including randomly changing target heights or jumping to a constant height to measure how accurately the controller reaches the reference height.

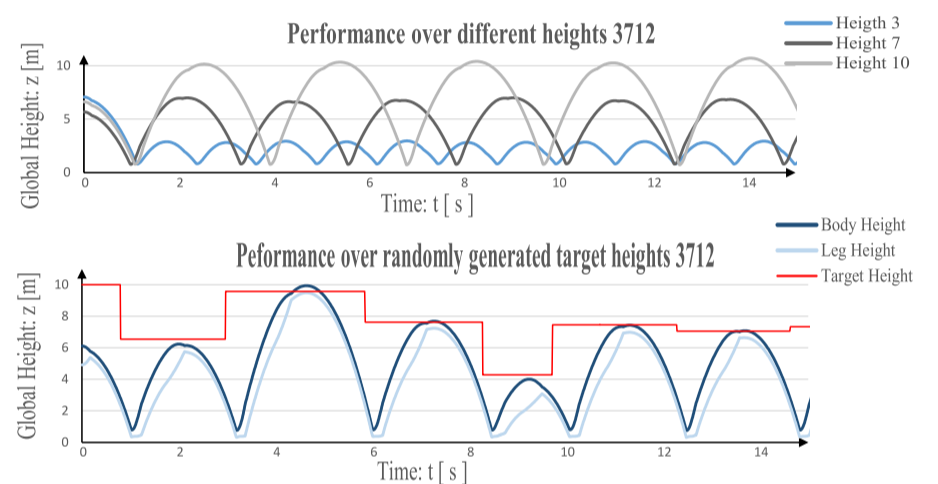


Figure 3: Characteristics of the 3 2 ReLU controller

The average rewards for different network sizes and activation functions are shown in 4. Networks and PD controllers were also trained with varying metabolic costs and velocities to observe the impact of reward function changes.

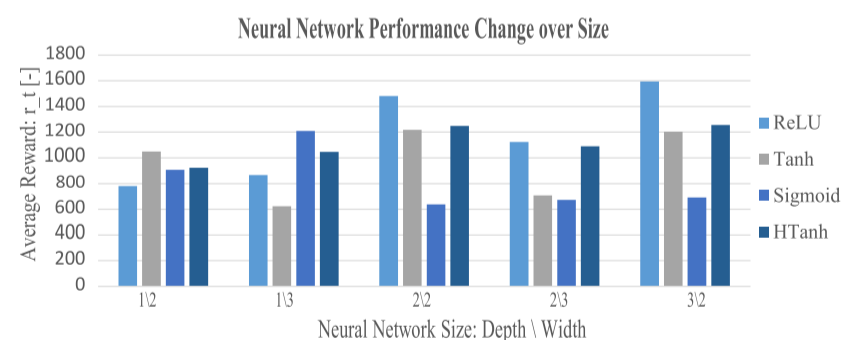


Figure 4: Performance of multiple trained networks

4 Summary

The reinforcement learning algorithm worked well for the vertical hopper but failed for the system moving in 2D. This is likely because the task is more complex, making learning harder and slower. In contrast, a simple PD controller performed well in both cases.

Data-driven mechanical modelling of elastic-plastic material behaviour using neural networks

ZSOLT SZÁSZ

Mechanical Engineering Modelling MSc, Major in Solid Mechanics, 2024/2025/II.

Supervisor: Dr. Attila Kossa, associate professor, kossa@mm.bme.hu

1 Introduction

Material modeling is highly challenging due to the complex, often nonlinear behavior of most materials. Analytical models require solving nonlinear equations numerically, which becomes computationally intensive in large-scale finite element simulations. A data-driven approach offers a promising solution, as it can model material behavior accurately using sufficient and diverse data. Neural networks, are well-suited for this task due to their ability to capture unknown, nonlinear responses when properly trained. In this thesis, we aimed to validate the proposed approach using one-dimensional theoretical elastic-plastic models with different hardening laws.

2 Data Generation

We designed a random loading signal generation method inspired by the discrete Fourier series.

$$\varepsilon_n = \sum_{k=1}^N \frac{a_k}{k^p} \cdot \sin\left(2\pi n \frac{k}{N}\right), \quad n \in \overline{1, T}. \quad (1)$$

Since we selected behaviors with known numerical solutions as "unknown" behavior, the response to any given loading can be determined numerically, which ensures the availability of the required amount of data.

3 Modeling Approaches

We aimed to model multiple behaviors using a common structural framework. Therefore, we first examined plastic behavior from a mathematical perspective and subsequently generalized it. Based on these considerations and the relevant literature, we initially experimented with the approaches illustrated in Figure 1 and 2.

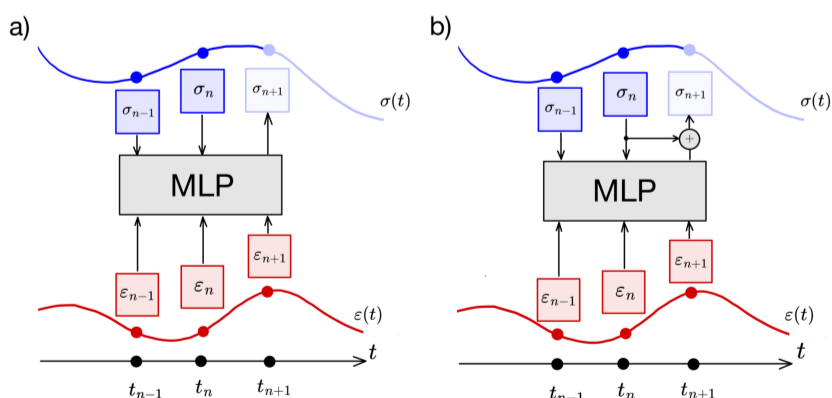


Figure 1: Modeling approaches, without internal memory. a) represent the direct, while b) the indirect approach.

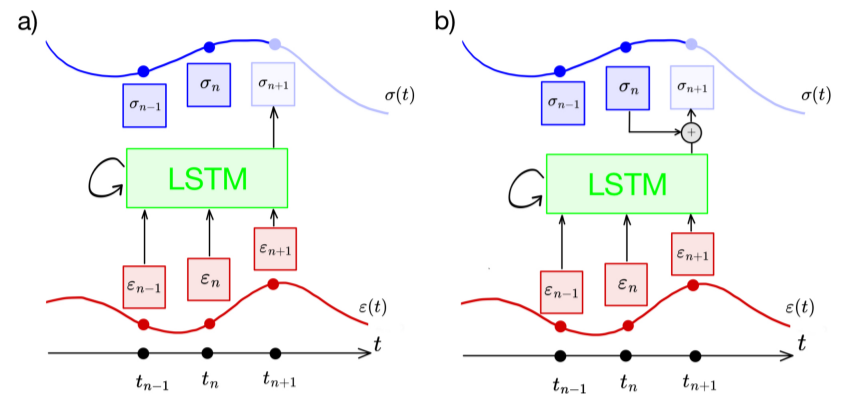


Figure 2: Modeling approaches, with internal memory. a) represent the direct, while b) the indirect approach.

In order to identify the "optimal" neural network architecture, we first selected one of the behaviors (I-Swift) and performed hyperparameter optimization on it for each modeling approach. The optimization targeted the network depth, the number of neurons per layer, and the length of the time window considered by the model.

4 Results

For the I-Swift behavior, each approach yielded a model with the required level of accuracy. We examined the generalizability of the most accurate model by evaluating how well it could fit and describe the other behaviors. In this phase, we employed random restarts and early stopping techniques. The results are summarized in Table 1.

Table 1: Benchmark accuracy of the models.

Model	I-Swift	I-Lin	K-Lin	K-AF	M-Lin	M-AF
Err. %	0.980	2.083	0.004	0.379	1.580	2.594

Furthermore, we investigated the limitations of the models, such as their sensitivity to the sampling density.

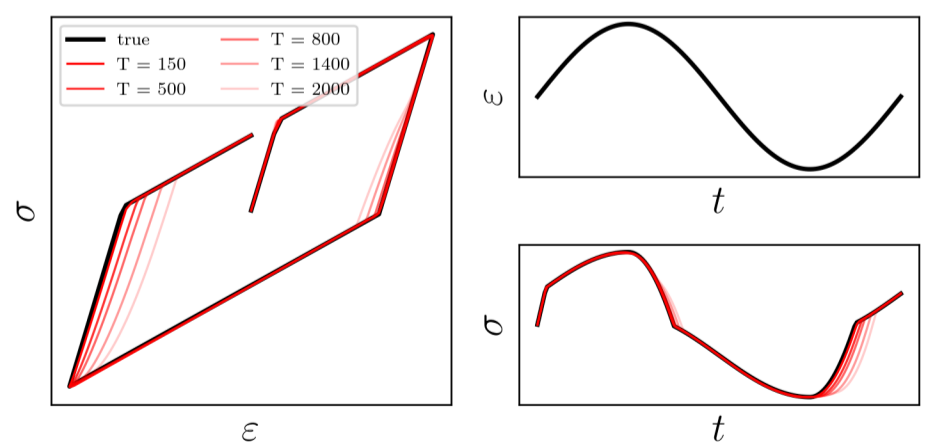


Figure 3: The model sensitivity for sampling density in the case of K-Lin.

Derékszögű csőív feszültség analízise

SZABÓ ÁKOS

Gépészmérnöki BSc, Gépészeti Fejlesztő Specializáció, 2024/2025/II.

Témavezető: Dr. Kovács Ádám, egyetemi docens, adamo@mm.bme.hu

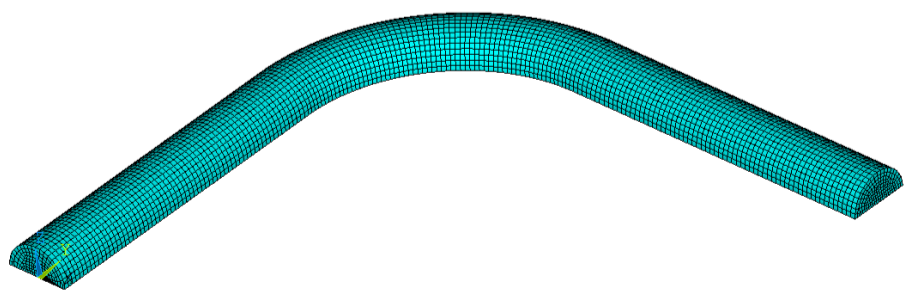
1. Bevezetés

Szakdolgozatom során csővezetékek szilárdságtani szempontból kritikus részeinek, derékszögű csőíveknek a feszültséganalízisét kellett elvégezniem síkbeli hajlítónyomatékkal és belső nyomással történő terhelés mellett szabványos módszerek és végeselem módszer segítségével annak érdekében, hogy az olvasó megbizonyosodhasson az analitikus formulák széleskörűen vitatott pontosságáról vagy éppen annak a hiányáról.

2. Alkalmazott módszerek

A feladat megoldása során három, egymástól eltérő módszereket alkalmazó szabványos előírás vizsgálatát végeztem el először. Ezek között volt ASME B31.1 egyszerűsített eljárása, amely egyetlen feszültségértékkel próbálta jellemezni a feszültségeloszlást, és két olyan, amely számítások és együtthatók sokaságának segítségével becsülte meg a csőívekben ébredő axiális és tangenciális feszültségeket a keresztmetszet kerülete menti koordináta függvényében. A kerület menti koordináta az ív külsejétől a belseje felé növekszik. Ezek összehasonlítása során nagy eltérések voltak tapasztalhatóak az eredményekben.

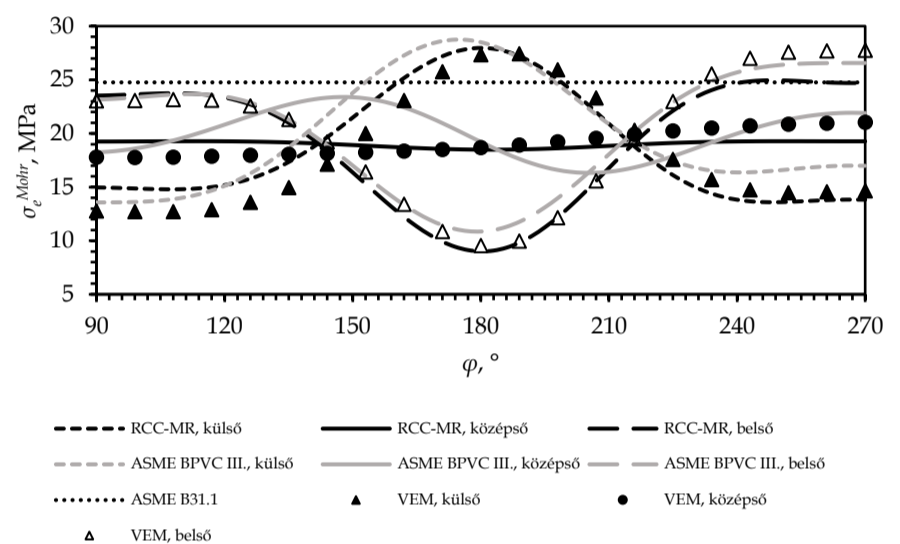
Végeselem szimulációval is elő kellett állítanom a megfelelő feszültségi eredményeket az összehasonlítás érdekében. A csőív egyenes szakaszokkal volt megtöltve a modellben és a végein a deformálatlan végkeresztmetszettel párhuzamos elmozdulást engedélyező görgős megtámasztásokat alkalmaztam. Munkám többféle elem típussal elvégzett hálózást is bemutat egy, az eredetitől eltérő kényszerezésű – egyik végén befogott és másik végén szabad – modell mellett. A befogás hatására belső nyomás jelenlétében a maximális Mohr-féle egyenértékű feszültség közel tízszeresére nőtt és a befogás irányába tolódott a helye a középső keresztmetszetből. Ez a felfedezés a szabványos formulákkal elvégzett méretezéssel és ellenőrzéssel szemben jogos aggályokat támaszthat. Eltérő kényszerek a feszültségeloszlásra vett hatásainak alapos vizsgálatában szinte egyedülálló a dolgozatom.



1. ábra. Tipikus végeselem háló csőívek feszültséganalíziséhez hajlítónyomatéki terhelés mellett

3. Eredmények

Az analitikus és végeselem eredmények össze lettek hasonlítva a középső félkeresztmetszetben. A vizsgált komplex szabványos formulák közül az egyik jó egyezést mutatott a végeselem eredményekkel, a többi kettő pontatlannak bizonyult. Említésre került dolgozatomban egy olyan – további vizsgálatokat igénylő – konstrukció, ami a befogás hatására bekövetkező feszültségnövekedést hivatott minimalizálni a befogáshoz közeli végek kismértékű elfordulásának engedélyezésével.



2. ábra. Különböző módszerek Mohr-féle egyenértékű feszültségeinek eloszlása kombinált terhelés mellett



3. ábra. A javasolt konstrukció szemléltetése

4. Összefoglalás

Eredményeim alapján megállapítható, hogy a vizsgált szabványos eljárások közül csak az RCC-MR képes leírni kellően pontosan a csőívekben ideális kényszerek mellett ébredő feszültségeket. A feszültségeket egyik vég befogása mellett egyik szabványos eljárás sem tudja közelítőleg sem jellemezni.