

# Numerical Analysis of a Parking Spot Sharing App

VILMOS LASZLO BALAZS

Mechanical Engineering BSc, Specialisation in Mechanical Engineering Development, 2024/2025/I.

*Supervisor:* Dr. Giuseppe Habib, associate professor, habib@mm.bme.hu

## 1 Introduction

Parking issues have become a critical challenge in urban environments. To address the problem, numerous cities around the world have implemented smart parking systems. Crowdsourced solutions - which collect data entered manually by their users - have gained popularity in recent years. UPAR is one of them with the aim to revolutionize crowdsourcing smart parking applications. One of their distinctive features is that users pay for parking spots shared by commuters who would like to leave their place. The fact that one can earn money by waiting for someone to take their spot aims to stimulate the users' participation, thus overcoming the cold start effect. Despite the effort, the app has not achieved a breakthrough in the number of active users. Although some studies have come up with solutions to increase the participation rate of crowdsourced systems, up until now, no research has presented quantified results in regards of how many users are needed for an application to survive. Therefore, this thesis aimed to create the mathematical model of a crowdsourcing smart parking system and define a threshold value for the cold start problem.

## 2 Applied methods

The method used was based on conducting simulations of a mathematical model of UPAR's application. As with every model, simplifications were implemented so that the overall result of the simulations was still acceptable compared to reality. The code of the algorithm operates probabilistically, meaning that the app's usage is defined using probability calculations both in terms of time and location, where space and time are discretized. The data for the calculations was obtained from UPAR's three-month test period in Bari, Italy. The mathematical model has two steady-state solutions: zero users and an infinite number of users. The objective was to identify the minimal number of users required to avoid collapsing to zero users.

## 3 Results

Based on our simulations we found three main factors that influence the size of the initial user base drastically: the time frame, grid size, and invite/leave threshold parameters, with the latter defining the rate at which people join or leave the application. We found that by increasing the time frame

and grid size parameters, the critical user base decreased following an exponential trend (Figure 1). In the case of the invite/leave threshold parameter, the least number of commuters is needed when either the same value is assigned to both of the variables or when the leave threshold is bigger than the invite threshold (Figure 2).

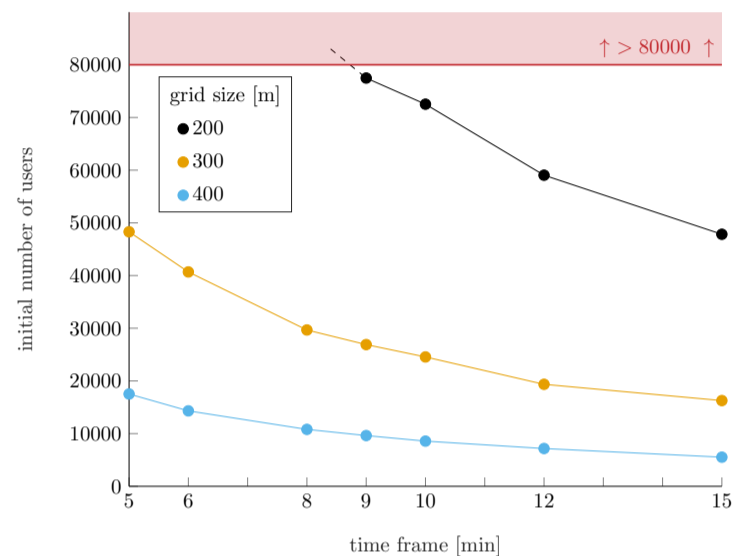


Figure 1: The size of the critical mass as a function of the time frame parameter, shown across three separate graphs, each using different grid size parameter values.

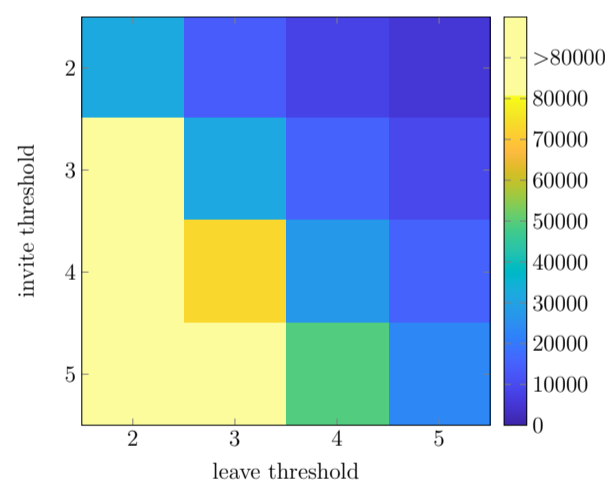


Figure 2: The size of the critical mass as a function of the invite and leave threshold parameters.

## 4 Summary

Our results highlighted three parameters (time frame, grid size, invite/leave threshold) that greatly influence the size of the critical mass. Based on this, real world implementation ideas were given. We also presented some improvements of the model which could be implemented in the future to get a more refined image on the problem.

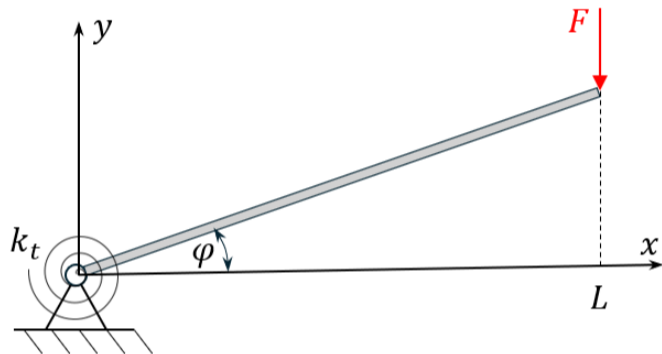
BARICZ OLIVÉR GÁBOR

Gépészmérnöki BSc, Gépészeti Fejlesztő Specializáció, 2024/2025/I.

Témavezető: Iklódi Zsolt, doktorandusz, zsolt.iklodi@mm.bme.hu

## 1. Bevezetés

A dolgozatom célja az, hogy rúdugrás közben a rúd deformációját a valóságnak megfelelően modellezni tudjam, nem csak térben, hanem időben is. Ennek megvalósítására az *Euler-Bernoulli* rudat veszem alapul és oldom meg vele lineáris instacionárius, valamint nemlineáris stacionárius esetekre a problémát. Ahhoz, hogy a valós modellig eljussunk, a dolgozat során bemutatom a numerikus séma felállítását és működését különböző példákon keresztül lineáris esetekre. Emellett bemutatásra kerül a nemlineáris deformáció is, ami legjobban tükrözi a valóságot, de sajnos ennek időbeli szimulációja nélkül.



1. ábra. A rúdugrás dinamikai modellje

## 2. Alkalmazott módszerek

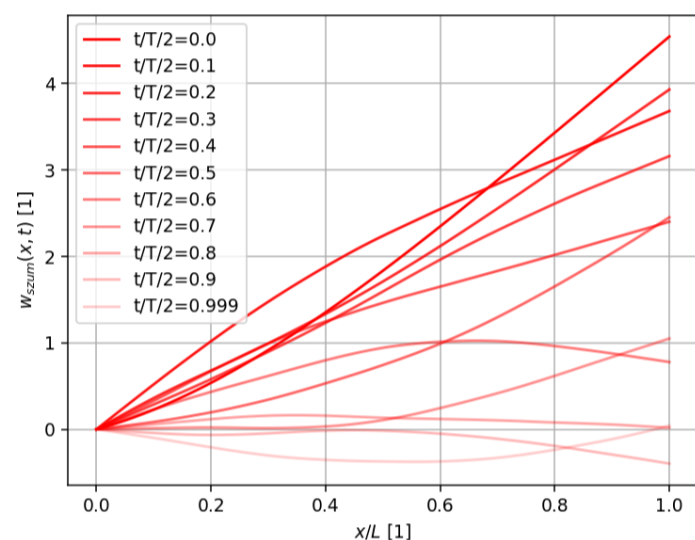
Két alapvető elméletet használtam fel a feladat megoldására. A legfontosabb az *Euler-Bernoulli* rúdelmélet, ezen belül a lineáris esetekre az ezt leíró parciális differenciálegyenlet megoldása

$$EI \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \rho A \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = f(x, t). \quad (1)$$

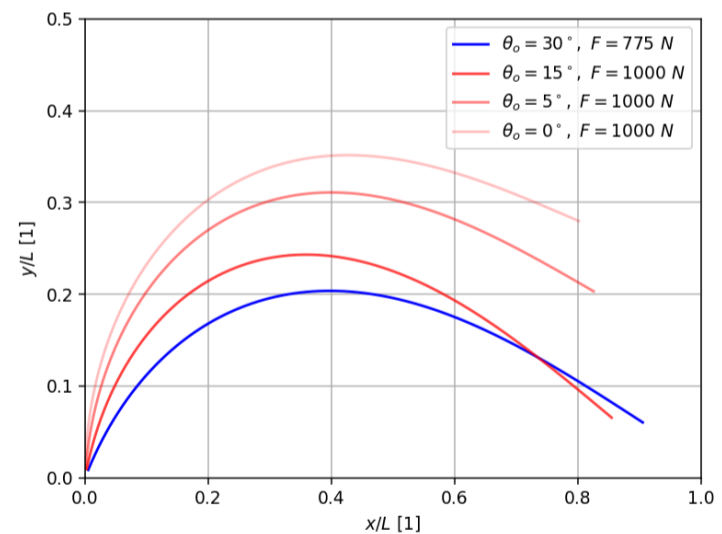
A fenti parciális differenciálegyenletet szemidiszkrétizációval visszavezettem tetszőleges számú közönséges differenciálegyenletre, amire a véges differenciák módszerét használtam fel. Ezután numerikusan integráltam az  $N$  darab egyenletet, amivel megkaptam az elmozdulást, mint az idő-, mint a térkoordináta függvényében. A numerikus séma működését konvergencia vizsgálattal alátámasztottam egy egyszerű befogott tartóra. A másik felhasznált elmélet *E. P. Popov* módszere a nemlineáris hajlítás deformációjára. Ennél kihasználtam, hogy a feladatot egyszerű rendszerrel is jól lehet modellezni, ezért közel valós deformációt kaphattam eredményül. Ugyanakkor a módszer sajátossága miatt az ugrás kezdeti szakaszát tudja csak jól leírni.

## 3. Eredmények

Mindkét módszerrel végzett szimulációnak lettek hiányosságai. Először is az *1. ábrán* látható konstrukciót csak lineárisan szimulálva kis kitérésekre kaphatunk mindössze elmozdulást. A *2. ábrán* látható ennek megoldása felskálázott kitéréssel a jobb láthatóság érdekében. A *3. ábrán* a nagy kitérésekre végzett szimuláció eredménye látható, amivel az alapvető probléma, hogy kvázi-stacionárius állapotban megfigyelhető csak.



2. ábra. A rúdugrás lineáris szimulációja



3. ábra. A rúdugrás nemlineáris szimulációja

## 4. Összefoglalás

Összességében elmondható, hogy nem sikerült a nemlineáris deformációt összekapcsolni az instacionárius megoldással, ezáltal a feladat a kitűzött célját nem érte el. Egyszerűbb konstrukciókra azonban sikerült szemléletes szimulációkat végezni.

# Characterization of mechanical systems subjected to digital control

GÁBOR BÁLINT

Mechanical Engineering Modelling MSc, Major in Solid Mechanics, 2024/2025/I.

Supervisor: Dr. Gábor Stépán, professor emeritus, stepan@mm.bme.hu

## 1 Introduction

As digital control systems become increasingly prevalent, the introduction of digitized signals into control loops creates subtle differences from their continuous counterparts. While often treated as negligible noise in engineering practice, these digital effects can significantly influence system behaviour. Controlled systems under digital effects are described by piecewise linear maps, which can produce unique phenomena such as low-frequency oscillations and small-amplitude chaotic vibrations, known as micro- or  $\mu$ -chaos, in an attractive region near the equilibrium.

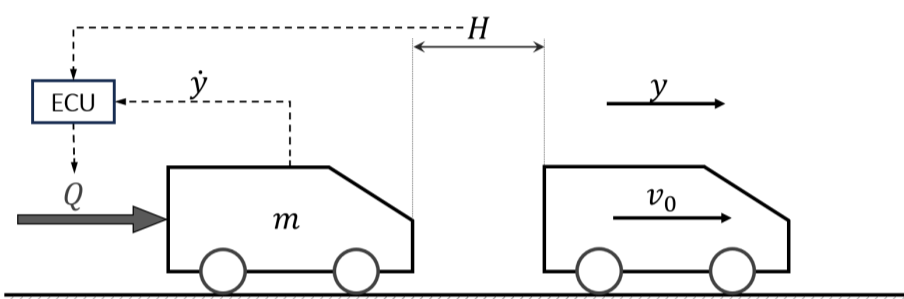


Figure 1: Adaptive cruise control with digitized control signal, one of the investigated models

$$m\ddot{y}(t) = -P_v h \left[ \frac{\dot{y}(t_j) - v_0}{h} \right] + P_H h \left[ \frac{H(t_j) - H_0}{h} \right]$$

$$\dot{H}(t) = -\dot{y}(t)$$

## 2 Applied methods

To predict the long-term behavior of chaotic and periodic trajectories confined within the attractive region, the midpoint method estimates average behavior as the arithmetic mean of the region's analytical bounds. While simple, its accuracy is limited by the system's complex dynamics.

Another approach is based on the ergodic theory of dynamical systems and the Perron-Frobenius operator:

$$(\mathcal{L}_F \mu)(x) = \int_{y \in F^{-1}(x)} g(y) d\mu = \mu(x)$$

whose eigenfunctions  $\mu(x)$  with eigenvalue  $\lambda = 1$  describe the long-term state distribution. This is an infinite-dimensional problem in the Banach space of probability density functions, and as such, seldom has an analytical solution. By dividing the region of interest into cells, the solution is projected onto a finite-dimensional subspace. In this

space the operator  $\mathcal{L}_F$  is approximated by a sparse matrix  $\mathbf{T}_F$ , whose leading eigenvectors represent the coefficients of the piecewise constant basis functions. This approach is called Ulam's method or the discretized transfer operator method and provides arbitrarily accurate approximations of the long-term behaviour, as long as the system is chaotic.

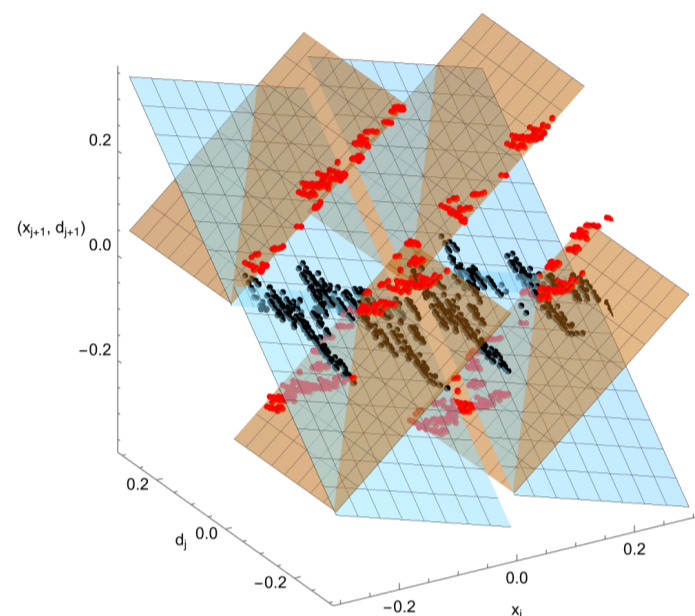


Figure 2: Four dimensional discrete mapping of the adaptive cruise control model

## 3 Results and summary

While the adaptive cruise control model was long-periodic rather than chaotic, limiting the discretized transfer operator method's accuracy, the method demonstrated exceptional precision for chaotic systems. For the stick-slip model, the predicted average errors in  $x$  were:

$$\varepsilon_x^{\text{mid}} = 7.333 \% \quad \varepsilon_x^{\text{DTO}} = 0.846 \%$$

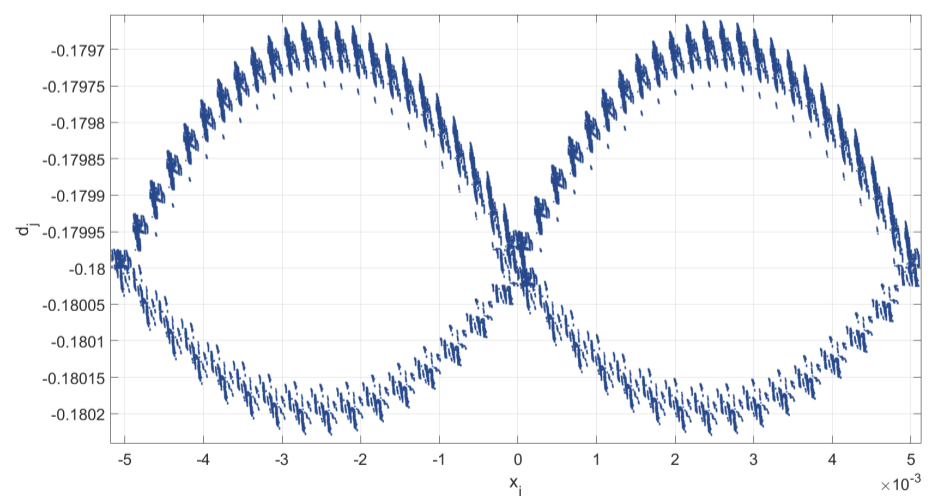


Figure 3: A long-periodic trajectory of the adaptive cruise control model

# Optimization of a non-linear energy sink for broad-band energy dissipation

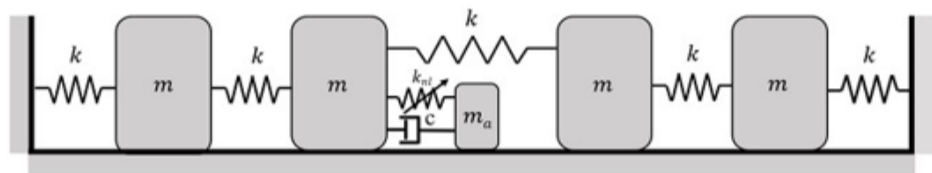
DAHER SALAMEH

Mechanical Engineering Modelling MSc, Major in Solid Mechanics, 2024/2025/I.

Supervisor: Dr. HABIB Giuseppe, associate professor, habib@mm.bme.hu

## 1. Introduction

This study explores the application of nonlinear energy sinks (NES) as a vibration mitigation strategy in mechanical systems. Unlike traditional tuned mass dampers (TMDs), NES leverages nonlinearity to dissipate energy across a wide frequency range, making it adaptable to multi-modal vibrations. The ultimate goal of this study is to carry out an optimization (via a genetic algorithm) to find the absorber parameters (non-linear stiffness and damping) that dissipate energy in the quickest time. Moreover, hardening and softening spring characteristics are explored.



1. Figure The mechanical model of the system

## 2. Applied methods

The equations of motion can be derived using Lagrange's or Newton's method, then should be converted into a dimensionless form to simplify the analysis.

$$\ddot{x}_1 - x_2 + 2x_1 = 0$$

$$\ddot{x}_2 + 2x_2 - x_1 - x_3 + \gamma_3(x_2 - x_5)^3 + \gamma_5(x_2 - x_5)^5 + \mu(\dot{x}_2 - \dot{x}_5) = 0$$

$$\ddot{x}_3 - x_2 + 2x_3 - x_4 = 0$$

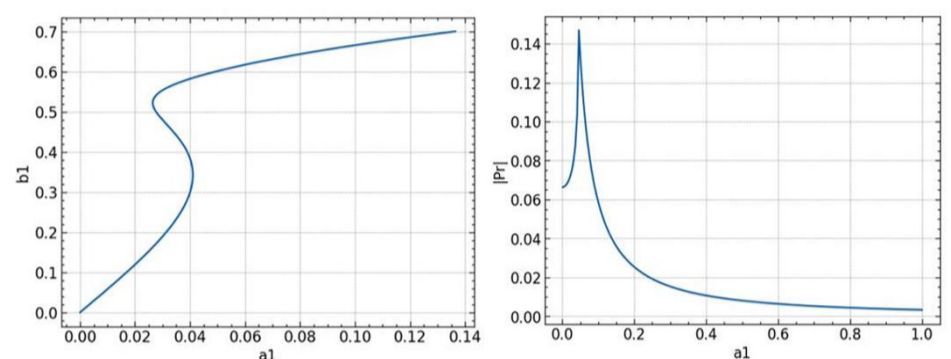
$$\ddot{x}_4 + 2x_4 - x_3 = 0$$

$$\varepsilon \ddot{x}_5 + \gamma_3(x_5 - x_2)^3 + \gamma_5(x_5 - x_2)^5 + \mu(\dot{x}_5 - \dot{x}_2) = 0$$

An analytical method as well as a numerical one were applied in the investigation. The analytical method is through the multiple scales method to find a relationship between the amplitude of the absorber (b) and that of the primary system (a). The relationship is namely between one mode of the primary system and one mode of the absorber (figure 2). Regarding the numerical optimization, it was done via a brute force method and local simplex algorithm first to test the parameter space, then through a genetic algorithm to find the global minimum. The numerical method was applied to both hardening and softening non-linearities. Finally, to illustrate the modal interactions that the NES exhibits, a continuous wavelet transform was utilized after converting the system into modal coordinates, which shows when and how strong (time and frequency content) the NES engages with the modes of the primary system (figure 3).

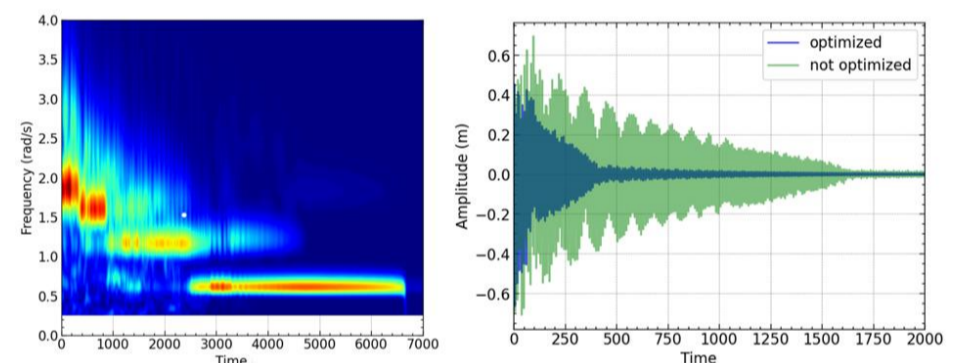
## 3. Results

The SIM, as well as the power dissipation as a function of the primary system's amplitude, can be used to estimate the optimal operating range of the system and its behavior. They show that the amplitude of the first mode must not exceed 0.05.



2. Figure SIM and relative dissipation power for 1st mode

Now moving on to the results of the numerical method:



3. Figure CWT of the absorber's response and time series of an optimized vs a non-optimized system

On the left, one can see how the NES tunes to the 4 different modes of the primary system, emphasizing the so-called resonance capture cascade. The optimized system dissipates energy much faster due to the modal interactions, which can be observed happening between 100 and 400 seconds in the optimized system.

## 4. Summary

Hardening non-linearity performed better than the softening one. Moreover, the genetic algorithm was able to find the optimum in the cases where the parameter space is not overly complex, which highlights the need for a better algorithm that can deal with high-dimensional parameter spaces.

# ETHERNET SECURITY SOLUTIONS FOR TELECOMMUNICATION NETWORKS

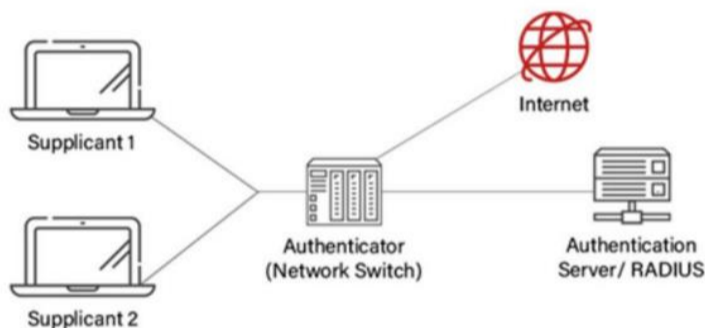
AYMAN DAWUD

Mechatronic Engineer BSc, Specialisation in Mechanical Engineering Modelling, 2024/2025/I.

Supervisor: Dr. Zsolt Szabó, associate professor, zsolt.szabo@mm.bme.hu

## 1. Introduction

The security of Ethernet-based telecommunications networks is a critical issue in today's increasingly digital and interconnected world. These networks, especially in institutional and government environments, handle sensitive data that must be protected against threats such as unauthorised access and eavesdropping. The focus will be on the presentation of MACsec and the implementation of Extensible Authentication Protocol-TLS (EAP-TLS), known for its two-way authentication that provides both client and server verification before establishing communication. This protocol significantly reduces risks such as man-in-the-middle attacks while maintaining data confidentiality and integrity. I also developed an automated system for managing digital certificates that simplifies their creation, issuance and renewal to minimize human intervention and increase trust.



1. Figure 802.1X participants

## 2. Applied Methods

The implementation phase involved creating a simulated environment using GNS3. Within this environment, Linux-based operating systems, specifically Alpine Linux, were deployed on virtual machines to test and validate the proposed security protocols.

To establish secure communication, `wpa_supplicant` and `hostapd` were configured as client and server-side authentication tools, respectively. These tools facilitated the implementation of the IEEE 802.1X standard, enabling dynamic authentication and encryption. `Hostapd` served a dual purpose, acting both as an authenticator and as an authentication server, while `wpa_supplicant` handled the client-side authentication processes.

An innovation in this study was the development of an automated system for certificate management. This system was designed to periodically generate, renew, and distribute digital

certificates required for EAP-TLS authentication. Secure communication channels were established using the SSH protocol to ensure the integrity and confidentiality of certificate exchanges.

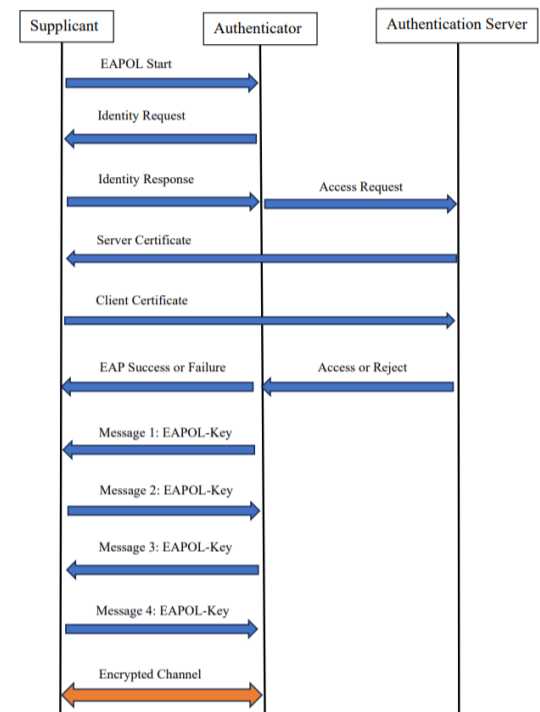


Figure 2 EAP-TLS communication flow

## 3. Results

I successfully implemented secure communication channels using EAP-TLS within a simulated network environment on GNS3, leveraging Linux-based systems with `wpa_supplicant` and `hostapd`. The setup demonstrated the effectiveness of dynamic key exchanges and bidirectional authentication for enhanced security. I implemented an automated system for certificate management, reducing manual effort and improving network reliability.

## 4. Summary

The thesis provides practical and theoretical insights into the protection of Ethernet communications, highlighting EAP-TLS and automated certificate management, thereby significantly increasing the security of communications.

# Development of a neural network-enhanced multibody ATD model

EMMA FERTŐ

Mechatronics Engineer BSc, Specialisation in Mechanical Engineering Modelling, 2024/2025/I.

Supervisor: Dr. Szabolcs BEREZVAI, Assistant professor, berezvai@mm.bme.hu

## 1 Introduction

The field of automotive safety relies on accurate testing and simulations to minimise fatalities from car accidents. Physical crash tests are expensive and time-intensive, making simulations a more efficient alternative for analysing crash dynamics and improving safety systems. However, their computational expense drives research into more efficient methods without compromising accuracy. The core idea of this thesis is based on the promising discrepancy modelling approach. The aim is to create a simple mechanical model of the Anthropomorphic Test Device (ATD) used to represent a passenger in crash tests, which a neural network can enhance to optimise the difference between the analytical results derived from the mechanical model and the corresponding simulation data.

## 2 Multibody modeling

The simulations provide channel data representing the sensor data from the frontal sled tests. The derivation of the mechanical models results in the equations of pelvis, chest and head accelerations, which can be compared to the simulation channel data.

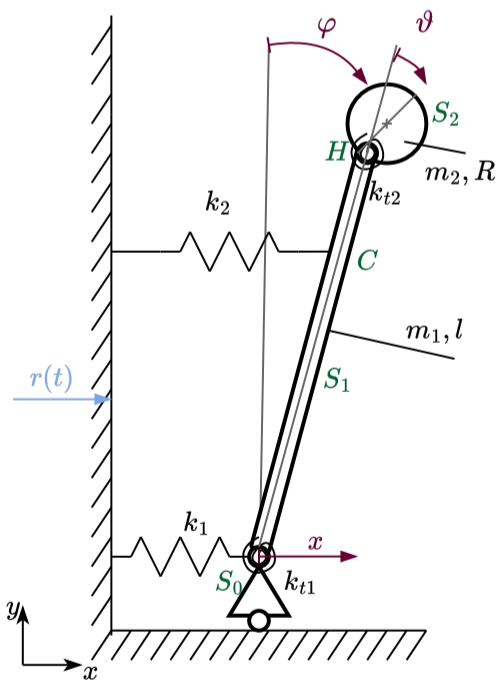


Figure 1: 3 DoF model of the crash test setup

Three simplified mechanical multibody models for the crash test setup were developed to minimise computational time. The simplest, a two-DoF inverse pendulum, represented the ATD's upper body with one linear and one torsion spring modeling the seat belt. The second model added a spring for the chest seat belt, while the most complex three-DoF

model included two rigid bodies and additional springs to account for head movement, as shown in Figure 1.

## 3 Neural network implementation

Given both simulation and analytical datasets, a machine learning model was developed to predict differences between simulated and computed accelerations. An autoencoder neural network was selected for this task, which learns a compressed representation of input data and reconstructs it to predict acceleration differences. The train-test-split method validated the model, and Figure 2 shows the training results for the pelvis channel of the 3 DoF model, with analytical results in blue. The results demonstrate that enhancing a mechanical model with a training model effectively reduces discrepancies between analytical (red) and simulation (green) results.

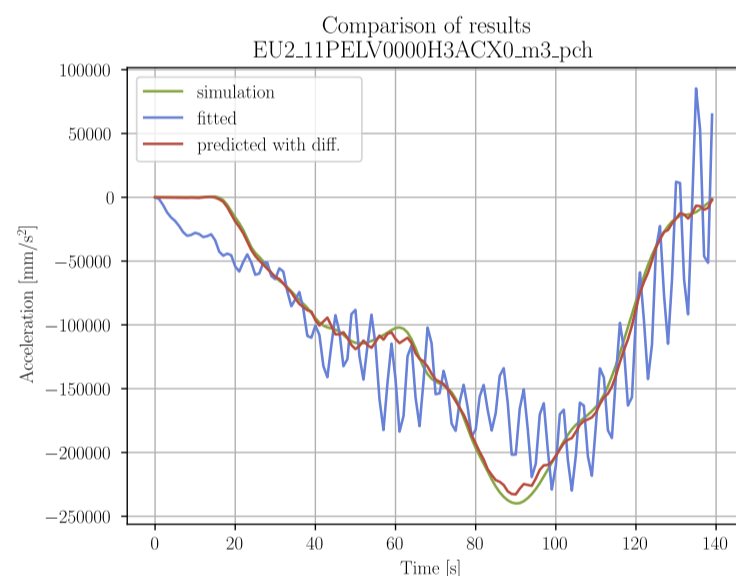


Figure 2: Pelvis channel results of the 3 DoF model

## 4 Summary

To conclude, this thesis introduced an approach to enhancing crash test simulations by combining simplified mechanical models of the Anthropomorphic Test Device (ATD) with machine learning. Three mechanical models were developed using inverse pendulum dynamics and optimised through parameter fitting, but their performance showed limitations due to simplifications. To address these discrepancies, an autoencoder-based neural network was implemented to predict and adjust the differences between analytically computed and simulated accelerations. As a result, the basis of this discrepancy model structure has been developed, which requires further improvements.

JÁNOS JONATÁN GEDEI

Mechatronics Engineer BSc, Specialisation in Mechanical Engineering Modelling, 2024/2025/I.

*Consultant:* Dr. Ferenc HEGEDŰS, Associate professor, fhegedus@hds.bme.hu

*Supervisor:* Dr. Zsolt SZABÓ, Associate professor, zsolt.szabo@mm.bme.hu

## 1 Introduction

The partial differential equations are key tools for innovation in research and development. To get quick solutions often discretization methods and high performance computations are utilized. In this thesis a simple PDE, the Barkley-model was used. This equation is often applied in modeling of heart muscles.

$$\left. \begin{aligned} \partial_t u &= \frac{1}{\epsilon} u(1-u) \left( u - \frac{v+b}{a} \right) + D \cdot \Delta u \\ \partial_t v &= u - v \end{aligned} \right\}$$

The points of the discretized version of this problem were mapped onto the threads of the GPU. The diffusion term introduced the need for data sharing between these discrete point. In this thesis, it is demonstrated that how is this data sharing, or inter thread communication can be generalized for solving other PDEs. The aim of this thesis was to explore optimization methods, to reach the maximum achievable computational performance.

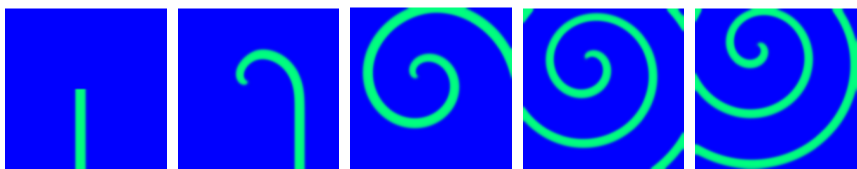


Figure 1: Some of the PDE solutions: spiral formation

## 2 Applied Methods

The use of the GPU made it possible to calculate the field variables of the next time step simultaneously, in a parallel fashion. In the naive approach each iteration step was calculated with a new kernel launch, but this was inefficient. Therefore, with the introduction of the grid synchronization data reusability was improved, and it was made possible to start calculations with local data, while neighbouring field variables were still loading in to the thread registers. The use of persisting L2 made it possible for the field variables to be kept in a faster memory region compared to the global memory.

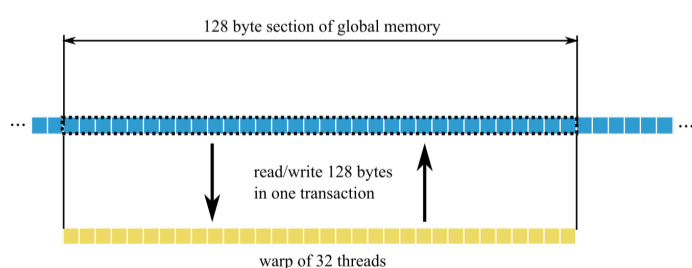


Figure 2: Coalesced global memory access

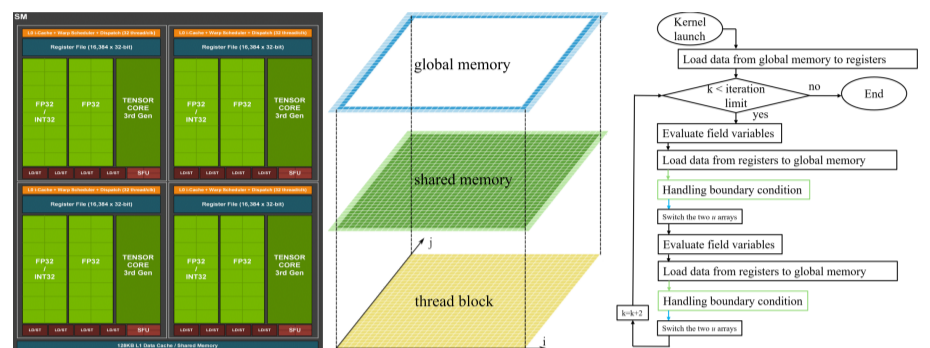


Figure 3: Streaming multi processor architecture. Mapping between different memory regions. Flow chart of a solver

The naive approach that used shared memory, a faster memory region, encouraged further development steps in the optimized solution. Here memory address, logical calculations, memory transactions, and warp divergence was reduced, all global memory access was set up to be coalesced, improving inter block communication.

## 3 Results

The benchmarking was done by measuring runtime of each of the different solver codes. It is clear, that the GPU codes ran orders of magnitudes faster than the CPU codes. Furthermore, after the implementation of the grid synchronization no significant speedup occurred.

Used hardware	Version	Average iteration step runtime
CPU	Sequential solver	326 641 [ns]
	Solver of Barkley	103 520 [ns]
GPU	Naive approach	12 932 [ns]
	Grid synchronization	1478 [ns]
	Persistent L2 cache	1473 [ns]
	Shared memory, naive	1752 [ns]
	Shared memory, optimized	1583 [ns]

Table 1: Runtimes

## 4 Summary

In this application the GPUs have a clear advantage in computational power. In the GPU codes the grid synchronization seems to be the biggest contributor to the increase in utilization. The use of shared memory did not yield the expected results. However the used data structures, the elimination of warp divergence, and the grouping of threads still sped up the computation in the last code.

# Development of component based transfer path analysis for electrical steering systems

BENDEGÚZ GERGÁ CZ

Mechanical Engineering MSc, Major in Applied Mechanics, 2024/2025/I.

Supervisor: Fanni Kádár, PhD Student, fanni.kadar@mm.bme.hu

## 1 Introduction

The transition to electric motors in vehicles has significantly reduced interior noise levels, making the analysis of systems like electric steering critical for resolving Noise, Vibration, and Harshness (NVH) challenges. Transfer Path Analysis (TPA) is an essential tool for understanding how noise propagates from active components to passive structures. Component-based TPA (cTPA) focuses on calculating interface forces at connection points to replicate the noise contribution of active components on the passive side. This study explores the effectiveness of cTPA in analyzing the noise mechanisms of an electric steering motor across various operational conditions.

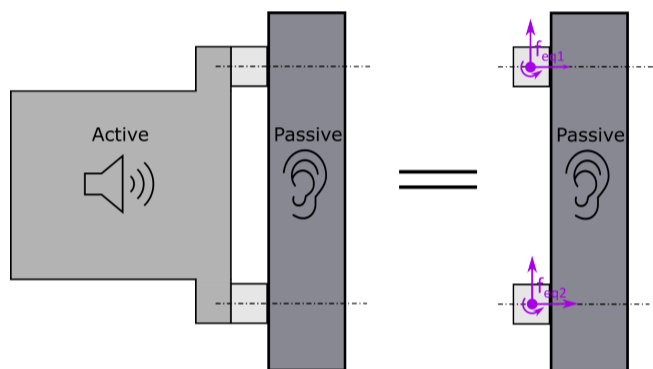


Figure 1: Illustration of the cTPA approach

## 2 Applied Methods

Frequency Response Functions (FRFs), representing the system's dynamics in the frequency domain, were derived through impact hammer measurements and transformed to connection points using Virtual Point Transformation. These transformed FRFs were then utilized to calculate interface forces from acceleration data measured during various operational tests, simulating the motor's excitations under different load conditions and external broadband disturbances.

To assess the quality of the calculated interface forces, an on-board validation process was implemented. This involved comparing measured passive-side responses with predictions derived from the calculated forces, assessing the method's accuracy under realistic conditions.

## 3 Results

Strong alignment between predictions and measurements was observed across the spectrum, though accuracy was influenced by the signal-to-noise ratio (SNR).

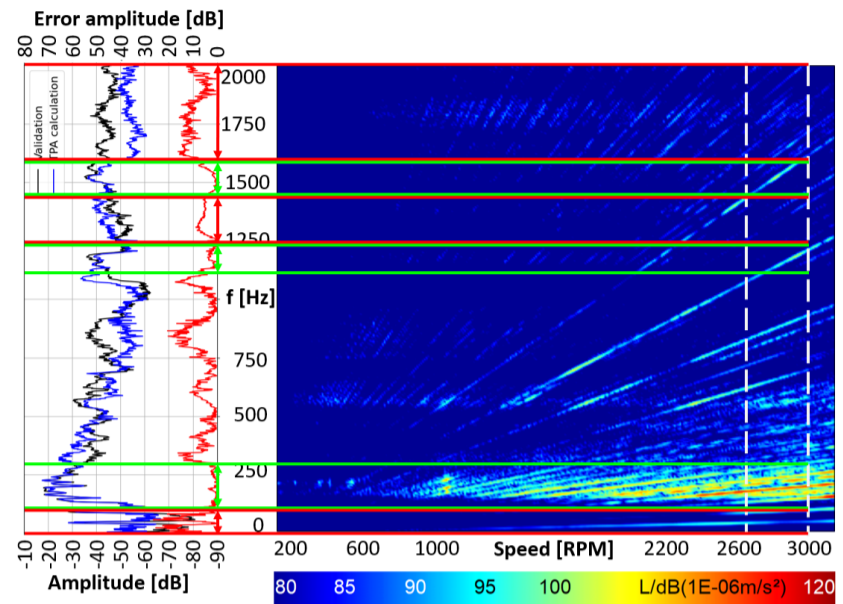


Figure 2: Influence of SNR on the error of the method (red)

In acoustic analysis, dominant noise sources align with specific spectral orders where signal levels are higher. Evaluating the method along these orders produced consistently accurate results.

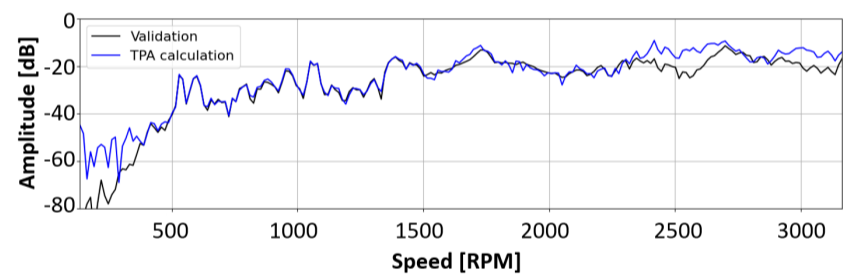


Figure 3: Validation results along the 24th order

This approach also proved robust against external disturbances, maintaining accuracy even with increasing levels of passive-side noise.

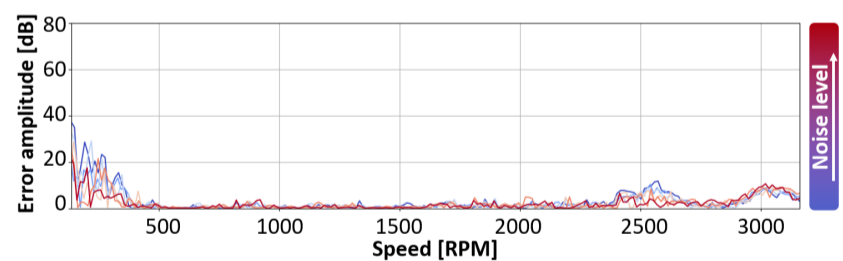


Figure 4: Error along the 24th order in the presence of increasing intensity passive-side disturbance

## 4 Summary

This study highlights the effectiveness of cTPA in tackling NVH challenges in electric steering systems. Its consistent accuracy across diverse operating conditions—especially along dominant spectral orders—demonstrates its suitability for real-world automotive applications.

# Cooling system design for urban racing car

BÁLINT ÁRPÁD HELL

Mechatrical Engineer BSc, Specialisation in Mechanical Engineering Modelling, 2024/2025/I.

Supervisor: Dr. Zsolt SZABÓ, Associate professor, zsolt.szabo@mm.bme.hu

## 1 Introduction

BME SharkTeam decided to participate in the hydrogen fuel cell category in the Shell Eco-marathon competition. In the new car, a PEM fuel cell will be used to power the vehicle. In this thesis, I will work on the cooling system of this fuel cell stack. Unlike conventional internal combustion engines, which use the mechanical energy from explosions to create useful power in its output, fuel cells use chemical energy to achieve it. The fuel cell is a device that converts the chemical energy of a fuel into electricity. To power a vehicle, an electric motor, connected to the fuel cell, is also needed. The reaction that takes place in the fuel cell is exothermic, so it generates heat. That is why, in most cases, fuel cells need cooling system to operate. Beyond that, the efficiency of the fuel cell depends on its temperature. Considering that this will be used in a fuel efficiency competition, the cooling system is a very important part of the vehicle.

The usual cooling method for fuel cell stacks is to circulate a coolant between the bipolar plates, which are used to provide the reactant gases for the reaction. The heat is generated on the other side of the plates, where the reaction takes place. The coolant absorbs the heat and carries it away from the stack.

## 2 Applied Methods

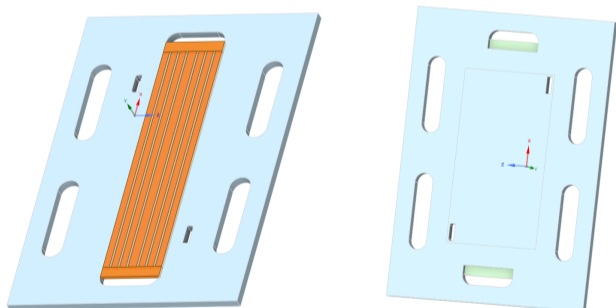


Figure 1: The computational domain

The actual fuel cell stack is not manufactured in the present, which limits my toolkit to find the optimal operating conditions. However, I have access to the models, which the stack will be manufactured based on. These models were used in the simulations. The cooling system is turned on only after the fuel cell exceeds its operating temperature, and turned off when the temperature drops below a certain value. This transient process was simulated to find the optimal coolant flow rate. The simulations were done in Ansys Fluent. The computational domain can be seen in Figure 1. The orange colored part is the space, where the coolant

flows, the blue part is the bipolar plate. There is a velocity inlet boundary condition for the coolant, and a heat flux boundary condition to take into account the heat generated by the reaction.

## 3 Results

Three different coolant flow rates were tested. During the simulations, the temperature on the reaction side of the bipolar plates was monitored. The results can be seen in Figure 2.

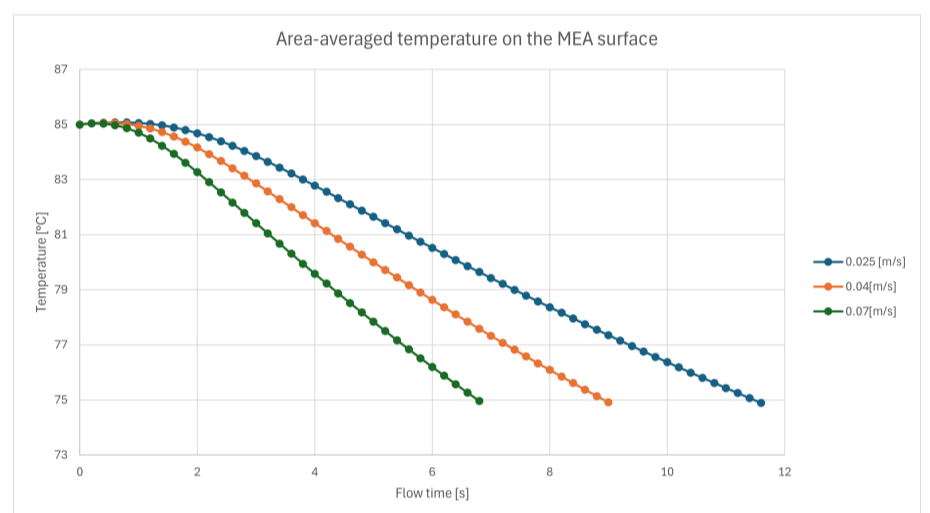


Figure 2: Temperature on the surface of the MEA in time with different flow rates.

The temperature distribution on the bipolar plates at the end of the cooling cycle can be seen in Figure 3.

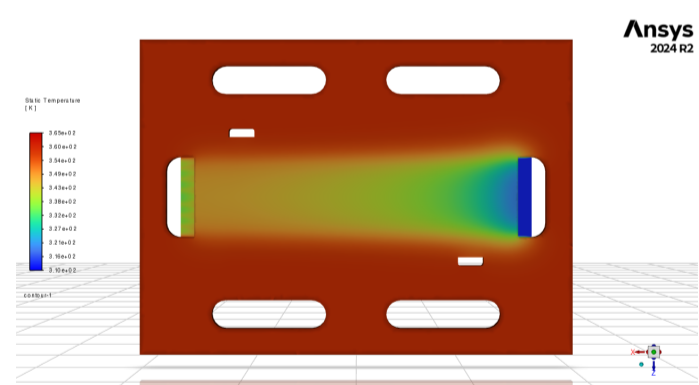


Figure 3: Temperature distribution on the bipolar plates at the end of the cooling cycle with the highest flow rate.

## 4 Summary

We want the cell to reach its ideal temperature fast, and for the temperature distribution to be as even as possible. Because the temperature distribution is almost the same for each flow rate, the highest flow rate proved to be the best choice.

# Mechanical analysis of the inflation of a single soft robot cell

MÁTÉ HORVÁTH

Mechatronics Engineer BSc, Specialisation in Mechanical Engineering Modelling, 2024/2025/I.

Supervisor: Dr. Szabolcs BEREZVAI, Assistant professor, berezvai@mm.bme.hu

## 1 Introduction

Pneumatic soft robots are becoming more popular thus, more research is being performed on this topic. My thesis focuses on the simulation of a single soft robotic cell because understanding the behaviour of a single cell helps in comprehending more complex systems. The simulation investigates the effect of various geometric and material parameters on the behaviour of the cell.

Furthermore, the thesis discusses the topic of pneumatic soft robots with the help of real world examples and the recent studies in the topic.

The thesis introduces isotropic hyperelastic material models. For validation, measurements were performed.

## 2 Applied Methods

Finite element method is used to simulate the soft robotic cell. The varied parameters can be seen in the table below. A reference model is created and every parameter is varied separately. The parameter ranges have ten values plus the reference model. This gives a total of 51 simulations.

An Abaqus script is developed, which can effectively simulate the 51 cases and export the necessary data automatically.

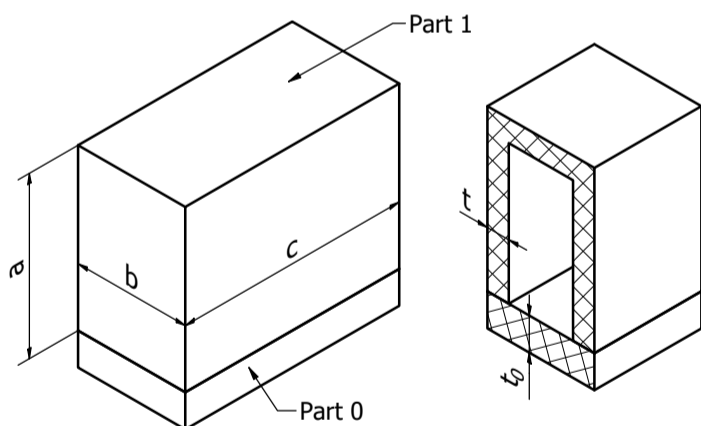


Figure 1: Dimensions of the cell

Table 1: Parameter ranges

Parameter	Range	Increment	Unit
$a$	5 ... 15 ... 25	2	mm
$c$	10 ... 20 ... 30	2	mm
$t$	1.25 ... 2 ... 3.75	0.25	mm
$t_0$	1 ... 3 ... 6	0.5	mm
$\eta$	1 ... 3 ... 6	0.5	1

## 3 Results

The deformation of the bottom edges of the cell is investigated. A tenth order polynomial curve is fitted to the obtained discrete points from the FEM analysis. The curvature functions ( $\kappa$ ) of these curves are calculated and investigated, because the curvature function gives information about the shape of a curve. In the figure, these functions can be seen when varying the stiffness of the base layer.

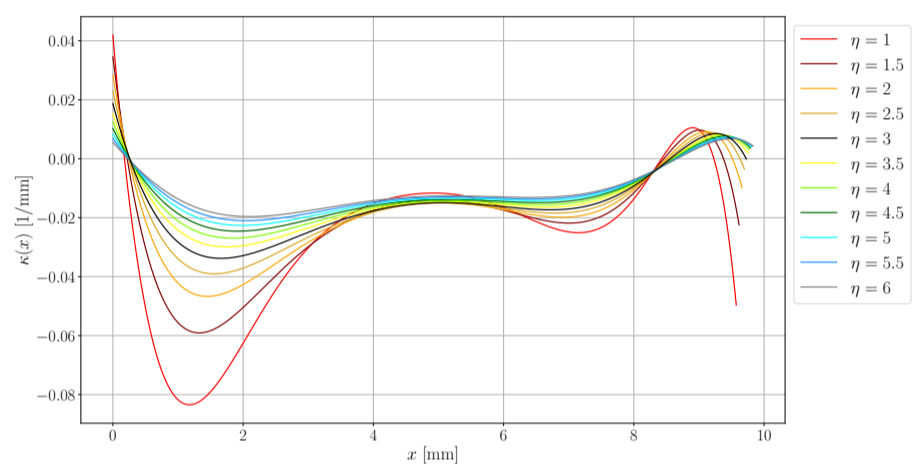


Figure 2: Curvature functions

The pressurized actuator during the measurement can be seen in the figure below. The measurements show similarities to the simulations, however the deflection of the cells is larger in real life.



Figure 3: Pressurized actuator

The mechanical behaviour of the used silicone rubbers was also measured. Neo-Hookean and Yeoh models are fitted to the measurement results.

# Development of a continuous fibre reinforced composite specific non-linear orthotropic constitutive model for the use in LS-DYNA finite element environment

ROLAND HORVÁTH

Mechanical Engineering Modelling MSc, Major in Solid Mechanics, 2045/2025/I.

*Supervisor:* Dr. Szabolcs Berezvai, assistant professor, berezvai@mm.bme.hu

*Consultant:* László Kovács (eCon Engineering), sr. sim. eng., laszlo.kovacs@econengineering.com

## 1 Introduction

Application of continuous fibre reinforced composites plays an increasingly significant role in different industries, such as aerospace or automotive industry. Designing a composite structure involves a large number of measurements. With proper numerical or analytical models of mechanical behaviour of composites, the number of required measurements can be decreased. This thesis focuses on the ply-wise characteristics of laminated composites to predict their mechanical behaviour using the developed and implemented material model in LS-DYNA.

## 2 Applied methods

The main features of the model are the followings, elastic non-linear constitutive in-plane behaviour, tensile and compressive directions are distinguished and the draping phenomenon is taken into account. The applied constitutive law is based on an adapted version of the Ramberg-Osgood equation, while incremental approach is utilized in the FEM framework. The draping phenomenon, which is the deformation induced reorientation process of fibres, is handled by rotating the material coordinate system during the simulation. Figure 1 depicts the draping effect.

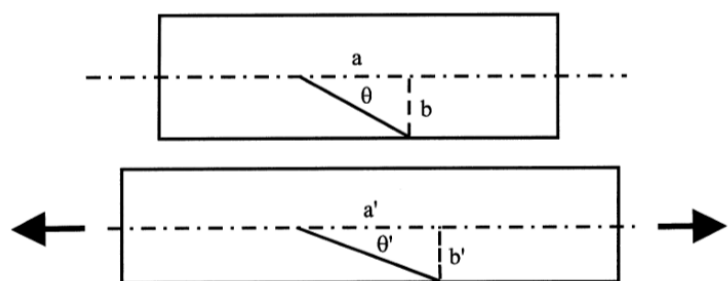


Figure 1: Deformation induced fibre reorientation

The implemented material model also offers the possibility to define arbitrary reference stress-strain curves to describe the non-linear elastic behaviour of the material.

## 3 Results

Analytical and simulation results were compared in order to validate the developed MAT 49 material model, where the maximum relative error was obtained to 2.4%. Furthermore, MAT 49 was matched with a built-in non-linear material model, namely MAT 40, which uses finite strain formulation and the calculated maximum relative error was 3.26%. The comparison can be seen in Figure 2.

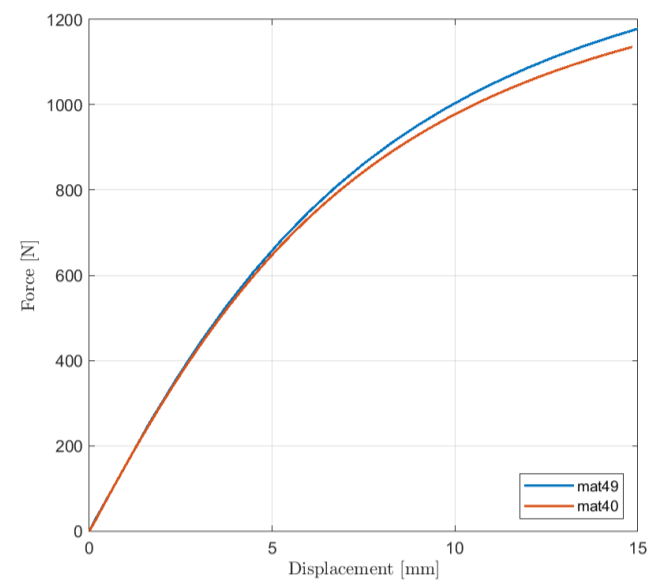


Figure 2: Comparison of the built-in MAT 40 and the developed MAT 49 material models

Figure 3 demonstrates the difference, that draping makes, since the consideration of the draping is developed to be optional.

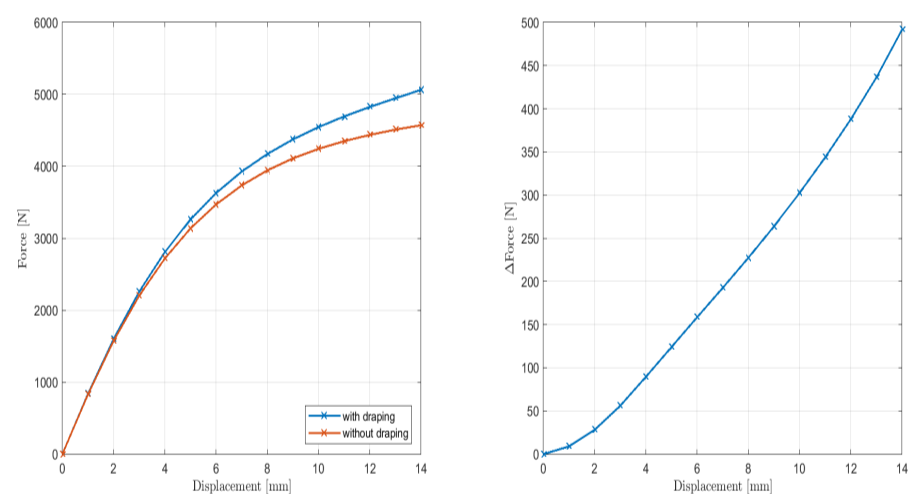


Figure 3: The effect of the draping in the developed MAT 49 model

## 4 Summary

The final product of the thesis is a material model subroutine written in FORTRAN, which can simulate the elastic non-linear material behaviour of a fibre reinforced composite model built from thin-shell elements and subject to plane-stress state, using LS-DYNA explicit solver. Moreover, the model is capable of distinguishing between tensile and compressive behaviour in fibre and transverse direction, and it can also consider the draping effect.

# Application of all-wheel steering on race cars

DOMOKOS JÜTTNER

Mechatronics Engineer BSc, Specialisation in Mechanical Engineering Modelling, 2024/2025/I.

Supervisor: Dr. Dénes TAKÁCS, Associate professor, takacs@mm.bme.hu

## 1 Introduction

This thesis explores the potential application of active rear axle steering to complement the regular front axle steering. With such a system, it is possible to decrease the turning radius at low speeds while increasing stability at high speeds.

Since most motorsport regulations forbid such technology, we will focus on a system designed for the Formula Student ruleset, which permits its usage. The aim of the project is to have such system implemented in BME Motorsport's racer for the 2025 competition season. The Formula Student regulations permit active rear-wheel steering with  $6^\circ$  range of motion.



Figure 1: BME Motorsport's racecar from the 2024 competition season, FRC-11

## 2 Applied Methods

A two-wheeled bicycle model with Pacejka tyre model was used to evaluate the effects of all-wheel steering. The model was validated against datalogs from the vehicle.

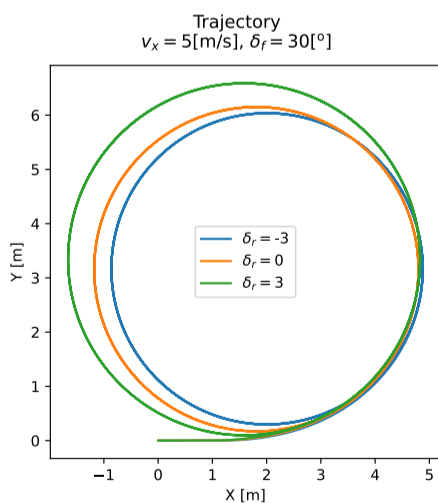


Figure 2: Trajectory in low-speed cornering situation

At a given velocity ( $v_x$ ) and front steering input ( $\delta_f$ ), we can compare the motion of the vehicle at various rear wheel steering angles ( $\delta_r$ ). From experimentation, we can conclude that at low speeds, we need to steer the rear wheels in the opposite direction, at high speeds in the same direction. An array of cases covering various velocities and steering inputs was studied to find the transition range.

## 3 Results

For each case of velocity and front steering angle, the optimal rear wheel steering angle was selected. This was done by finding the stable solution which resulted in the lowest turn radius. This gives us a look-up table based control logic which assigns rear wheel steering angle to the current velocity and steering input.

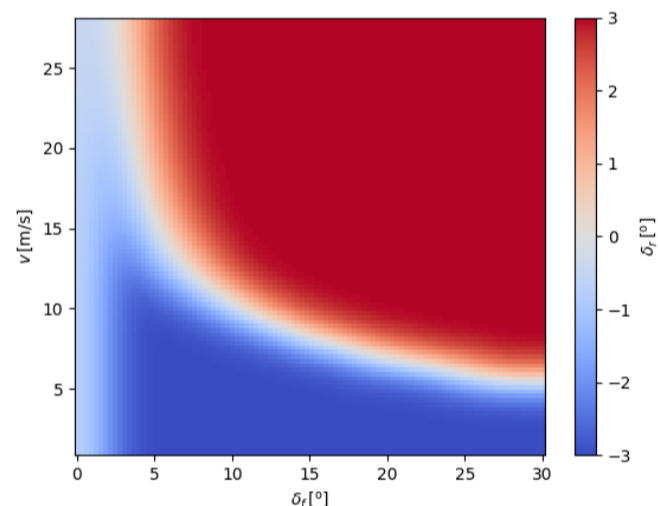


Figure 3: Final control function

## 4 Summary

The system improves on the vehicle's performance in multiple aspects. At low speeds, the opposite direction of steering means, the car builds up yaw angular velocity faster, making it more responsive. In general, we can observe an increase in the grip level of the car, using all tyres closer to the ideal slip angle. With this increased grip level, we can predict the lap time improvements based on point-mass lap time simulations. The all-wheel steering system can improve the lap time on the examined track from 69.70 s to 68.45 s. This has the potential to gain multiple positions in the competition.

# Malomipari szita mechanikai modellezése

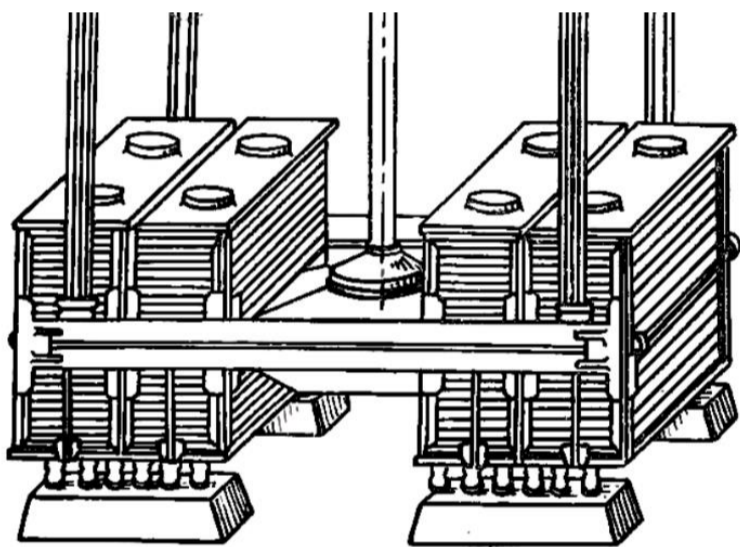
KIRÁLY LÉNÁRD

Gépészmérnöki BSc, Gépészeti Fejlesztő Specializáció, 2024/2025/I.

Témavezető: Dr. Miklós Ákos, adjunktus, miklosa@mm.bme.hu

## 1. Bevezetés

A malomipar őrlési folyamatainál leggyakrabban használt méret szerinti osztályozó berendezések a lapát nélküli síksziták. A szakdolgozat célja egy, a túskezeszintpéteri malomban megtalálható ilyen típusú szita koncentrált paraméterű mozgásegyenleteinek meghatározása két és három szabadságfokú esetekben, továbbá a szitaszerkezet mozgásának szimulálása Matlabban a teljes üzemiállapotot tekintve. Fontos feladat még a berendezés kritikus elemeinek feltárása és azokra ellenőrző számítások és szimulációk elvégzése (Ansysban), hogy megbizonyosodjanak a szita zavarmentes üzemeléséről.



1. ábra. Egy általános, lapátnélküli síkszita felépítése

## 2. Alkalmazott módszerek

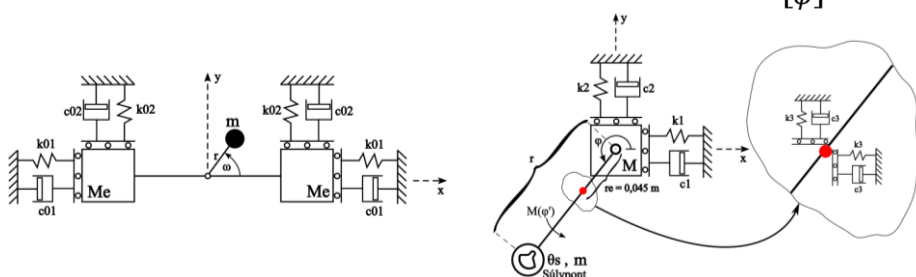
A mozgásegyenletek felírásához mindkét esetben a másodfajú Lagrange egyenletet használtam.

$$\frac{d}{dt} \cdot \frac{dT}{dq_k} - \frac{dT}{dq_k} + \frac{dU}{dq_k} + \frac{dD}{dq_k} = Q_k^*$$

A szita modelljei és általános koordinátái két és három szabadságfokú esetben:

2 DoF eset:  $q = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ ,

3 DoF eset:  $q = \begin{bmatrix} x \\ y \\ \varphi \end{bmatrix}$



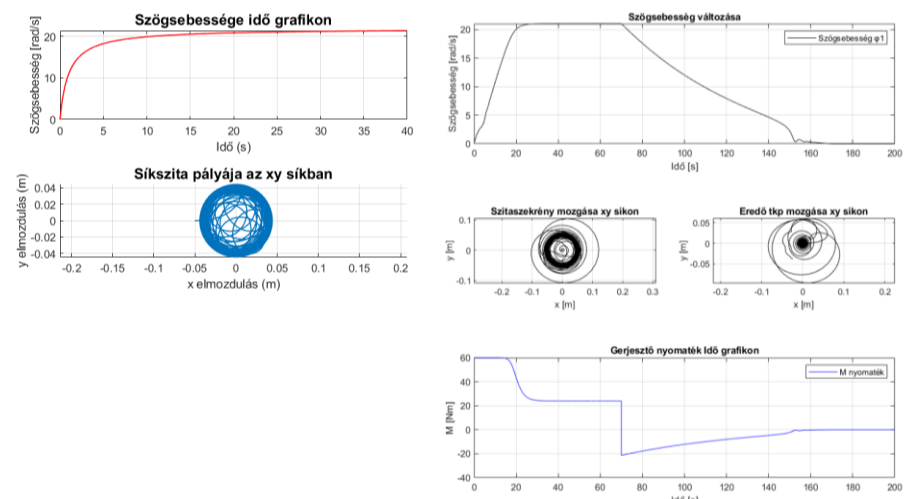
2. ábra. 2 DoF modell balra, 3 DoF modell jobbra

A modellekben szereplő paraméterek értékét többnyire mérésekkel, CAD modellezéssel és kísérletekkel határoztam meg, de volt olyan paraméter is melynek értékét csak a szimuláció futtatásával iterálva lehetett kellően jól megközelíteni.

Működés szempontjából a legkritikusabb elem a felfüggesztésre használt rudazat, mivel ennek törése a gépben nehezen helyreállítható anyagi károkat okoz. A rudazat terhelése ciklikus, így azt kifaradásra kell ellenőrizni.

## 3. Eredmények

A szimulációk saját határaikon belül szépen visszaadták a szitaszerkezet működését. Természetesen a három szabadságfokú modell sokkal kifinomultabb megoldást adott a síkszita teljes üzemiállapotát tekintve, de ha csak a stabil állapotra vagyunk kíváncsiak, akkor a két szabadságfokú modell is megfelelő, továbbá felírása is egyszerűbb.



3. ábra. 2 DoF modell eredménye balra, 2 DoF modell eredménye jobbra

Kifaradásra való ellenőrzés eredménye szerint a felfogató rudazat terhelése bőven a kifaradási határ alatt van, így annak élettartama végtelennek tekinthető.

## 4. Összefoglalás

A lapát nélküli síkszita egyenleteit mindkét esetben megfelelően felírtam. A bennük szereplő paraméterek értékét is sikerült a valósághoz igazítani, így a szimulációk kellően pontos megoldást adtak. A modelleket lehet még plusz elemek beiktatásával finomítani, mint például a szitaszekrényben mozgó anyag száraz súrlódásának figyelembevétele, de ennek meghatározásához műszerezett mérési kísérletekre van szükség. Ez viszonylag drága és nem feltétlen ad a jelenleginél sokkal pontosabb megoldást.

# Komponens alapú átviteli út analízis kísérleti fejlesztése elektromos kormányrendszerekhez és részegységeikhez

KÁLMÁN JÓZSEF LEVENTE

Gépészmérnöki MSc, Alkalmazott Mechanika Specializáció, 2023/2024/II.

Témavezető: Kádár Fanni, tanszéki mérnök, Kimpián Tibor, okl. villamosmérnök,

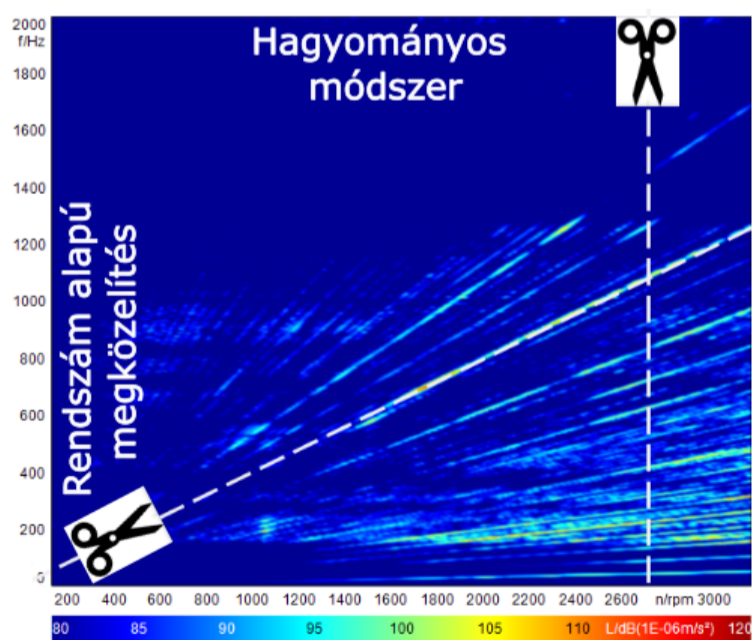
## 1. Bevezetés

Az autóipar fejlődésével a belsőégésű motorokat egyre inkább felváltják az elektromos és hibrid hajtásrendszerek. Ezek sokkal csendesebbek, így a különböző alkatrészek, például a kormánymű zajkibocsátása hallhatóvá válik. A cél egy olyan módszer kifejlesztése, amely lehetővé teszi az összetett rendszerek különböző komponenseinek külön-külön és együttes vizsgálatát is.

## 2. Alkalmazott módszerek

A villamos motorok és a kormányoszlop vizsgálati módszerének alapja a Campbell-diagramon a harmonikusok menténi kiértékelés. A korábbi vizsgálatokkal ellentétben, az elemzések nem az y-tengellyel párhuzamosan, hanem a különböző harmonikusok mentén zajlottak, ez a megközelítés lehetővé tette a teljes fordulatszám-tartományban a jó mérési zaj és mérési jel viszonyának biztosítását, amely elengedhetetlen a pontos számításokhoz. A vizsgálat során a kormányoszlopot mint rendszert úgy kellett kettébontani, hogy a villamos motor külön is vizsgálhatóvá váljon. Az átadódó erők és gyorsulások méréséhez a felfogatási pontokban olyan részeket kellett kialakítani, amelyek merev kapcsolatot képeznek a motor és kormányoszlop felfogatási pontjával, és amelyekre a gyorsulásérzékelők is rögzíthetők.

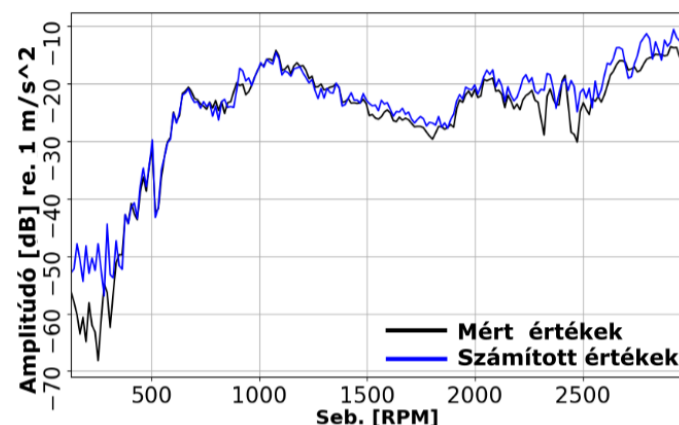
Az in-situ blocked force módszer lehetővé teszi az átadódó erők és gyorsulások meghatározását olyan pontokban is, ahol a geometria miatt sem gyorsulásérzékelő, sem erőmérő nem szerelhető fel, például egy csavar közepén.



1. ábra. Rendszám alapú megközelítés a Campbell-diagramon

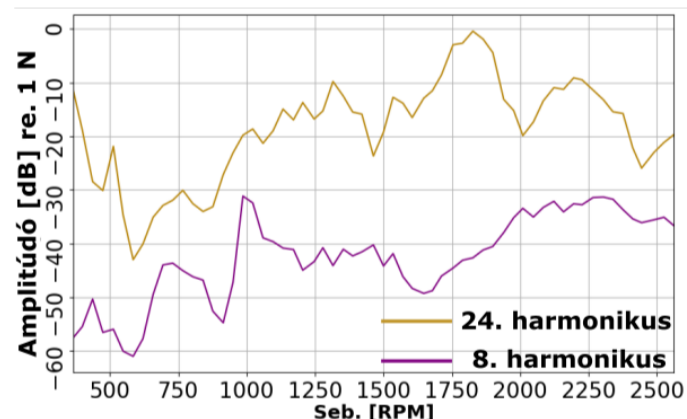
## 3. Eredmények

A mérések során validációs szenzorokkal ellenőriztük a számítás pontosságát, amely a 2. ábrán látható a teljes tartományon együtt fut a mért és a számított értékek görbéje. Ezzel meggyőződhetünk a számítás pontosságáról.



2. ábra. A validációs szenzorokkal mért és a blocked force módszerrel számított átadódó gyorsulások

A kormányoszlopra átadódó villamos motor nyomaték-hullámosságából származó rezgések összehasonlítása és a villamos motor radiális ház rezgéseinek az átjutása látható a 3. ábrán. A teljes fordulatszám tartományban jól megfigyelhető, hogy a nyomaték-hullámosságából származó átadódó erők nagyobb mértékben átadódnak a felfogatási pontokra.



3. ábra. A nyomaték hullámosságából átadódó erők és a villamos motor ház rezgéseiből származó erők összehasonlítása

## 4. Összefoglalás

A dolgozat során bemutatom az átviteli útanalízis módszerét, amelyet egy kormányoszlopon és a hozzá tartozó szervomotoron próbáltunk ki. A számítások jól közelítik a valóságot, és alkalmasak a különböző zajkeltési mechanizmusok vizsgálatára. Az átadódó erők és gyorsulások nagyságát és irányát is hatékonyan lehet vizsgálni a villamos motor teljes fordulatszám-tartományában.

## LADÁNYI PÉTER

Gépészmérnöki BSc, Gépészeti Fejlesztő Specializáció, 2024/2025/I.

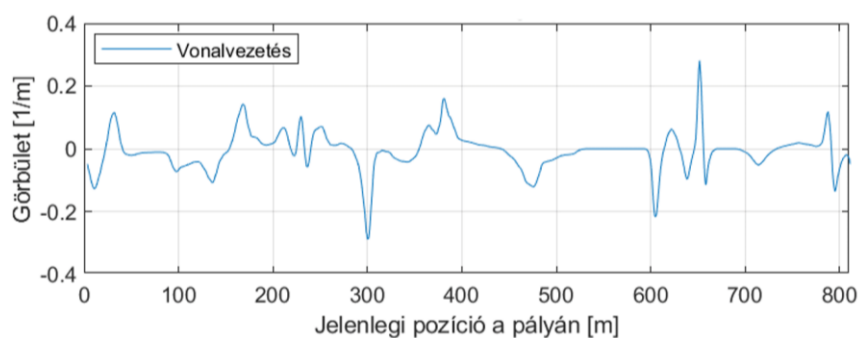
Témavezető: Mihályi Levente, doktorandusz, mihalyi@mm.bme.hu

### 1. Bevezetés

A motorsport világában minden tizedmásodperc számít, egy versenyen az első és az utolsó versenyautót csupán pár százalékos teljesítménykülönbség választja el egymástól. Az ilyen járművek tervezésénél különösen fontos az alapos járműdinamikai modellezés, melynek része a dolgozatban is bemutatott kormányzási stratégia megválasztása. A dolgozat fő célja egy *Formula Student* versenyautóra meghatározni az optimális kormányzási stratégiát, amihez egy dinamikai modellt építettem fel. A beállítás gyakorlati megvalósíthatóságát egy geometriai modell segítségével vizsgáltam meg.

### 2. Alkalmazott módszerek

A dinamikai modellben az autót kanyarodás közben vizsgáljuk. Ehhez szükséges megismerni a jellemző kanyarokat, melyeken versenyezni fog az autó. Egy korábbi verseny során gyűjtött *GPS* adatok segítségével meghatároztam a vizsgálandó kanyarsugar intervallumot (1. ábra).

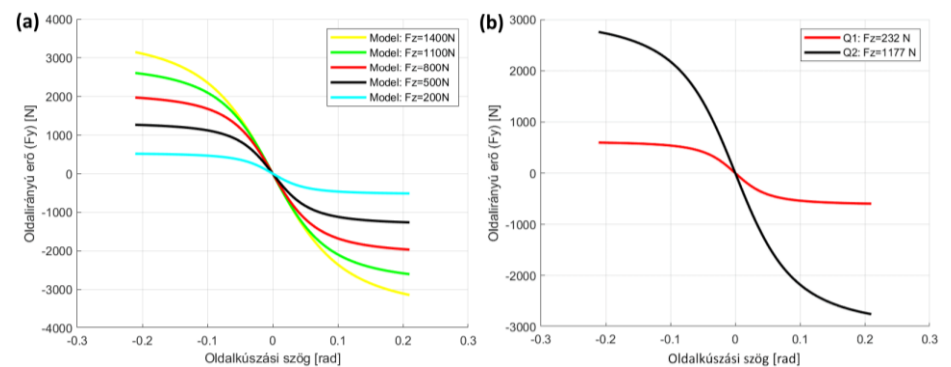


1. ábra: Görbület ábrázolása a pálya mentén.

A kanyar csúcspontjában vizsgáltam a jármű mozgását, ahol hosszirányú erő nem terheli. Ebben a helyzetben meghatároztam azt a maximális sebességet, amivel az autó még tapadásvesztés nélkül képes bevenni az adott kanyart. Amikor a gumik által leadott oldalirányú erő értéke megegyezik az autó tehetelenségéből származó erővel, akkor beszélünk a megcsúszás határhelyzetéről és legnagyobb sebességről. Ebben a helyzetben vizsgáltam a gumik viselkedését a Pacejka-féle *Magic Formula* segítségével (2. ábra), amivel laboratóriumi mérési adatokra empirikus gumimodellt illesztettem. A legnagyobb oldalirányú erőhöz tartozó oldalkúszási szöget a modell alapján meghatároztam, majd ebből a kerék elkormányzási szögeket is kiszámítottam az adott kanyarsugárra vonatkozóan. A modellt az egész kanyarsugar intervallumra lefuttatva megkaptam az optimális kormányzási stratégiát.

A megvalósíthatóság vizsgálata során egy geometriai modellt építettem fel a futóműelemek csatlakozási pontjai és kényszeri alapján. Ezzel a kormányzási stratégia vizsgálhatóvá

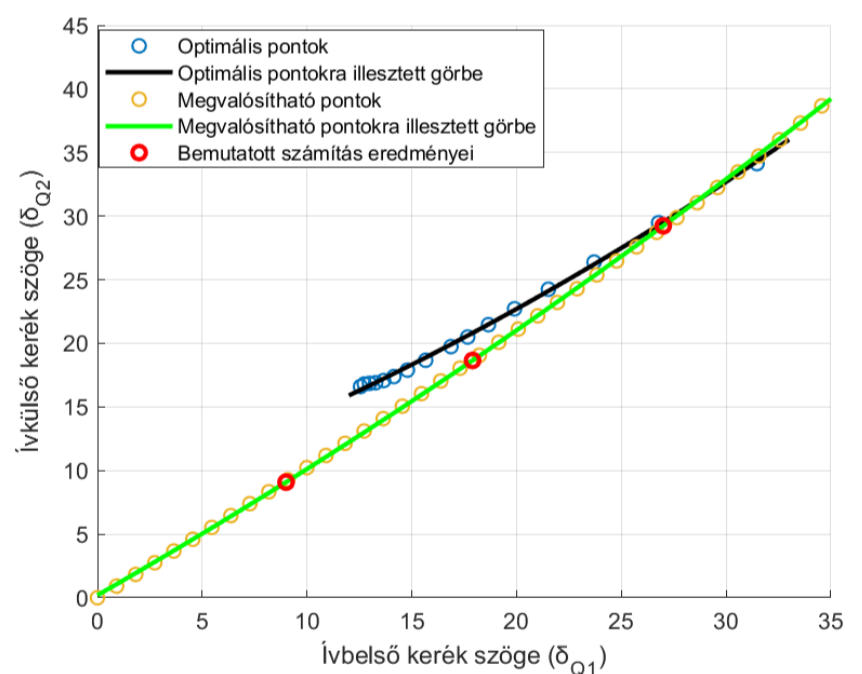
vált. Iteratív módszerrel változtatva a kormánymű geometriáját meghatároztam azt az elrendezést, amelyik a legjobban megközelíti a dinamikus modelltől kapott optimális értékeket.



2. ábra: Hoosier LC0 gumimodellje. (a) függőleges terhelés hatása, (b) a vizsgált kanyarodás esetén.

### 3. Eredmények

A modellek eredményeit a 3. ábra szemlélteti. Az eredményül kapott kormányzási stratégia *anti-Ackermann* típusú, ami a vártnak megfelel. A geometriai modell helyességét egy futómű tervező szoftver segítségével ellenőriztem. A dinamikai modellt egy, a kapott stratégiával épített versenyautóval valós tesztpályán lehet a későbbiekben validálni.



3. ábra Az optimális és a megvalósítható karakterisztika.

### 4. Összefoglalás

A maximális tapadásra optimalizált és megvalósítható kormányzási stratégiát meghatároztam, az eredmény a vártnak megfelelt. Ezzel tervezhető a következő autó, aminek tesztelésével a későbbiekben valós környezetben is validálni tudom számításaim helyességét.

# Design of mechanism for an active drag reduction system

LÁSZLÓ KÓSA

Mechatronikai mérnöki BSc, Gépészeti Modellezés Specializáció, 2024/2025/I.

Supervisor: Dr. Dénes Takács, Associate professor, vice head, denestakacs@edu.bme.hu

## 1 Introduction

Formula Student is an international engineering competition, where MSc and BSc students design, build and maintain a single-seater formula-style racecar. BME Motorsport is the combustion racing team of our university, that has shown great development trajectory since its foundation. As the professional motorsport series, Formula Student is regulated by its own rulebook, that enables the use of active aerodynamic elements. By actively adjusting the angle of attack of the rear wing flaps, aerodynamic drag can be reduced during the straights, thus less engine power is spent to overcome the air resistance. Moreover, the car is able to reach a higher velocity in the straight section, without sacrificing cornering stability.



Figure 1: The racecar of BME Motorsport named as FRC-11.

## 2 Design process

To reduce the drag, two of the five rear wing airfoils are rotated, by predetermined angles. Interestingly, the moments generated by the aerodynamic forces change direction in function of the angle of attack. This phenomenon is used to create a fail-safe geometry, with zero endposition holding torque.

Basically, the mechanism consists of two individually, graphically synthesised four-bar linkage. This graphical method enabled the use of four independent variables, that describe the length of the links, and were used to optimize the mass of the system.

In order to optimize the mass, iterative process was used, meaning that in each iteration the diameters of the links were determined by static calculations with particular attention to buckling.

The links are made of 6060-T66 Aluminum with circular

cross-section. This material is relatively lightweight and has great durability.

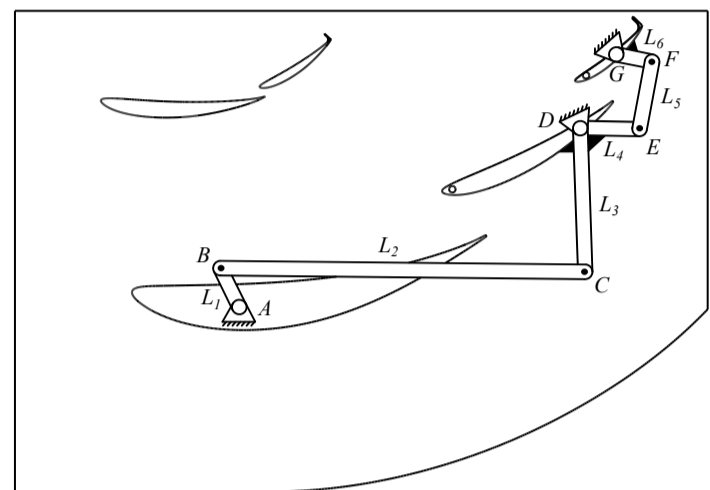


Figure 2: The final geometry of the mechanism.

## 3 Results

Based on the calculated minimum torque, a servo motor was chosen, that had to be small enough to fit inside the main rear wing flap (at point A).

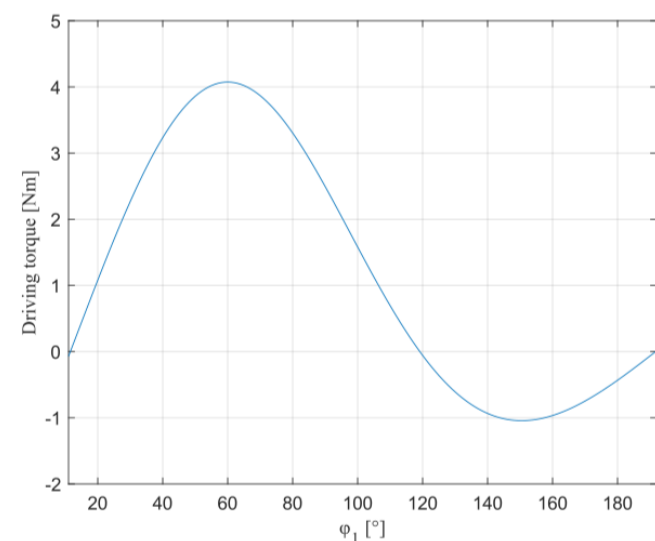


Figure 3: Minimum needed torque for the actuation.

Moreover, the rules and regulations of Formula Student specify load standards on aerodynamic elements, that the system was checked against.

## 4 Summary

The active drag reduction system can greatly contribute to the performance of the racecar, by reducing the drag by about 40%. The final mass of the linkage is about 115 grams.

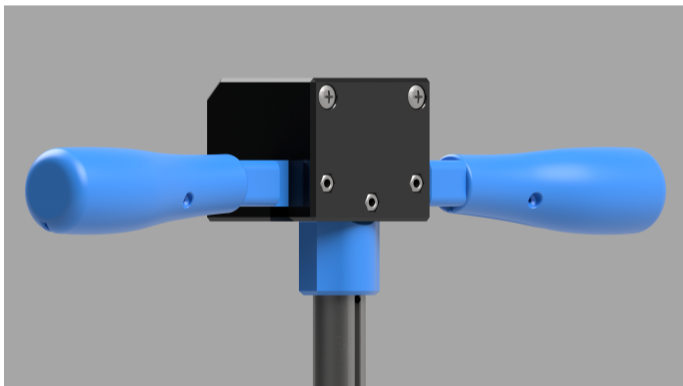
## LŐRINCZ ENIKŐ

Gépészmérnöki BSc, Gépészeti Fejlesztő Specializáció, 2024/2025/I.

Témavezető: Dr. Takács Dénes, egyetemi docens, takacs@mm.bme.hu

### 1. Bevezetés

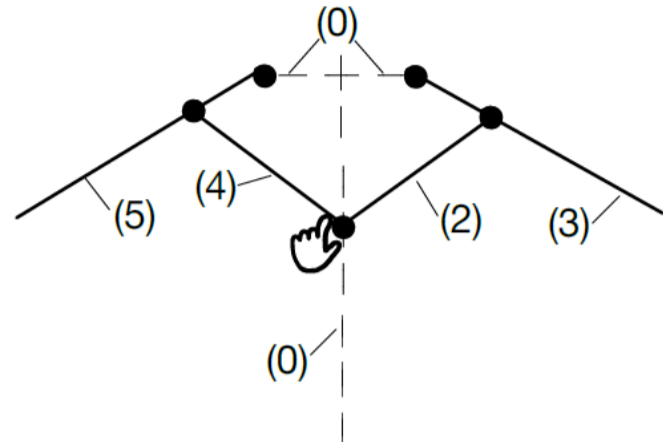
Az elektromos rollerek az elmúlt években egyre népszerűbbé váltak a városi közlekedésben, különösen a mikromobilitás térnyerésével. Kompakt méretük és környezetbarát működésük miatt ideális alternatívát jelentenek a hagyományos közlekedési eszközökkel szemben, mivel az „első és utolsó kilométer” problémájának megoldásában is kulcsszerepet játszanak. Az egyik legfontosabb tulajdonságuk a hordozhatóság, amelyet az összezsukó mechanizmusok biztosítanak. A jelenleg elérhető mechanizmusok azonban gyakran nehézkesek, időigényesek, és nem felelnek meg minden felhasználói igénynek. A tervezési problémák jelentős része a gyors kezelhetőség és a tartósság egyensúlyának hiányából adódik. Céлом egy olyan mechanizmus megalkotása volt, amely gyorsabbá és egyszerűbbé teszi az összezsukási folyamatot, valamint növeli az eszközök használhatóságát és a felhasználói élményt.



1. ábra. A tervezett mechanizmus nyitott állapotban

### 2. Alkalmazott módszerek

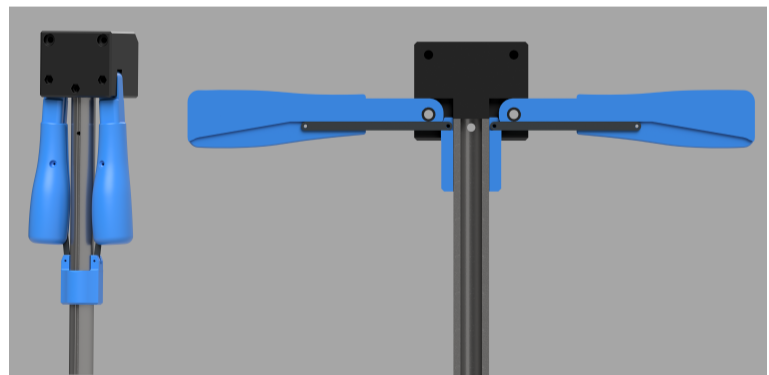
A projekt kezdetén részletesen elemeztem a jelenleg elérhető összezsukó mechanizmusokat, különös figyelmet fordítva a hatékonyságukra, tartósságukra és felhasználóbarát kialakításukra, továbbá áttekintettem a legújabb szabadalmakat és kutatási eredményeket. A szerkezeti analízis részeként felírtam a Kutzbach-egyenletet, amivel meghatároztam a mechanizmus mozgási lehetőségeit, majd a részekre bontás módszerével megállapítottam annak típusát. Így vizsgálni tudtam a mechanizmus elemeinek mozgását, kapcsolódási pontjait és működési elvét, hogy biztosítsam a szerkezet stabilitását és megbízhatóságát. A harmadik lépésben a szerkezet méreteit és formáját optimalizáltam, hogy a mechanizmus könnyen kezelhető és tartós legyen. Végül animációval szemléltettem a kész mechanizmus működését, amely bemutatja az összezsukási folyamat egyszerűségét és gyorsaságát.



2. ábra. A mechanizmus részekre bontása

### 3. Eredmények

A tervezett összezsukó mechanizmus több előnnyel is rendelkezik. A gyors működés, a felhasználóbarát kialakításnak köszönhetően, a mechanizmus könnyen kezelhető, minimális erőfeszítést igényel, valamint a rendszer karbantartása is egyszerű. A szerkezet kompakt, azaz összezsukott állapotban mérete kisebb, így a roller szállítása és tárolása még kényelmesebb lehet. Az animációk és a valós környezetben végzett próbák alapján a tervezett rendszer gyorsabban és hatékonyabban működik, azaz az eredmények igazolták, hogy a tervezett koncepció megfelel az elvárásoknak. A mechanizmus fejlesztésének további célja a összetettebb, akár automatikus összezsukó funkciók integrálása.



3. ábra. A szerkezet csukott állapotban és a nyitott állapot keresztmetszete

### 4. Összefoglalás

A projekt során egy kormányú-összezsukó mechanizmust terveztem és elemeztem, amely gyorsabbá és egyszerűbbé teszi a rollerek használatát. Az eredmények megerősítik, hogy az ilyen megoldások hozzájárulhatnak a mikromobilitás fejlődéséhez és szélesebb körű elterjedéséhez.

# Daganatos betegségek gyógykezelésének dinamikai alapú elemzése

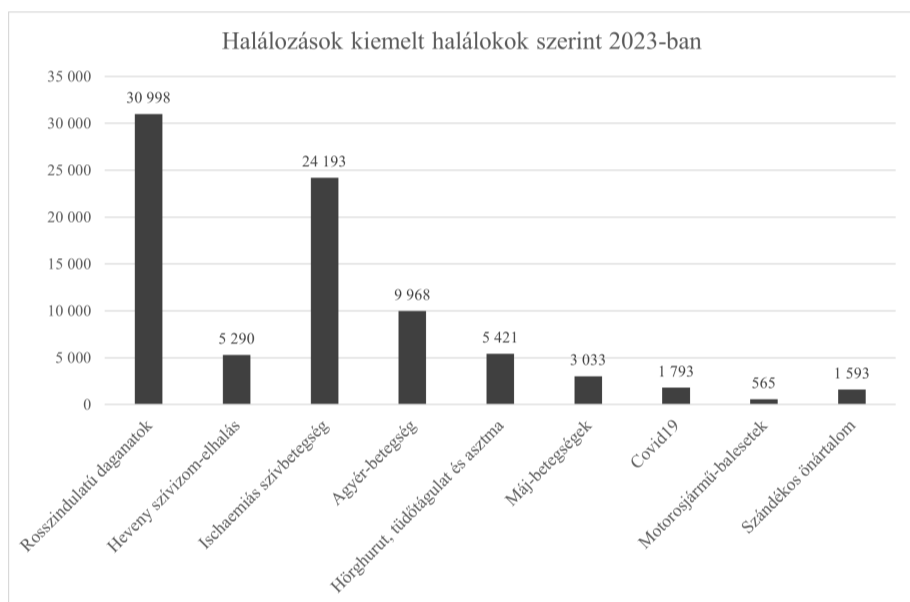
MÁTTYUS SEBESTYÉN

Gépészmérnöki BSc, Gépészeti Fejlesztő Specializáció, 2024/2025/I.

Témavezető: Dr. Csernák Gábor, egyetemi docens, csernak@mm.bme.hu

## 1. Bevezetés

A daganatos betegségek a világ egyik legjelentősebb egészségügyi problémája, hiszen évente több millió ember életét követelik. Ezért a gyógykezelések hatékonyságának maximalizálásához elengedhetetlen, hogy megértsük a daganatok dinamikáját és a kezelések hatásmechanizmusát. A matematikai modellek hasznos eszközt jelentenek ebben a folyamatban, mivel lehetővé teszik a daganatok növekedésének leírását, valamint a gyógykezelések hatékonyságának előrejelzését. A dolgozat célja, hogy bemutasson néhány, a daganatok növekedésének, és azok gyógykezelésének leírására alkalmazott modellt, és dinamikai szempontból elemezze azokat.



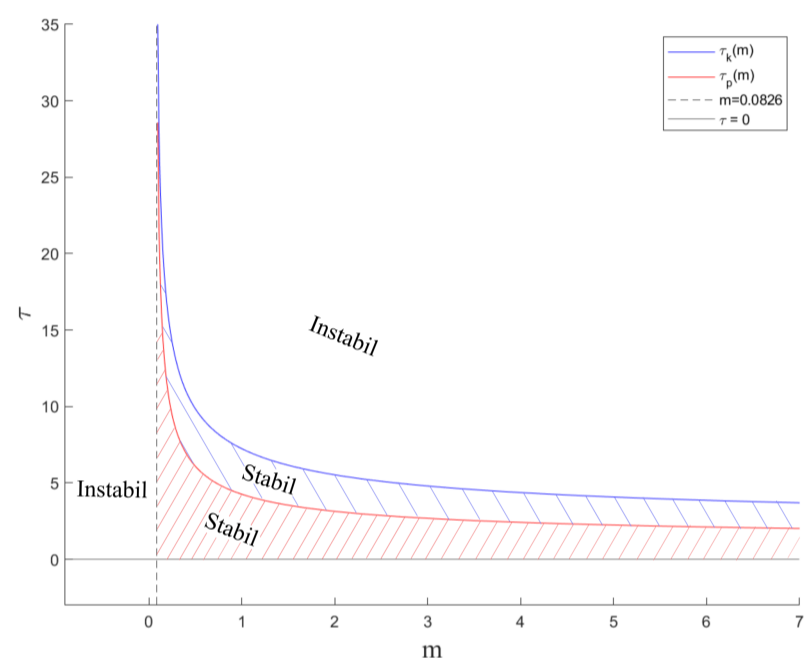
1. ábra. Gyakoribb halálokok 2023-ban

## 2. Modellek

A dolgozat írása során először irodalomkutatást végeztem a daganatok matematikai modellezésének témakörében, majd a gyakrabban használt modelleket bemutattam és magyaráztam. Az alkalmazott módszerek között szerepelt a nulldrendű, lineáris és Gompertz-féle növekedési modellek bemutatása, amelyek segítségével különböző típusú tumornövekedési mintázatokat vizsgáltam. Az immunrendszert is figyelembe vevő modellek révén lehetőség nyílt arra, hogy valóságosabb képet kapjunk a daganat és a szervezet közötti kölcsönhatásokról. Numerikus szimulációkat végeztem, amelyek során bizonyos paraméterértékek mellett vizsgáltam a daganatok viselkedését és a gyógykezelések hatását. Az elemzések során grafikus ábrázolással és analitikus módszerekkel értékeltem az eredményeket.

## 3. Dinamikai elemzés

A dinamikai elemzés során két saját matematikai modellt állítottam fel, amelyek a daganatok növekedését és a gyógykezelések hatásait írták le. A leíró differenciálegyenleteket szabályozási problémaként fogtam fel, és diszkrétizálással próbáltam meghatározni azokat az időközöket és a gyógyszer mennyiségeket, amelyekkel a daganat mérete visszaszorítható.



2. ábra. Az első felállított modell stabilitástérképe

## 4. Eredmények

A felállított modellekkel sikerült bemutatni, hogy a daganatok zsugorodása milyen paraméterek mellett ér el stabil egyensúlyi állapotot. Az eredményeket nézve reális értéket kaptam, amikor azt számoltam, hogy a beteg gyógyulásához 2.5 év szükséges a választott gyógyszerelési gyakoriság és mennyiség mellett. Természetesen a felállított modell pontosságának megállapítása hosszas kutatást igényelve daganatos betegek bevonásával, de nem kizárt, hogy aránylag jó modelleket sikerült felállítani.

## 5. Összefoglalás

A dolgozat bemutatta, hogy a daganatos betegségek kezelésének sikeressége nagymértékben függ a kezelés dinamikájának és stabilitási tulajdonságainak megértésétől. A matematikai modellek segítségével optimalizálhatók a terápiás beavatkozások, elősegítve a betegek életminőségének javítását.

# Mechanical modelling and simulation of density-graded crushable foam structures

KAMILLA MOLNÁR

Mechatronics Engineer BSc, Specialisation in Mechanical Engineering Modelling, 2024/2025/I.

Supervisor: Dr. Szabolcs BEREZVAI, Assistant professor, berezvai@mm.bme.hu

## 1 Introduction

Polymer foams are very common in many applications due to their high energy absorption properties, low density, good heat and sound insulation, and light-weight structure. It is widely used in many application fields due to the possibility to reduce the overall weight of the products and to tailor mechanical and functional properties for specific needs. This Thesis explores the mechanical modelling and simulation of density-graded crushable foam structures, aiming to predict their deformation and failure responses under various loading conditions. The research centres on developing a reliable computational framework to simulate these materials, with particular attention to how density gradients enhance energy-absorbing capabilities. By combining theoretical analysis, numerical modelling, and simulation tools such as ABAQUS.

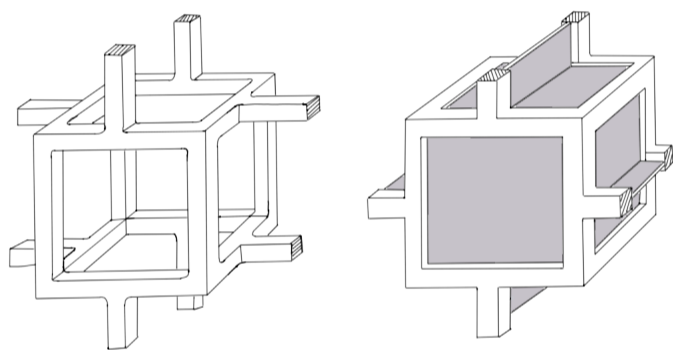


Figure 1: The cubic model of an open and a closed cell foam

## 2 Applied Methods

During the experiment, uniaxial compression tests were performed on a total of 21 3D printed test specimens. The aim was to investigate the effects of printing temperature on material properties like Young's modulus and yield point.

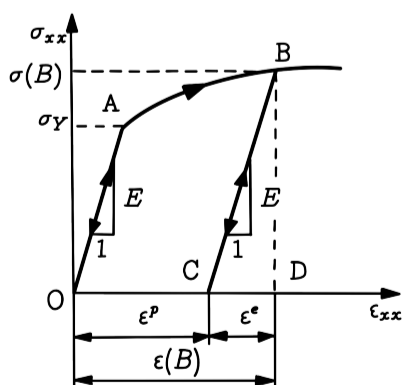


Figure 2: Elastic-plastic material response for uniaxial loading

Simulations were performed in ABAQUS using the

CrushableFoam model and LS-DYNA MAT 154 for fitting strategies.

$$\sigma_y = \sigma_p + \gamma \frac{\dot{\epsilon}}{\epsilon_D} + \alpha_2 \ln \left[ \frac{1}{1 - (\frac{\dot{\epsilon}}{\epsilon_D})^\beta} \right] \quad (1)$$

After a suitable crushable foam material model was successfully fitted to the experimental data for each type of specimen by determining the optimal material parameters, this accomplishment enables the use of the developed material model in finite element simulations to replicate the experimental conditions.

## 3 Results

From the three validation comparisons, we observe that in all cases, the experimental and simulation curves closely overlap during the initial phase. However, under higher loads, the curves start to diverge. In the final case, where the layers were uniform, the experimental and simulation results matched much more closely, with only minimal differences between the two.

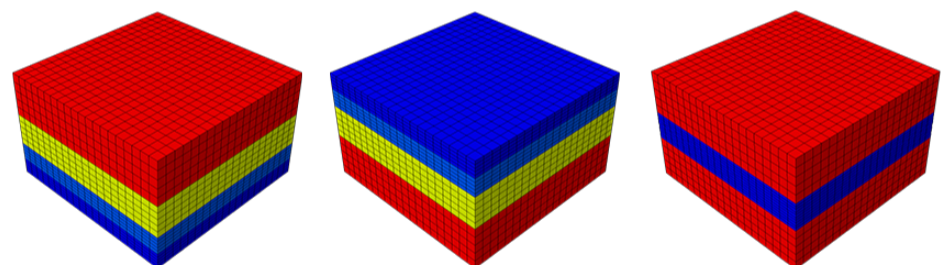


Figure 3: Visualization of the deformation of the density-graded structures.

## 4 Summary

This thesis explored the mechanical behavior of 3D-printed density-graded crushable foams, focusing on developing accurate material models and conducting finite element simulations. Compression tests were performed to assess the effects of printing temperature on properties. Simulations using ABAQUS were validated against experimental results, with good initial agreement. Multi-layered configurations were analyzed, revealing the influence of layer arrangement on mechanical performance. Future improvements include refining Poisson's ratio and hydrostatic stress ratio for enhanced simulation accuracy.

# Human balancing during quiet standing as function of basin of support position

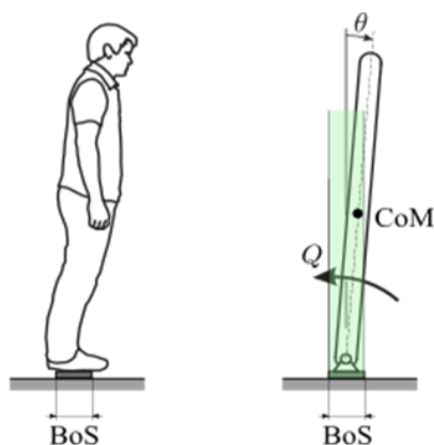
BALÁZS NAGY

Mechatronic Engineer BSc, Specialisation in Mechanical Engineering Modelling, 2024/2025/I.

Supervisor: Dr. Insperger Tamás, professor, insperger@mm.bme.hu

## 1. Introduction

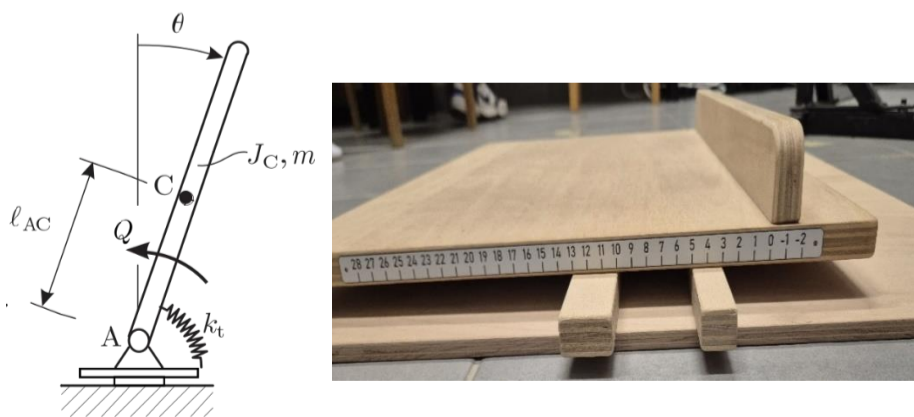
Human standing balance is a complex biomechanical challenge due to the body's inherently unstable configuration. When a person stands upright, their centre of mass remains above a narrow base of support, making them susceptible to even small disturbances. The maintenance of this balance involves the coordination of multiple systems, including the musculoskeletal and nervous systems, as well as feedback from sensory systems. The primary strategies humans employ to counteract potential imbalance known as the ankle and hip strategies are essential for the correction of postural sway and the stabilization of the body. In my thesis I examine a range of different support widths and positions, providing insights into how these factors influence postural control.



1. Figure: The basin of support

## 2. Applied methods

I approached the phenomena using the ankle strategy. In this strategy the human body is modeled as an inverted pendulum. The feet are pinned in place, the axis of rotation is the same as the axis of the ankle. The knees are in a locked position, balancing is done by exerting moment only through the ankle joint.



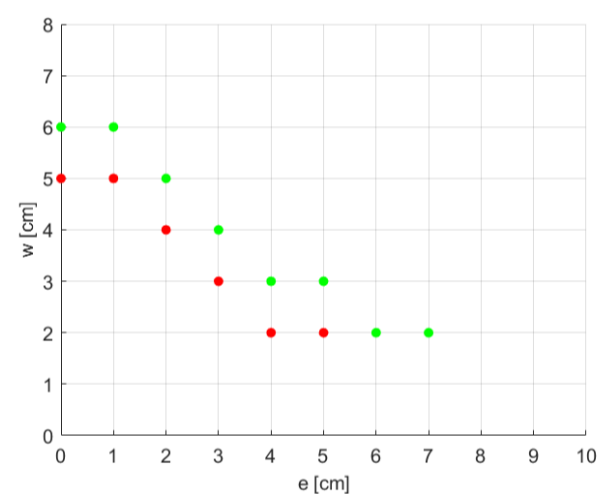
2. Figure: Model of the ankle strategy and the balance board

The goal of the simulations was to find out what was the smallest possible support on which balancing was possible and to estimate the sensory deadzone based on the results. The simulations were carried out using a semi-discretization method in Matlab environment.

Besides the simulations, I conducted measurements involving human subjects. In the measurements, the subjects had to maintain their balance on a balance (BoS) board.

## 3. Results

Results demonstrate that, the closer the support is to the middle of the feet, the narrower it can be. The simulated and measured data followed the same trend. There were small differences in the support widths achieved between the simulation and measurements, with real subjects attaining stability on wider supports. The narrowest support width was found at  $e = 5$  cm,  $w = 2$  cm.



2. Figure: Measurement results of a participant, green: successful balance, red: fall

The sensory deadzone estimation revealed a linear relationship between the sensory deadzone and support width. A wider support, regardless of its position, creates a broader "safe zone", where minor body movements do not activate corrective responses. The method led to an average sensory deadzone in the range of  $0.1313 - 0.3585^\circ$ .

## 4. Summary

The simulation and the measurement yielded similar results. Not only the width, but the position of the support is highly influential in human balance. The closer the support is to the middle of the feet, the better humans' ability to balance becomes. A wider support provides wider sensory deadzone giving humans more freedom in quiet standing.

# Hemodynamics of the initiation of sidewall intracranial aneurysms

OLIVÉR FERENC ORBÁN

Mechatronic Engineer BSc, Specialisation in Mechanical Engineering Modelling, 2024/2025/I.

Supervisor: Dr. Zsolt SZABÓ, associate professor, zsolt.szabo@mm.bme.hu

## 1. Introduction

Intracranial aneurysms are abnormal dilations in the walls of blood vessels, often occurring at branch points. If left untreated, these can lead to serious complications such as subarachnoid hemorrhage. This study explores the hemodynamic factors that contribute to the initiation of sidewall intracranial aneurysms. By investigating the interaction between blood flow and vessel wall stresses, the research aims to improve our understanding of the processes leading to aneurysm formation and support the development of targeted diagnostic and treatment strategies.

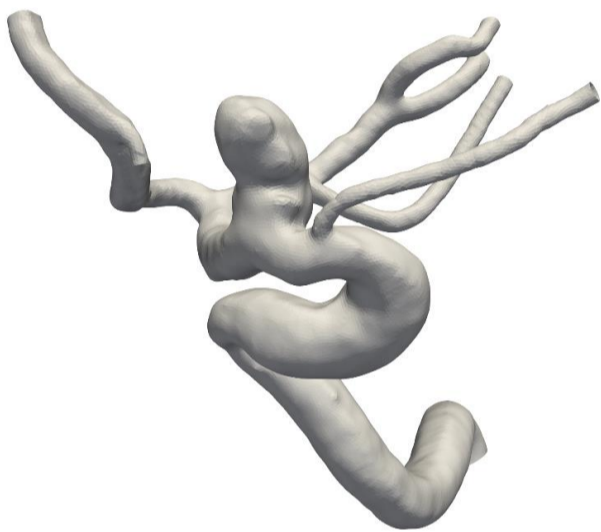


Figure 1: One of the ICA geometries

## 2. Applied methods

The research utilized advanced tools and techniques to prepare and analyze cerebrovascular geometries. Medical imaging data were processed using 3D Slicer for segmentation, allowing the extraction of 3D vascular structures. Further refinement, including the removal of aneurysm sacs and reconstruction of parent vessels, was performed using VMTK.

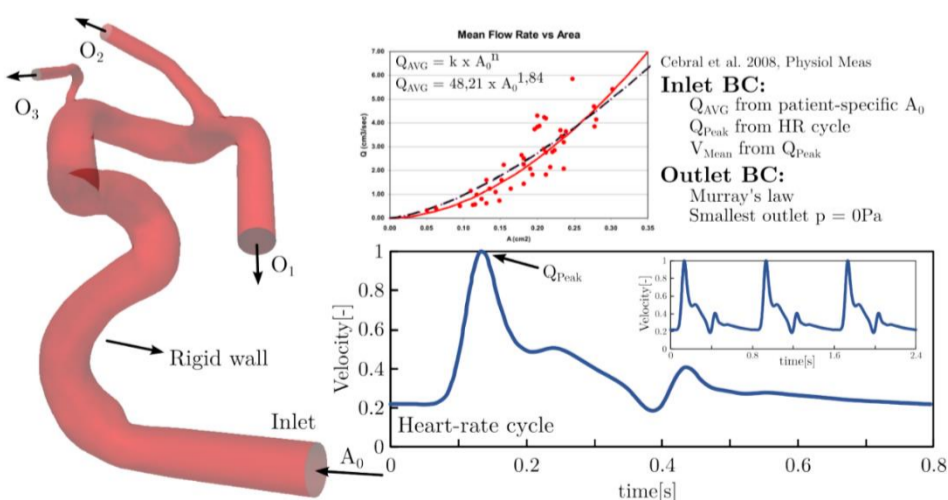


Figure 2: Patient-specific boundary conditions for the hemodynamic analysis

For simulations, the geometries were imported into ANSYS Workbench, where patient-specific boundary conditions were

defined based on physiological data. The simulations modeled blood flow dynamics and their interactions with vessel walls.

## 3. Results

The analysis revealed key insights into the relationship between blood flow dynamics and aneurysm formation. In four out of five tested geometries, regions with altered secondary flows and mechanical stresses aligned closely with sites of eventual aneurysm development. These regions exhibited flow instabilities and elevated stress patterns.

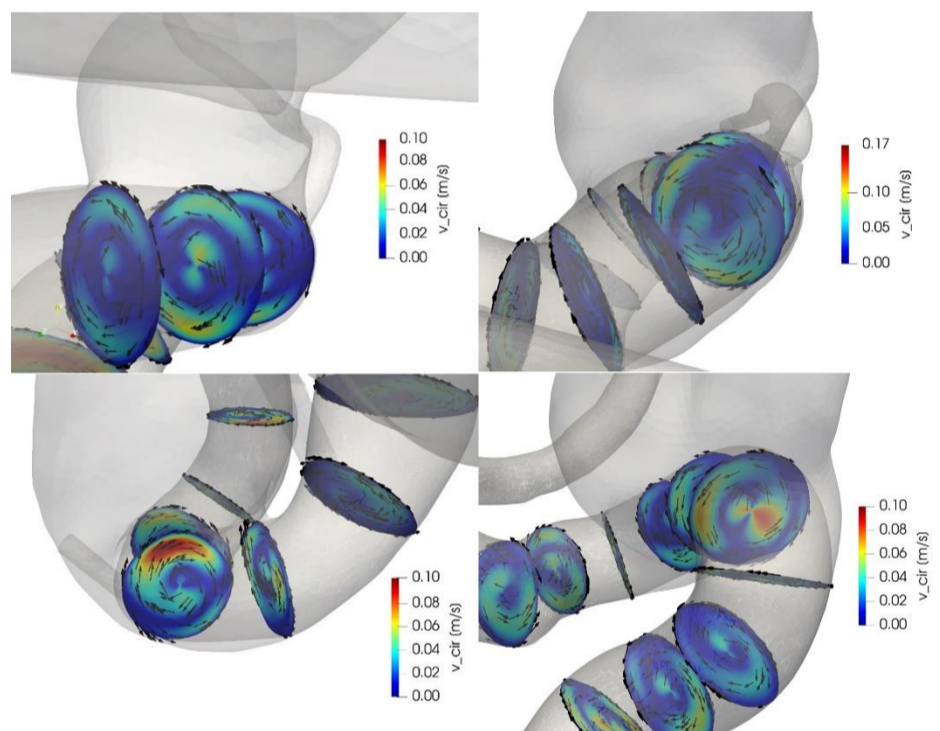


Figure 3: Visualization of secondary flow patterns and circumferential velocities

In contrast, the fifth geometry presented a unique case. A bulge in the vessel significantly altered flow dynamics, suppressing secondary flow patterns and complicating the assessment of aneurysm formation mechanisms. This finding highlights the variability in the factors contributing to aneurysm development and underscores the need for case-specific analysis.

## 4. Summary

This study highlights the role of blood flow dynamics and vessel wall stresses in the initiation of sidewall intracranial aneurysms. Using advanced geometric reconstruction and simulations, regions prone to aneurysm development were linked to altered flow patterns and elevated stress. A unique case demonstrated the complexity of aneurysm formation, emphasizing the need for further research to refine predictive models and clinical strategies. These findings contribute to a deeper understanding of aneurysm pathogenesis and may aid in developing more effective preventive and therapeutic approaches.

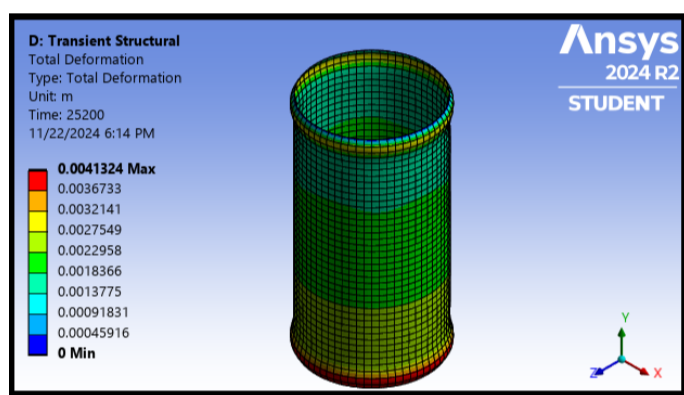
## OSVÁTH MÁTÉ BOLDIZSÁR

Gépészmérnöki BSc, Gépészeti Fejlesztő Specializáció, 2024/25/I.

Témavezető: Dr. Kovács Ádám, egyetemi docens, adamo@mm.bme.hu

### 1. Bevezetés

A héjszerkezetek tervezésekor kiemelten fontos figyelembe venni a kúszásos horpadást, mint potenciális meghibásodási módot. A kúszásos horpadás különlegessége, hogy a deformáció nem azonnal következik be, hanem egy bizonyos kritikus idő eltelte után, még akkor is, ha a terhelés nem éri el a hagyományos értelemben vett időfüggetlen kritikus szintet. Az ilyen hosszú távú stabilitásvesztés vizsgálata nélkülözhetetlen a héjszerkezetek biztonságos és gazdaságos tervezéséhez. A szakdolgozat fő célja az, hogy betekintést adjon a kúszási horpadás modellezési módszereibe és történelmébe.



1. ábra. Vékony falu henger a összeomlás pillanata előtt

### 2. Alkalmazott módszerek

A horpadás számítására alkalmaztuk az analitikus Ugural módszert és a VEM analízist. VEM analízisben a horpadás okozó terhelést generált húzódiagram maximális terhelésének vettük. A kúszási horpadás számítására alkalmaztuk az analitikus Griffin módszert, a véges differenciák és analitikus technikákat alkalmazó Murakami és Tanaka módszert és a véges elem módszert. A kúszás modellezésére a Norton Baley egyenletet használtuk ( $\dot{\epsilon}_c = A\sigma^n$ ). A VEM analízisben és Murakami et al. módszerben kvázi statikus modell feltételezéseivel számoltunk kritikus időt.

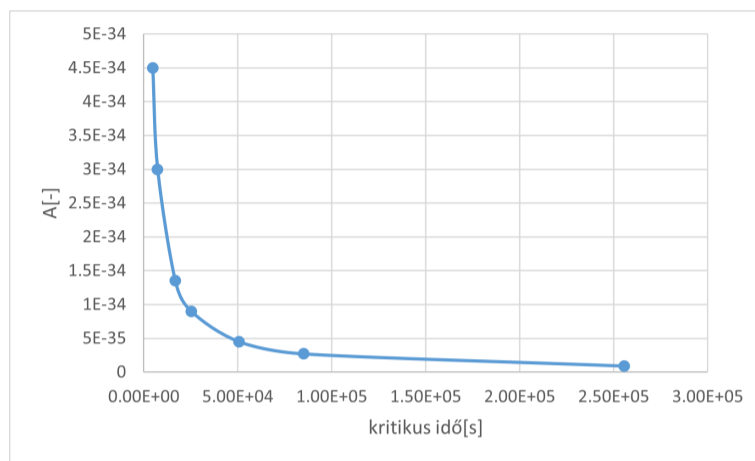
Módszer neve	Kritikus terhelés[N]
VEM Analízis	$1.1341 \cdot 10^5$
Ugural Módszer	$1.8302 \cdot 10^6$

1. táblázat. Horpadási modellek összehasonlítása

### 3. Eredmények

A felsorolt módszerek közül a Murakami és Tanaka módszer nem jutott eredményre. Az analitikus módszerek pedig kevésbé pontos eredményt adtak a VEM analízishez képest.

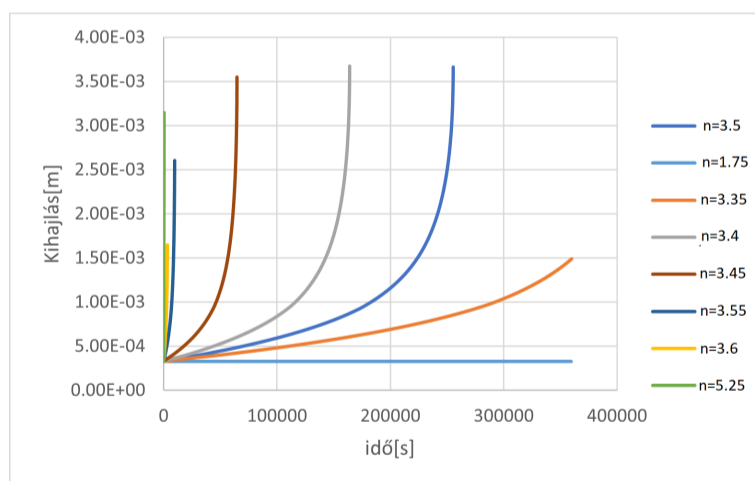
A VEM analízissel fel tudtuk mérni a Norton-Baley paraméterek, a terhelés és hőmérséklet hatását a kritikus időre. Kiderült, hogy az összes felmért paraméter hiperbólikus kapcsolatban van a kritikus idővel.



2. ábra. Norton Baley A paraméter a kritikus idő függvényében

Módszer	Kritikus terhelés[N]	kritikus idő[s]
VEM analízis	31415	25200
Griffin módszer	$5.7498 \cdot 10^5$	-
Murakami és Tanaka módszer	-	-

2. táblázat. Kúszási horpadási modellek összehasonlítása



3. ábra. Norton Baley n paraméter hatása a horpadás lefutására

### 4. Összefoglalás

A használt módszerek közül a VEM analízis adta a legkonzervatívabb eredményt. Ezen túl a véges elem szoftverek létezése miatt a VEM analízis az egyik legkönnyebben megvalósítható analízis. Kielégítő eredményt adó tisztán analitikus módszert nem találtunk.

# Nemlineáris ortotrop konstitutív anyagmodellek összehasonlítása végelelemes környezetben

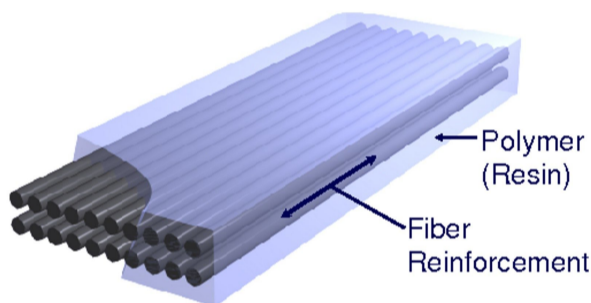
PINTÉR BENCE

Gépészmérnöki MSc Alkalmazott Mechanika Specializáció, 2024/2025/II.

Témavezető: Dr. Berezvai Szabolcs, Adjunktus, berezvai@mm.bme.hu

## 1. Bevezetés

A folytonos szálerősítésű kompozit anyagok nemlineáris viselkedésének modellezése VEM alkalmazásával jelentős szerepet játszik a modern mérnöki és anyagtudományi kutatásokban. Ezen kompozitok olyan mechanikai tulajdonságokkal rendelkeznek, mint a kiváló fajlagos szilárdság és az irányfüggő viselkedés. Ezen tulajdonságok miatt előszeretettel alkalmazza a kompozitokat a repülőgépipar, az autópár és a hajóipar. A megfelelő anyagmodellek kidolgozása és validálása elengedhetetlen, hogy megbízható előrejelzéseket nyújtsunk a kompozitok viselkedésére vonatkozóan, különösen komplex terhelési állapotok hatására. Az anyagmodellezési folyamat kihívásai közé tartozik a szálerősítés és a mátrix közötti kölcsönhatás, valamint a különböző nemlineáris hatások figyelembevétele.



1. ábra. Elvi ábra egy folytonos szálerősítésű kompozitra.

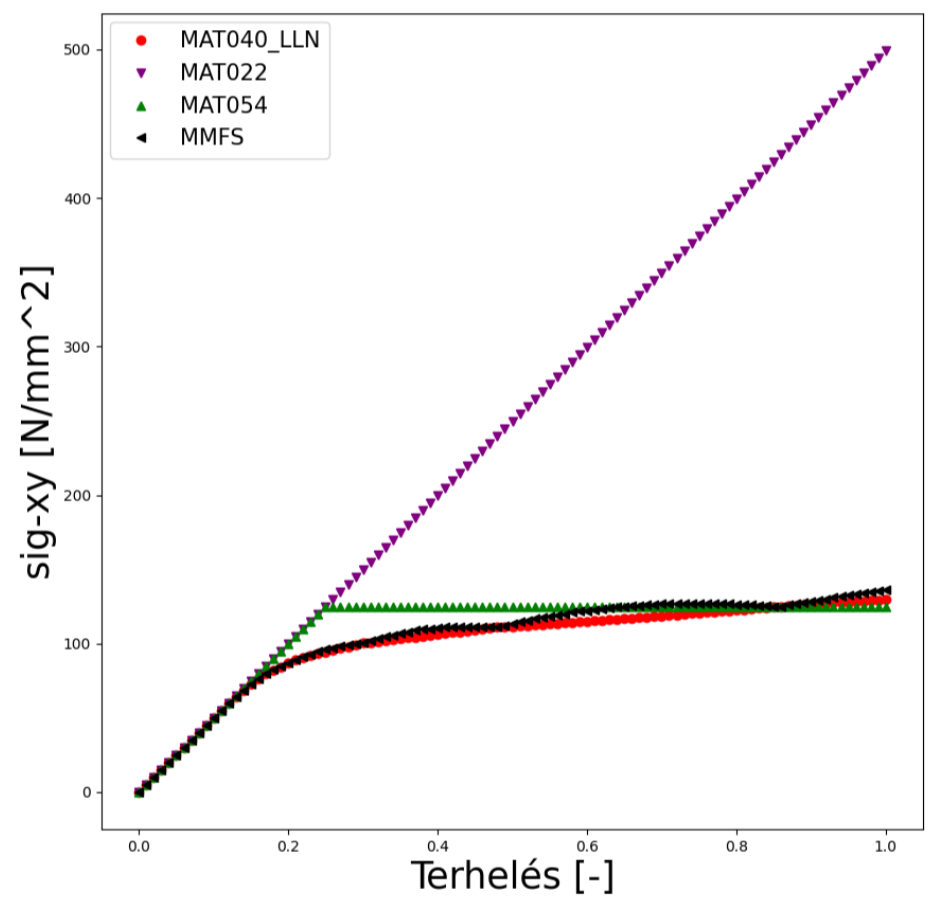
## 2. Alkalmazott módszerek

Az anyagmodellek különböző tulajdonságainak összevetése egy automatizált szimulációsorozat segítségével történik LS-DYNA környezetben. A szimulációk alapja egy  $1 \times 1 \times 1$  [mm] kiterjedésű, egy rétegű (PSHELL) végelelem (SOLID). A kiválasztott szálorientációk a következők voltak:  $0^\circ$ ,  $15^\circ$  és  $90^\circ$ . Az elem a tesztek során a három elemi igénybevételnek és azok kombinációinak volt kitéve, amelyek a következők:

- húzás,
- nyomás,
- nyírás,
- húzás-nyírás,
- nyomás-nyírás.

## 3. Eredmények

A kapott eredmények azt igazolták, hogy a MAT040 anyagmodell teljesen lineáris esetben, valamint nemlineáris  $G_{12}$  és  $G_{13}$  esetén tökéletesen megfelel az elméleti ortotrop anyagmodellnek a véges nyúlások elmélete szerint, ellenben, ha már  $E_{22}$  és  $E_{33}$  is nemlineáris volt, akkor már a merevségi mátrix aszimmetriájának kiegyenlítése miatt numerikus instabilitás lépett fel a szimuláció során. A MAT054 a tönkremenetel segítségével korlátozottan volt alkalmas követni a MAT040 eredményeit, a MAT022 csupán lineáris referenciaként szolgált eredményt.



2. ábra. A nyíró teszt eredménye  $90^\circ$ -os szálorientáció esetében.

## 4. Összefoglalás

A kapott eredmények alapján belátható volt, hogy ha nemlineáris viselkedést mutat az általunk szimulálni kívánt kompozit, akkor a MAT040 egy olyan VEM anyagmodell alternatíva, amely megfelel az ortotrop elméletnek. A MAT022, MAT054 használata rendkívül korlátos, ezért ezen anyagmodelleket ilyen esetekben nem célszerű alkalmazni.

# Analytical, numerical and experimental investigation of finite-strain snap-through phenomena in soft shells

BARNABÁS PIRI

Mechanical Engineering Modelling MSc, Major in Solid Mechanics, 2024/2025/I.

Supervisor: Dr. Szabolcs BEREZVAI, Assistant Professor, berezvai@mm.bme.hu

## 1 Introduction

Soft materials have many engineering applications due to their favourable mechanical properties like flexibility, energy absorption or storage. These characteristics make such materials the perfect basis for designing complex mechanical systems, addressed as soft robotics. By exploiting unstable configurations of these hyperelastic materials, we can enhance the response of the fluidic actuators, which are widely used in soft robots. The thesis focuses on the snap-through instability of spherical and elliptical silicone shells. The goal is to develop numerical, analytical tools and measurement setups, which are capable of investigating this phenomenon.

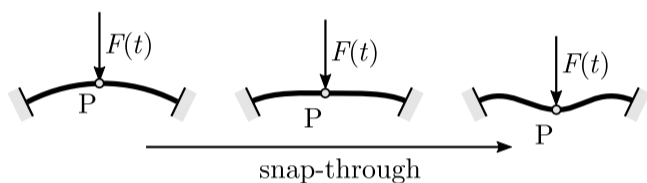


Figure 1: An example of the snap-through phenomena.

## 2 Applied Methods

The snap-through instability of the elliptical rubber shells is investigated using analytical, numerical and experimental methods. The numerical simulations were performed in ABAQUS, with PYTHON scripting. The development of the models for a set of geometric and material parameters are completely automatic, along with the result evaluation.

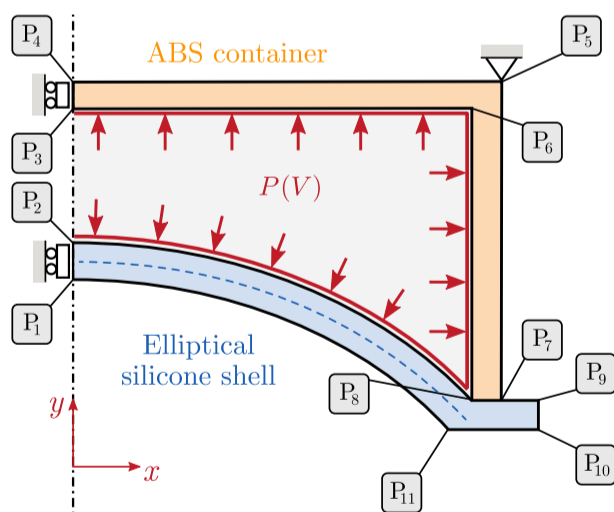


Figure 2: The analysed geometry.

The main characteristics of the phenomena is investigated through simple, 2D axisymmetric quasi-static models, while the complex behaviour of the shells are captured with 3D dynamic finite elements models. The experimental test were performed on a self-developed fluidic control board, which can pressurize the cavity formed by the silicone shell and the

measurement container. The board is built out of commercially available parts, which are controlled by an ARDUINO microcontroller. The characteristic curves of the shells were acquired by using the pressure- or volume control methods.

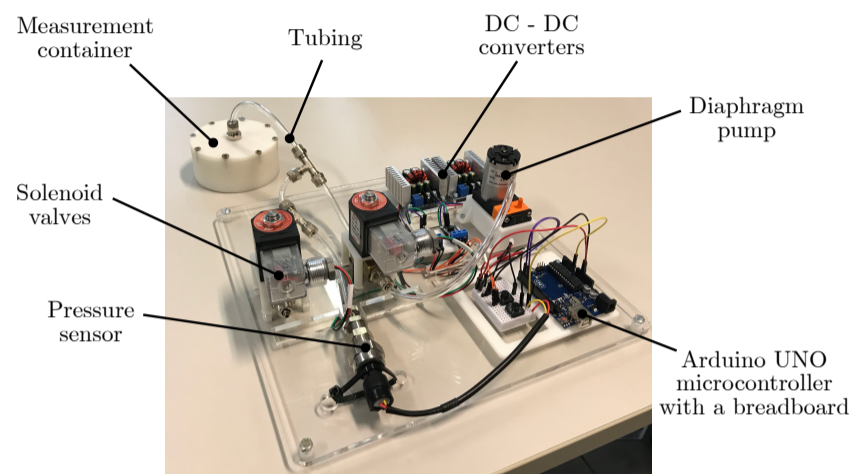


Figure 3: The self-developed fluidic measurement board.

The analytical calculations follow the well-know shell theories, extended to the usage with the used incompressible Ogden hyperelastic material model. Due to the found inaccuracies in the analytical solutions, empiric methods are also established, based on the experimental results.

## 3 Results

The main results are the critical pressures of shells: this pressure describes the point, where the snap-through instability happens. Several geometries and two type of materials were investigated using the presented methods.

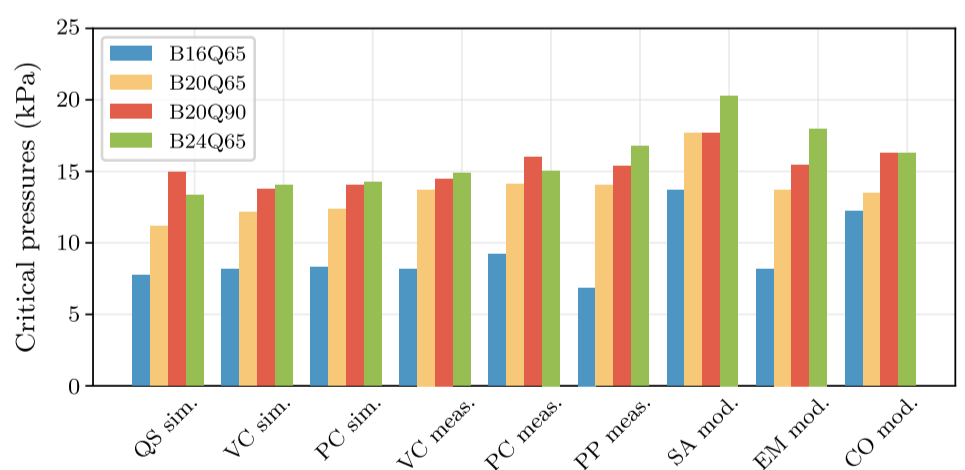


Figure 4: The obtained results with different methods.

## 4 Summary

Based on the results, the presented measurement and calculation methods are capable of characterizing the finite-strain snap-through phenomena in soft rubber shells.

PÉTER PUNGOR

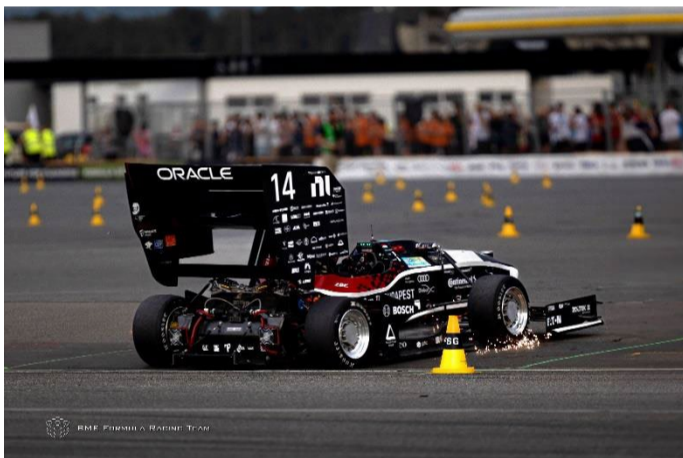
Mechatronic Engineer MSc, Specialisation in Vehicle Mechatronics, 2024/2025/I.

Supervisor: Illés Vörös, illes.voros@mm.bme.hu

## 1. Introduction

Formula Student (FS) is a worldwide „movement” where students – especially from technical universities – design and build a formula-type race car every year and participate in competitions in summer. The teams “fight” for 1000 points which consists of 675 dynamic and 325 static points. The thesis focuses on the dynamics scores and aims to create a tool for the BME Formula Racing Team which helps to qualify and quantify the importance of the base parameters of this type of race car like mass, yaw inertia, the height of the center of gravity, downforce and lift coefficients etc. I undertook to create a lap time simulation that can convert the variation of these parameters into dynamic point change.

Furthermore, there are several other itemized but very important parameters whose effect cannot be observably pointed out by a lap time simulation, but I will introduce other methods to do that.



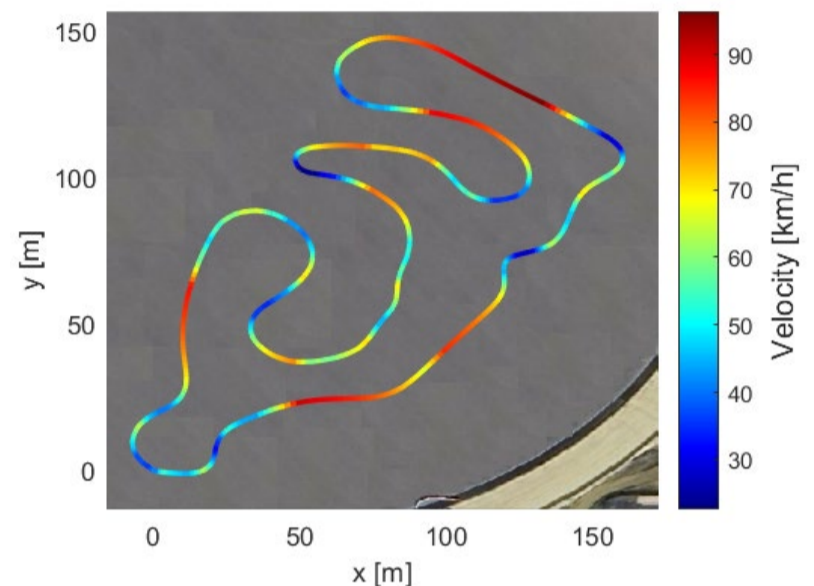
1. Figure: FRED-003 „ZOE” race car in the FS Germany 2023 competition

## 2. Applied methods

The simulation is driver-independent, so there is no model for that. Furthermore, as it will be presented, the trajectory is explicitly defined by arc lengths and radii, thus no control is needed. The principle of the method is based on a limit envelope describing the race car’s capability. Then, we run the car forward on the predefined track inside these envelope limits, and the aim is to get the fastest velocity profile.

The vehicle model consists of a two-dimensional projection with some extra additions in terms of the suspension behaviour. The tyre behaviour is approximated with the Magic Formula. On the basis of the so-called MRA moment method, lateral acceleration-yaw moment diagrams, then the GGV-diagrams ( $a_x$ – $a_y$ – $v$ ) are generated. This will be the mentioned limit envelope. I took the assumption that the minimum locations of the velocity profile are always in the apexes (shortest radius). The creation of the velocity profiles is split into three steps: first, the

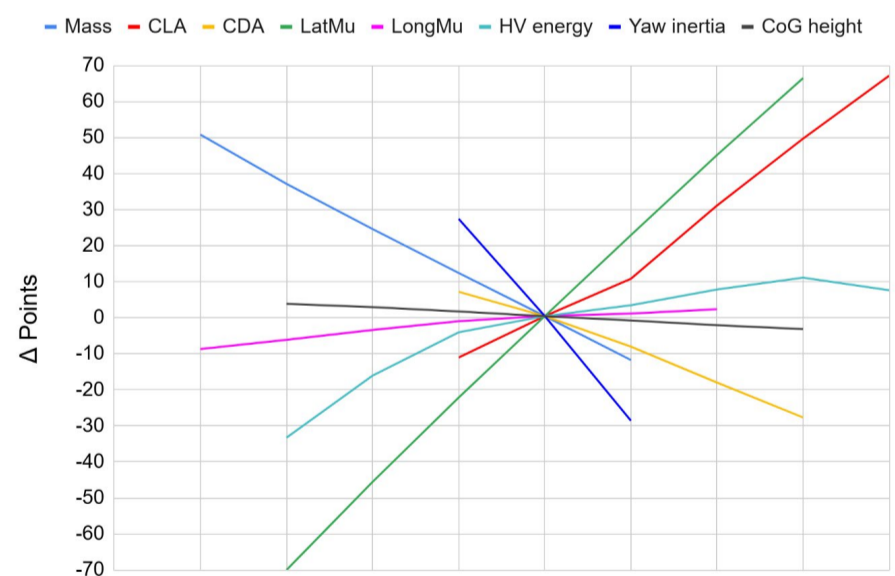
initial achievable top speed is calculated in each track segment; then, there is a forward iteration when the increment of the speed values is limited by the acceleration capability of the car; finally, the same is executed backwards when the decrements are limited by the braking capability. Thus, we obtain the final velocity profile on the given race circuit.



2. Figure: Velocity heatmap

## 3. Results

The velocity profiles are created for a lot of vehicle parameter combinations. In the beginning, I set up a baseline configuration to which the rest of the results are compared. The lap times can be converted into dynamic points based on the rulebook.



3. Figure: Point changes due to parameter variation

## 4. Summary

We received a useful plot that can tell us which part of the car is important to invest more effort into, and it helps to find the optimal parameters. Of course, it is perfect if we can validate it with a real-time test.

# Virtual Balancing of an Inverted Pendulum Under Perturbation by an "Invisible" Attached Rod

ÁDÁM ROZINKA

Mechatronics Engineer BSc, Specialisation in Mechanical Engineering Modelling, 2024/2025/I.

Supervisor: Dr. Tamás INSPIERGER, associate professor and head of department,

insperger@mm.bme.hu

## 1 Introduction

I model and analyze the dynamics and balancing of a double inverted pendulum mounted on a cart in a virtual environment. The primary objective of this project is to develop a highly parameterizable simulation system capable of assessing human balancing abilities under various pendulum configurations. During the experiments, balancing tests are conducted with pendulums of different rod lengths, where the upper pendulum remains invisible to the participant, making the seemingly random effects of perturbation the only perceptible influence within the simulation.

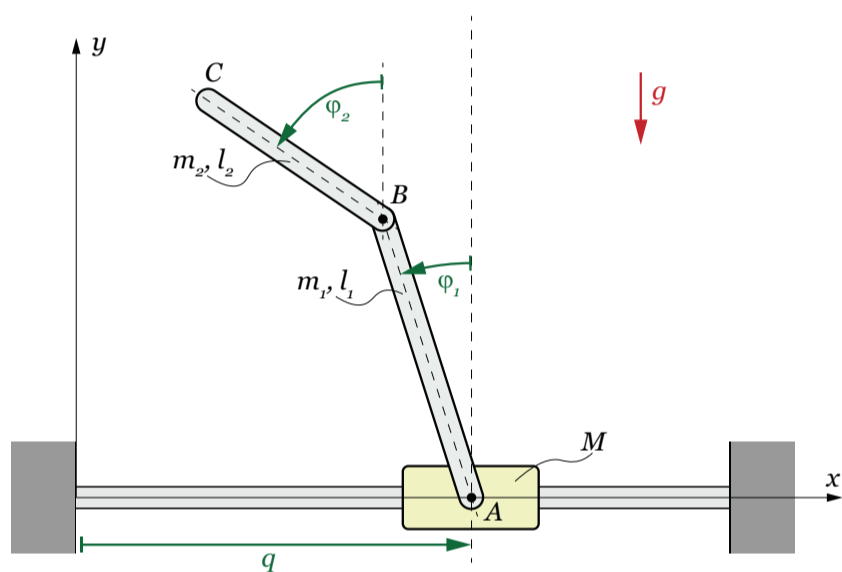


Figure 1: Double Inverted Pendulum on Cart

## 2 Applied Methods

I defined the generalized coordinates of the system and derived the equation of motion using the second kind Lagrange equation. The resulting second-order differential equation was converted into a first-order system, which I simulated in real-time using the Runge-Kutta 4 numerical method implemented in Python. Ensuring the parameterizability of the program was essential, so I provided a graphical interface for parameter customization. Furthermore, within the same program, I determined the PD controller values corresponding to the given system configuration and time delay. To analyze the data streams generated by the software, I developed a MATLAB worksheet that facilitates the evaluation of individual simulations.

## 3 Results

I conducted multiple measurements with various rod lengths and time delays, performing each simulation in two different ways: in one case, the upper rod was visible, while in the other, it was not. Based on the results, it is evident that the shorter the lower rod and the longer the upper rod, the more challenging it becomes to balance the inverted pendulum system. According to my measurements, the average human reaction time is approximately 0.31 ms. Adding extra software-induced time delay significantly degrades balancing performance, although the brain can partially adapt to this with some practice.

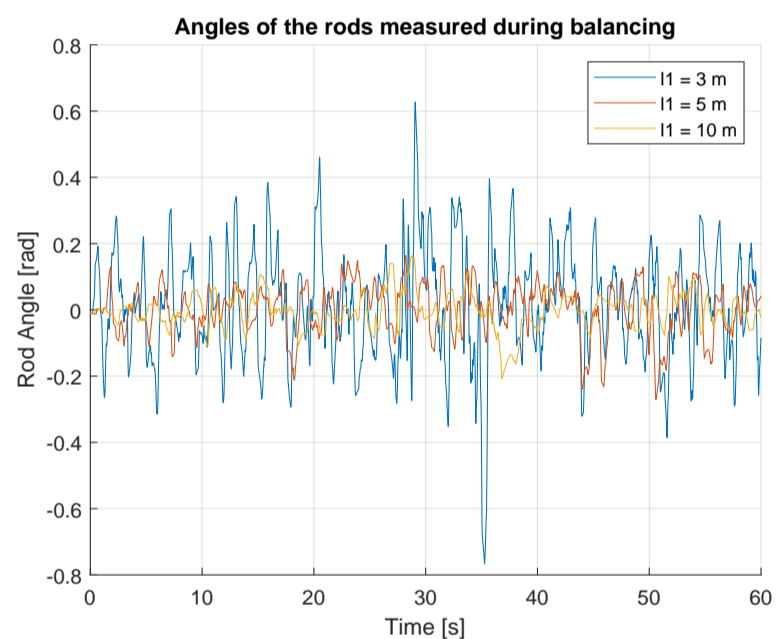


Figure 2: Deflection angle of the pendulum with varying lengths of the first rod. (without time delay, 1 m second rod)

## 4 Summary

I developed a consistent virtual environment for measuring and evaluating human balancing performance with various physical and geometric configurations of the inverted pendulum. The first rod, attached to the cart, was directly influenced by a perturbation caused by the second rod. The variable parameters included rod lengths, time delay, and visibility. This approach provides a detailed understanding of how an average person can balance a frictionless virtual pendulum under such conditions.

# Thermal modeling of rotating components within a gear unit

HANNA RÓZSAVÖLGYI

Mechanical Engineering BSc, Mechanical Engineering Development Specialization, 2024/2025/I.

Supervisor: Fanni KÁDÁR, PhD student, fanni.kadar@mm.bme.hu

## 1 Introduction

Thermal behavior of gear units affects performance, efficiency, and durability. This thesis used Simcenter FloEFD to evaluate simplified and detailed models for predicting gearbox thermal behavior. Parameters like angular velocity, gear teeth height, and surface roughness were analyzed. Simulations provided insights into component temperatures, losses, and heat transfer, comparing rotating wall conditions and surface roughness. Recommendations were made, though validation was limited due to lack of measurement data.

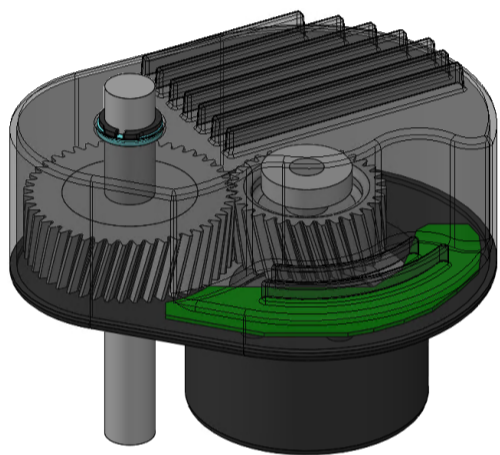


Figure 1: The model of the gear unit

## 2 Applied methods

Using CFD in Simcenter FloEFD, the gearbox's thermal behavior was modeled based on conservation laws for mass, momentum, and energy. Mechanical losses and heat transfer were calculated with empirical formulas. Steady-state simulations used material properties, power consumption, emissivity values, and a structured body-fitted mesh. Simplified Navier-Stokes equations were solved to ensure a balance of accuracy and efficiency.

## 3 Results

For low speeds ( $5 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ ), simplified models suffice. At moderate speeds ( $50 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ ), rotating regions are recommended, though rotating wall conditions with surface roughness save time. For high speeds ( $500 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ ), rotating regions are ideal, with simplified models as alternatives. Surface roughness

improves rotating wall results but precise values are unnecessary.

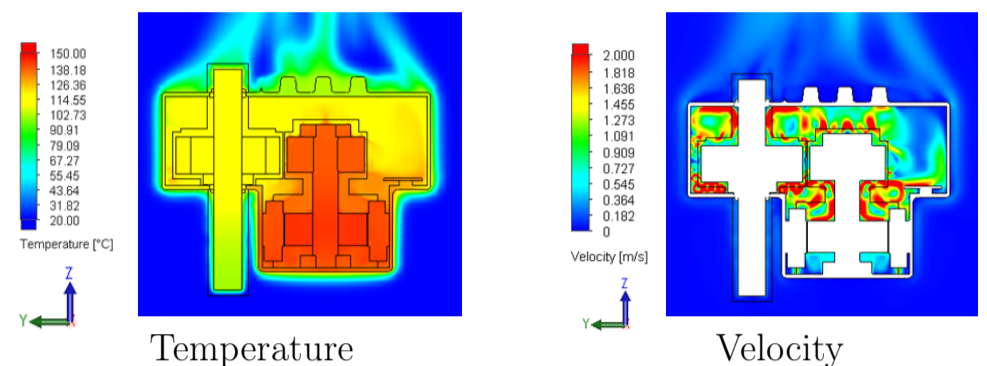


Figure 2: Temperature and velocity plot of rotating mesh

The temperature differences between the base model and the various approaches, considering teeth height and angular velocities, are shown in Figure 3. This comparison highlights the impact of these parameters on the thermal behavior of the system under different modeling methods.

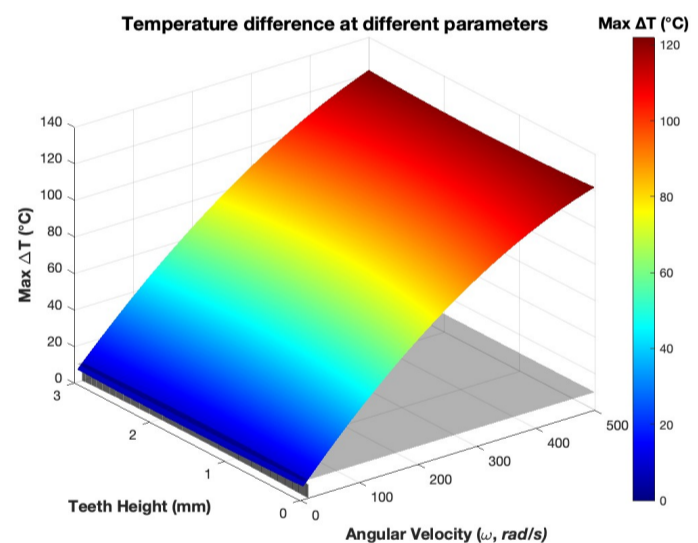


Figure 3: Temperature differences with different approaches

## 4 Summary

Simcenter FloEFD was used to evaluate methods for modeling gearbox thermal behavior. Simplified models work for low speeds, rotating wall conditions with surface roughness for moderate speeds, and rotating regions for high speeds. Simulations with rotating regions took 12-24 hours, while rotating wall methods and simplified models took 3-4 and 1-2 hours, respectively. Further validation with measurements is required to improve accuracy.

# Limitations and optimization of the basketball pass

PÉTER SÁNDOR

Mechatronics Engineer BSc, Specialisation in Mechanical Engineering Modelling, 2024/2025/I.

Supervisor: ZSOLT IKLÓDI, PhD Student, zsolt.iklodi@mm.bme.hu

## 1. Introduction

The aim of the project was to find the limitations and possibilities of a basketball pass. A pass can be bounced or directly thrown. The type and number of the achievable passes can change based on the circumstances of the pass, including the distance between the passer and receiver, height of the release and reception, time allowed to make the pass, and physical constants, such as the coefficient of restitution.

## 2. Applied methods

The bouncing properties of the basketball were measured using a highspeed camera at 1000 FPS. Videos were made of bounces at different velocities and angles, with different spin. The videos were processed with *MotionTracker Beta*, and based on the incident and rebound velocities of the ball, the coefficients of restitution were determined

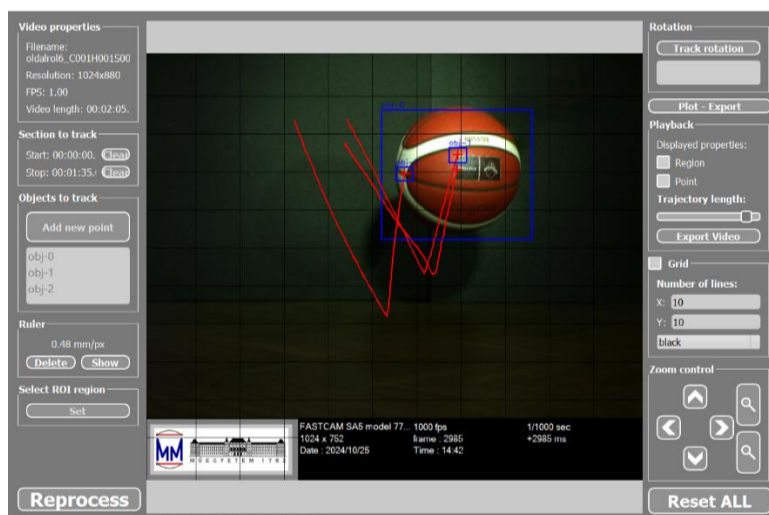


Figure 1: Motion Tracking

The pass was modelled as a 2D boundary value problem. The solutions, i.e. the possible passes were calculated analytically, and checked via simulation in MATLAB.

The exact solutions then were optimized using a penalty function. For this, players of the opposition were modelled as obstacles. The passes were rated by a measure of violation of constraints, such as the accuracy, or the chance of interception by the opponent.

## 3. Results

The measured results for the normal coefficient of restitution were in line with the guidelines of the official FIBA rules. The ball conserves approximately 60% of its horizontal, and 77% of its vertical velocity.

The analytical calculations show, that exactly 1 directly thrown, and up to 3 bounced passes are possible. The number of solutions depends on the time allowed for the pass.

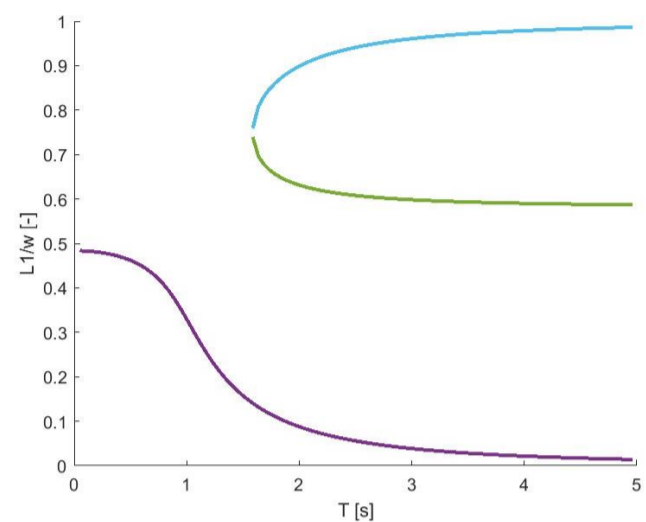


Figure 2: The number and type of solutions as a function of total time of the pass.

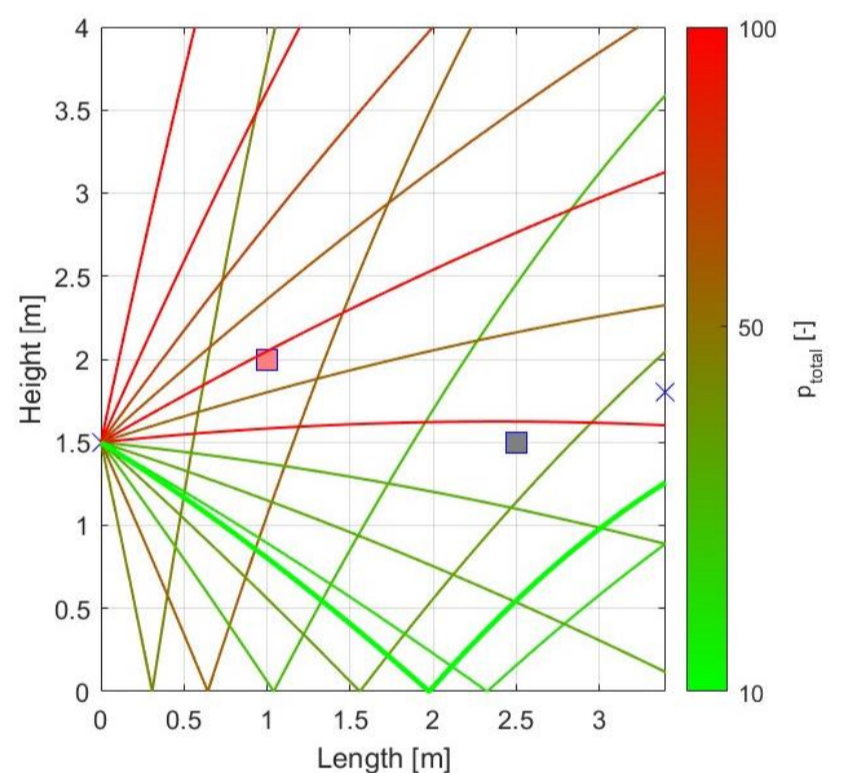


Figure 3: Penalties of different paths

## 4. Summary

The project showed that theoretical bounce models are applicable to basketball passes. The measurement could be applied to others sports, like tennis, squash or golf. While the optimization contains subjective elements, such as the weights of the different penalties, it gives an idea about the options in a given situation. The project could be further improved by introducing 3D models, or more accurate simulation of the movement of the ball.

# Önegyensúlyozó jármű szabályozása bizonytalan súlypont mellett

SIRÁK MÁRTON

Gépészmérnöki MSc Alkalmazott Mechanika Specializáció, 2024/2025/I.

Témavezető: Dr. Kiss Ádám, tudományos segédmunkatárs, kiss\_a@mm.bme.hu

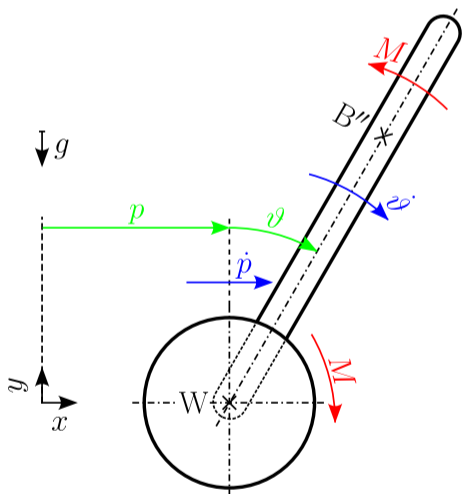
## 1. Bevezetés

A kerekes önegyensúlyozó járművek a mechanika-mechatronika egyik leggyakrabban vizsgált témakörét alkotják. Longitudinális viselkedésük egyszerű modellekkel, például egy kerekes inverz ingával is jól vizsgálható. Már ekkor is megjelenik azonban a nemlinearitás, valamint az instabilitás problémája. Ennélfogva népszerű alanyok különböző szabályozási módszerek kipróbálásához és összehasonlításához.

A jelen dolgozat célja egy adott pozícióba irányítható, vagy előírt sebességgel haladni képes önegyensúlyozó teherhordó jármű szabályozó algoritmusának megalkotása volt, a rakodás következtében bizonytalanoknak feltételezve az eszköz tömegközéppontjának helyzetét. További cél volt a tervezett kontroll eljárások gyakorlati alkalmazását hátráltató tényezők vizsgálata.

## 2. Alkalmazott módszerek

A szabályozótervezés első lépéseként egy síkbeli modell alkalmazásával levezetésre kerültek a mozgásegyenletek (ld. 1. ábra). Ezt követően mérések segítségével, egy már létező járművet alapul véve kerültek meghatározásra az egyenletekben megjelenő paraméterek.



1. ábra. Mechanikai modell kitérített helyzetben.

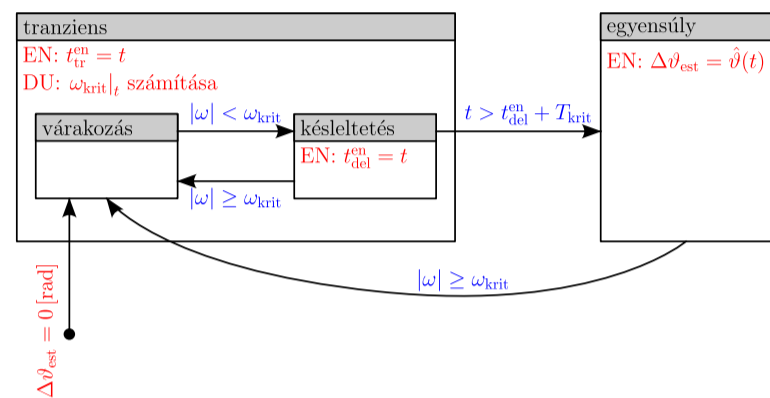
A mozgásegyenletek ismeretében a kívánt szabályozó algoritmusok megalkotása több lépésben került elvégzésre:

Először a súlypontot ismertnek feltételezve, majd a kívánt egyensúlyi pont körül kis kitéréseket tekintve lineáris-kvadratikus regulátorokkal került megvalósításra a pozíció- és sebességszabályozás. A rendszert nulladrendű tartó modellel diszkrétizálva ezután a tervezett kontrollerek ellenőrzésre kerültek a vizsgált jármű mikrokontroller ciklusidejének megfelelő mintavételezés esetére.

Ezután levezetésre került a súlypont bizonytalanságának hatása, amely a mért szöghelyzetben jelenik meg: ekkor

a kívánt pozíció vagy sebesség maradó hibával terhelt, az egyensúlyozás viszont megfelelően megvalósul.

A hatás ismeretében kidolgozásra került egy rekurzív tanuló algoritmus, amely a súlypont helyzetét becsülve képes a maradó hibák kiküszöbölésére. Az eljárást a 2. ábrán látható állapotgép írja le.



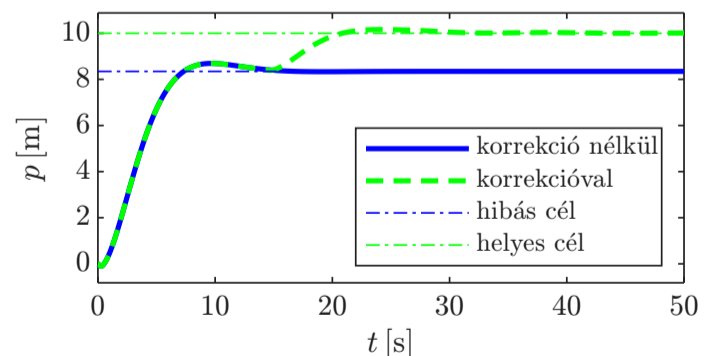
2. ábra. Tanuló algoritmus, mint állapotgép.

Végül a motor veszteségeinek kiküszöbölésére egy nemlineáris korrekciós taggal is kiegészítésre került a beavatkozás függvénye.

Mindezek után megvizsgálásra került a tervezési folyamat során tett feltételezések és elhanyagolások helyessége, mint az állapotváltozók mérhetősége, az időkésés elhanyagolása, a korlátozott beavatkozás hatása, valamint a lineárisálás érvényessége.

## 3. Eredmények, összefoglalás

Az elvégzett munka eredményeként a pozíció- és sebességszabályozás a maradó hiba, valamint a figyelembe vett veszteségek kiküszöbölése mellett, diszkrét mintavételezéssel megvalósul, amely szimulációkkal is ellenőrzésre került (ld. például 3. ábra).



3. ábra. Pozíciószabályozás tanúlással és nélküle.

A gyakorlati problémák vizsgálata alapján a tervezett eljárásokat az alapul vett valós járművön implementálva azok várhatóan megfelelően produkálják az elvárt viselkedést, azaz a feltételezések és elhanyagolások helyesek voltak.

# Remote control of unstable systems in case of large reaction time delay

BARNABÁS SZABÓ

Mechatronics Engineer BSc, Specialisation in Mechanical Engineering Modelling, 2024/2025/I.

Supervisor: Dr. Tamás INSPERGER, Head of department, insperger@mm.bme.hu

## 1 Introduction

The control of unstable systems has long been a critical challenge in applied mechanics and control engineering. Especially if these systems have a significant time delay. The time delays can generally be caused by signal processing, sensory feedback or transmission over longer distances.

The goal of the thesis is to explore the dynamics of human-induced delays and collect a database for balancing tests. Develop and test control strategies, to stabilize the system.

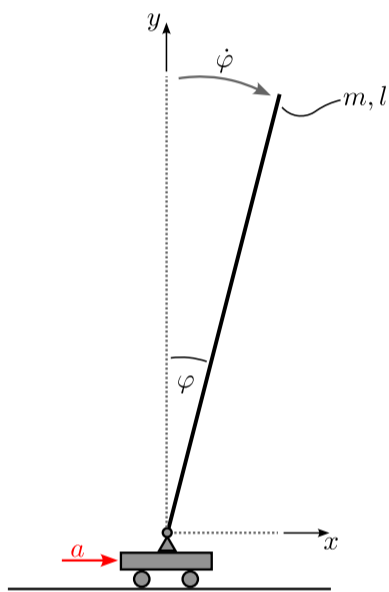


Figure 1: Inverted pendulum representing an unstable system

## 2 Applied Methods

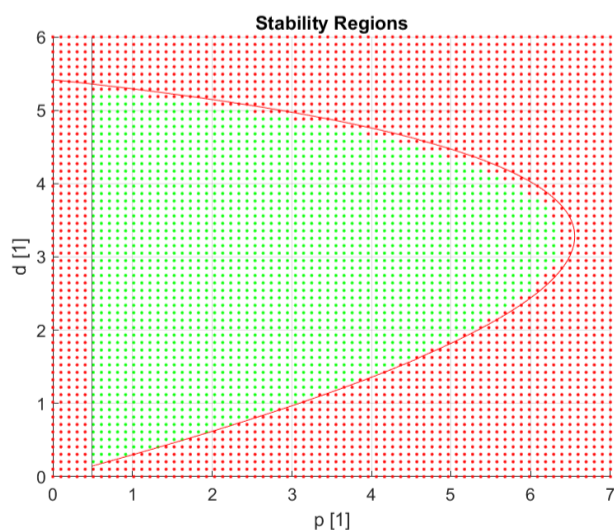


Figure 2: Stability chart of the system

Analytical background was derived with Lagrange's equation of the second kind. A delayed PD controller was

derived. The stable regions were determined by the delayed equations.

A virtual stick balancing software was used to collect data on the subjects' balancing and reaction times. With the help of a semi-discretized simulation, the control parameters were validated and adjusted with the help of the measurement data.

## 3 Results

The research highlights the significant impact of induced time delay on system stability, revealing that 60% of balancing time typically occurs without input, suggesting humans adopt an act-and-wait control strategy, particularly under higher delays. Simulations confirmed these findings, demonstrating that a delayed PD controller accurately replicates observed behaviors, with the inclusion of sensory dead zones improving the realism of the models. Additionally, the stability analysis offered practical guidelines for optimizing control parameters in varying delay conditions.

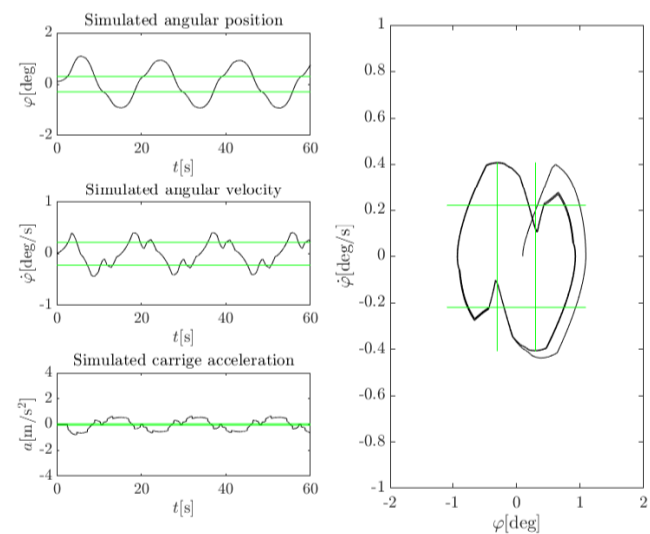


Figure 3: One of the simulated controllers with 0.6 s time delay

## 4 Summary

This thesis highlights the challenges of managing systems with large time delays and the limitations of traditional control methods. The findings have practical applications in autonomous vehicles, robotics, and aerospace, where delays are common. Testing these approaches on real hardware with industry collaboration would be a valuable next step. This work provides a foundation for further research into delay-tolerant control systems and their real-world implementation.

# Önbeálló kerekek öngerjesztett rezgése

DÁNIEL SZABÓ

Gépészmérnöki BSc, Gépészeti Fejlesztő Specializáció, 2024/2025/I.

Supervisor: Dénes Takács, egyetemi docens, takacs@mm.bme.hu

## 1 Bevezetés

Az önbeálló kerekek öngerjesztett rezgése, azaz a kerékszítálás, a járművek futóműveinek dinamikus instabilitásából adódó jelenség, amely különösen nagy sebességnél veszélyes. A kutatás célja a kerékszítálás részletes vizsgálata és modellezése volt, valamint a stabilitás javítását célzó hatékony csillapítási megoldások vizsgálata egy konkrét vontatott kerékmodellre, különös tekintettel a gyakorlati alkalmazhatóságára.

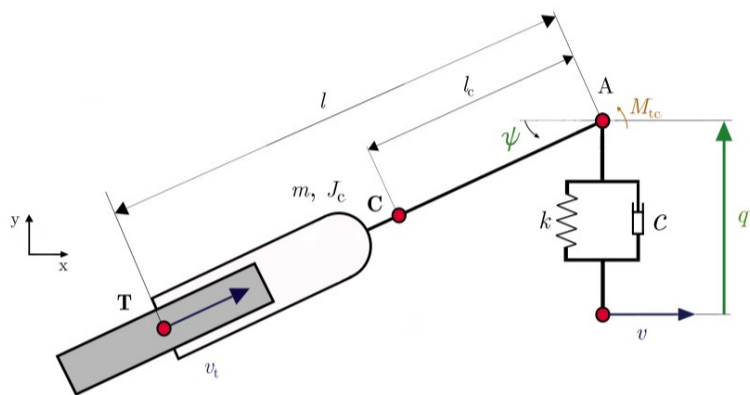


Figure 1: A vontatott kerék mechanikai modellje

## 2 Lineáris stabilitásvizsgálat

A második fejezetben bemutattam egy önbeálló kerék mechanikai modelljét, amely merev kerékből és vontatórúdból állt, és állandó sebességgel haladt. A modell mozgásegyenletei alapján lineáris stabilitásvizsgálatot végeztem a rendszer stabilitási tartományainak feltérképezésére. A vizsgálatok során meghatároztam a kritikus csillapítási tényezőt, amely biztosítja a stabil mozgást a kívánt sebességhatárig. Az eredmények alapján gyakorlati csillapítási konstrukciókat javasoltam.

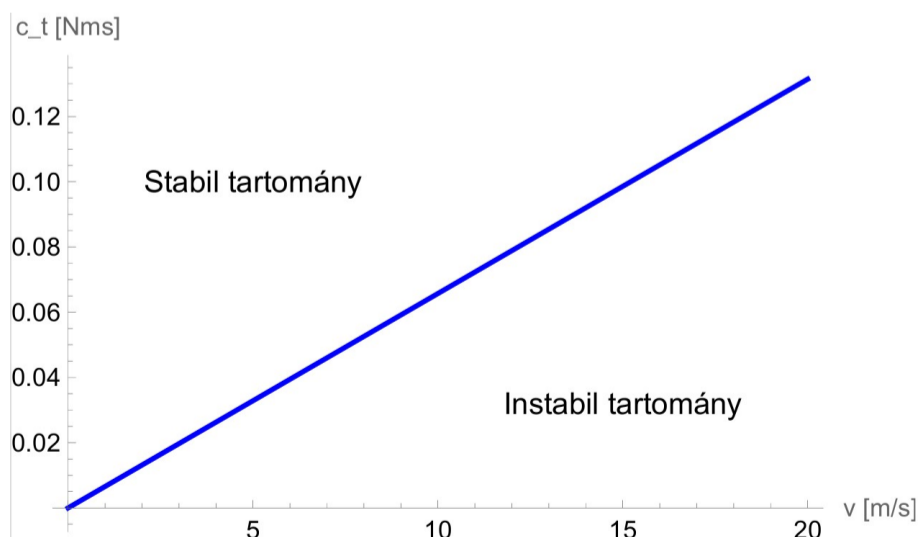


Figure 2: A kerékfelfüggesztés prototípus modellje

## 3 Eredmények

A harmadik fejezetben két csillapítási rendszert elemeztem: az örvényáramú és a viszkózus csillapítót. Az egyszerűbb kivitelezés miatt az örvényáramú csillapítók felfüggesztésre való integrációját helyeztem előtérbe. Kísérleti mérésekkel igazoltam az elméleti eredményeket, ahol különböző mágnesszámok és fordulatszámok mellett vizsgáltam a csillapító nyomatékot. Bár a mért csillapítási együttható kisebb volt az elméletinél, a kapott összefüggések szerint megfelelő mágnesszám alkalmazásával elérhető a kritikus csillapítás.



Figure 3: A kerékfelfüggesztés prototípus modellje

## 4 Összefoglalás

Az elvégzett számítások alapján ábrázoltam a stabilitási térképeket, valamint meghatároztam a kritikus csillapítási tényező értékét, amely szükséges a szítáló mozgás csillapításához. Két csillapítási konstrukciót vizsgáltam: a Houdaille-féle viszkózus csillapítót és az örvényáramú csillapítót, melyek közül az utóbbit találtam előnyösebbnek. Az elvégzett mérések igazolták az elméleti összefüggések helyességét, bár a mért csillapítási együttható kisebb volt az elméletinél. Javaslatokat tettem a mágnesek számának növelésére és áttételes kialakításokra, amelyekkel elérhető a kritikus csillapítás.

# Szilícium egykristály mikromechanikai szakítószilárdsági mérésének végelelemes szimulációja

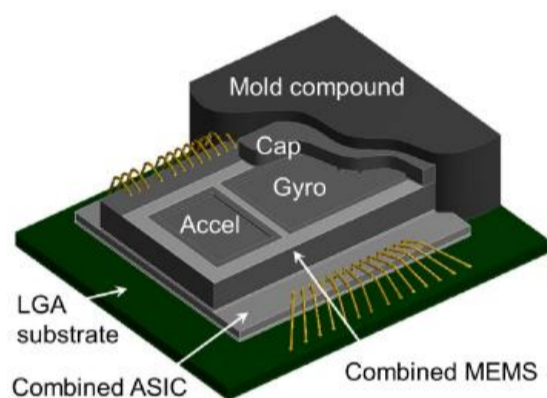
SZAKÁCS LEVENTE MÁRK

Gépészmérnöki BSc, Gépészeti Fejlesztő Specializáció, 2024/2025/I.

Témavezető: Plavec Lambert, doktorandusz, lambert.plavec@mm.bme.hu

## 1. Bevezetés

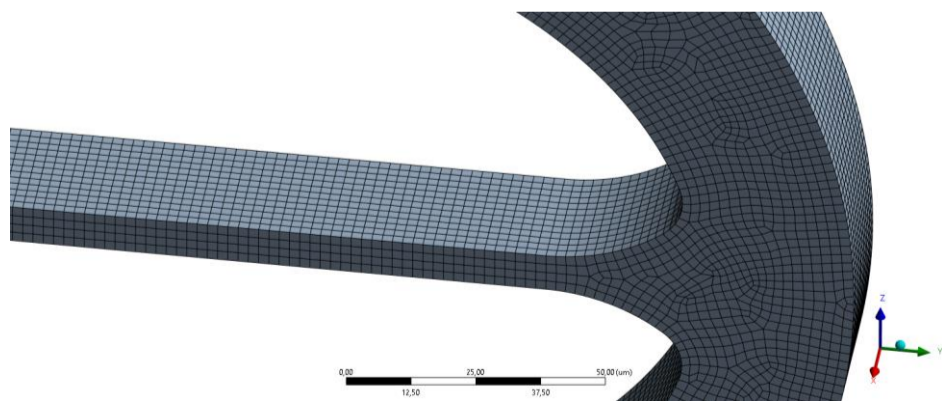
A MEMS szenzorok olyan fizikai mennyiségek mérésére alkalmas eszközök, amelyek számos hétköznapi élet során használatos eszközben megtalálhatóak. MEMS szenzorokat használnak például a gyorsulás, vagy hőmérséklet mérésére a telefonokban, autókban, és más okos eszközökben. A MEMS szenzorok gyártása során, az integrált áramkörökhöz hasonlóan a leggyakrabban felhasznált anyag a szilícium. A szilícium kiváló mechanikai és elektronikai tulajdonságokkal rendelkezik, azonban mechanikai viselkedésének modellezése komoly kihívást jelenthet. A szakdolgozat fő célja a MEMS szenzorok, és a szilícium anyagtulajdonságainak részletes megismerése.



1. ábra. MEMS szenzor modul felépítése (Classen et al. 2020)

## 2. Alkalmazott módszerek

A MEMS szenzorokról végzett irodalomkutatás után első feladatként egy, a szilícium mechanikai tulajdonságait leíró anyagmodell, valamint egy roncsolási modell kiválasztása történt meg szakirodalmi adatok és a korábbi tanulmányok során szerzett ismeretek alapján. Ezután a választott modellek megfelelő működésének vizsgálata céljából végelelemes szimulációkat végeztünk. A végelelemes szimulációk során egy adott geometriájú próbatestben vizsgáltuk a különböző terhelések és körülmények hatására létrejövő feszültségeket.

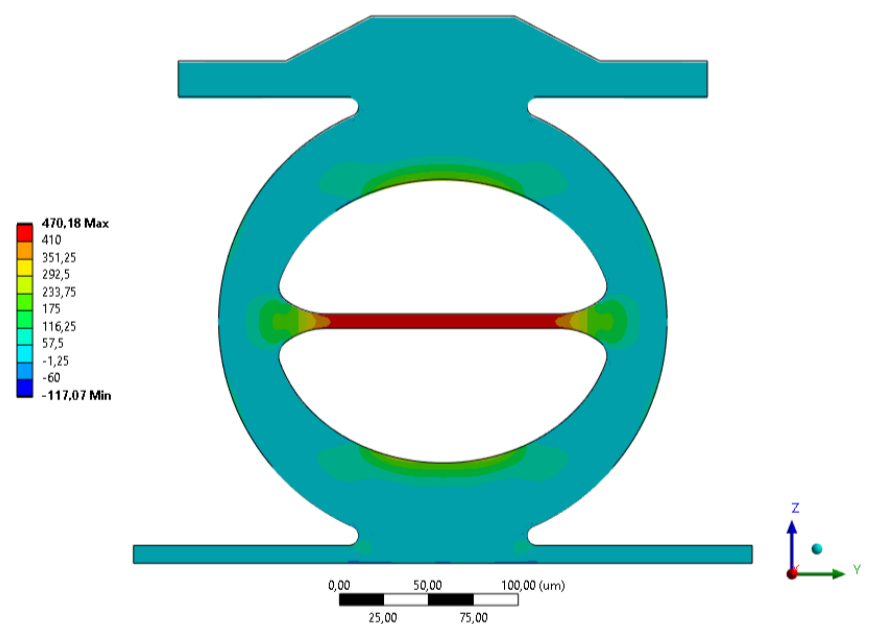


2. ábra. A létrehozott végelelemes háló

A végelelemes szimulációk során először a kiválasztott ortotrop anyagmodell működését vizsgáltuk eltérő körülmények között. Az elvégzett szimulációk között volt többek között statikus és tranziens szimuláció, valamint különböző elemméretekkel futtatott szimulációk. Az ortotrop anyagmodell vizsgálata után a választott roncsolási modell felhasználásával is készültek szimulációk. Az elvégzett végelelemes szimulációk eredményeinek értékelése után a roncsolási modell paraméterfüggőségének, valamint a próbatesteken gyártás során létrejövő felületi hibák modellezési lehetőségeinek jellemzése is megtörtént.

## 3. Eredmények

Az ortotrop anyagmodell használatával elvégzett szimulációk során kapott feszültségeloszlások, és a vizsgált próbatest keresztmetszében ébredő feszültségek jó egyezést mutattak a szakirodalmi adatokkal (a keresztmetsz a 3. ábrán látható próbatest középső része, ahol a legnagyobb feszültségek ébrednek). Az ortotrop anyagmodell működésének vizsgálata után a választott roncsolási modell alkalmazásával is készültek szimulációk, amelyek az elvárásainknak megfelelően arra az eredményre vezettek, hogy a törés elsőként a keresztmetszben fog bekövetkezni. A szimulációk elvégzése után javaslatokat tettünk a roncsolási modell lehetséges pontosítására is.



3. ábra. A szimulációk során kapott feszültségeloszlás

## 4. Összefoglalás

A szakdolgozat során sikerült megismerkedni a MEMS szenzorokkal és a szilícium anyagtulajdonságaival, majd a megszerzett tudás felhasználásával illeszkedő modellt választani és végelelemes szimulációkat végezni. Az elvégzett szimulációk az elvárásainknak megfelelő eredményekre vezettek.

# Investigation of the vibrations of two-wheeled trailers with numerical simulations

GÁBOR SZTRECSKA

Mechatronic Engineer BSc, Specialization in Mechanical Engineering Modelling, 2024/2025/I.

Supervisor: Hanna Zsófia Horváth, Technical assistant, hanna.horvath@mm.bme.hu

## 1. Introduction

Driving on the highway can feel unsafe when a trailer passes by at high speed and appears to have its payload incorrectly placed. But is it really more likely that a traffic accident will occur if the payload or its position/distribution is not chosen correctly? The objective of this study is to create a model of a towed two-wheel trailer in a multi-body system software. Then, to perform numerical simulations on the created model and to perform linear stability analysis by changing different parameters of the model (e.g. the position of the center of gravity).

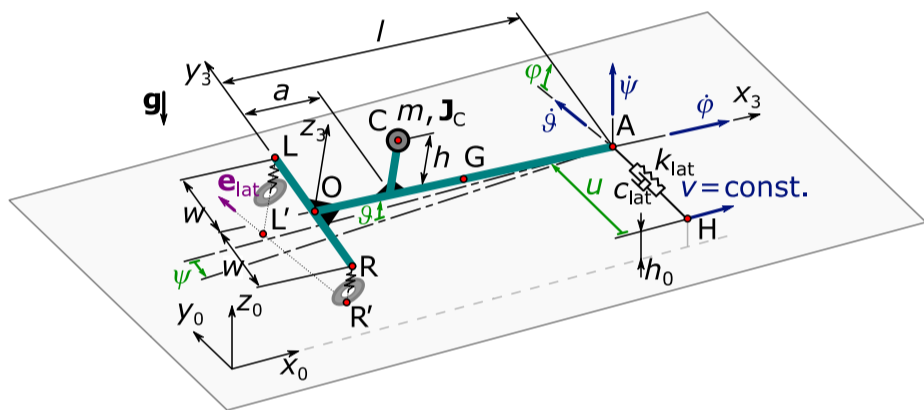


Figure 1: The mechanical model of the investigated trailer from Horváth, H.Z., Takács, D. "Stability and local bifurcation analyses of two-wheeled trailers considering the nonlinear coupling between lateral and vertical motions." (2022)

## 2. Applied methods

Linearized equations of motion were implemented in MATLAB to simulate system stability for different geometries and towing speeds.

Two slightly different 3D models are also implemented in a multibody system software (e.g. Simscape Multibody). The first one uses the linearized governing equations in a MATLAB Function block, and the second one uses the built-in Magic Formula Tire Forces and Torques block.

## 3. Results

The differences between the theoretical results and the results of the numerical simulations with MATLAB are negligible, but the results of the Simscape Multibody simulations only show a qualitative match in Fig. 2 and Fig. 3.

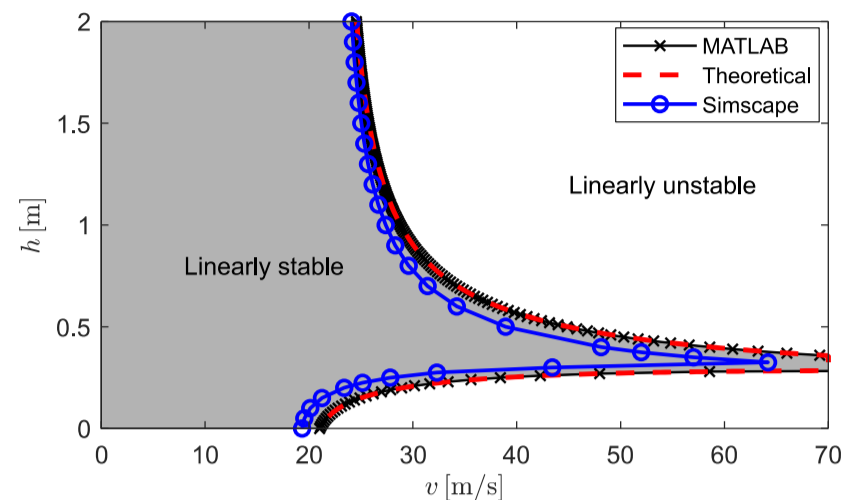


Figure 2: The effect of the vertical positions of the center of gravity on the linear stability in the case of MATLAB simulations, theoretical calculations and the first Simscape Multibody model simulations

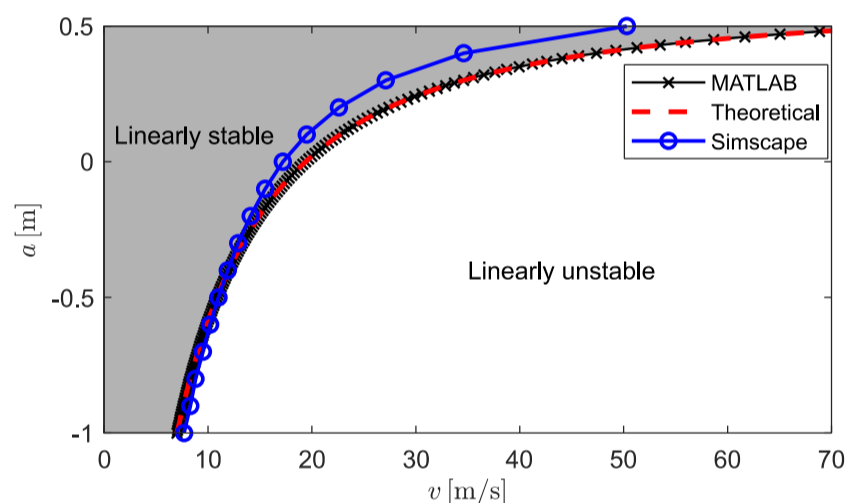


Figure 3: The effect of the horizontal positions of the center of gravity on the linear stability in the case of MATLAB simulations, theoretical calculations and the second Simscape Multibody model simulations

The Simscape Multibody models already show stability loss at lower towing speeds than the MATLAB model. It means that the Simscape Multibody models give a stricter and safer stability boundary.

## 4. Summary

Many traffic accidents caused by trailers could be avoided by placing the center of gravity of the payload in the correct position. Unexpectedly, it is not "optimal" if the vertical position of the center of gravity is zero. Namely, the rectilinear motion is linearly stable in the whole investigated towing speed region for  $h \approx 0.35$  m. Therefore, the proper choice of the payload position is not trivial at all.

# Development of torque vectoring for a race car with a hybrid powertrain

VIKTOR ÁKOS VADÁSZI

Mechatronic Engineer BSc, Specialisation in Mechanical Engineering Modelling, 2024/2025/I.

Supervisor: Dr. Ádám Kiss, assistant research fellow, kiss\_a@mm.bme.hu

## 1. Introduction

Achieving higher cornering performance and cornering stability are at utmost importance when designing a race car with hybrid powertrain. In the investigated vehicle the power of the internal combustion engine is distributed by a limited slip differential driving the rear axle wheels, while the two individual electrical hub motors cover for the torque distribution on the front axle wheels. The aim of this study is thus to develop an effective torque vectoring algorithm which can distribute the available driving torque on the front axle wheels to achieve higher cornering speed during a simple manoeuvre.

## 2. Applied methods

To investigate the planar movement of the vehicle the extended bicycle model depicted in Figure 1 is assumed. Four wheels are necessary to consider the effect of the differential on the rear axle and also to get more precise tyre forces.

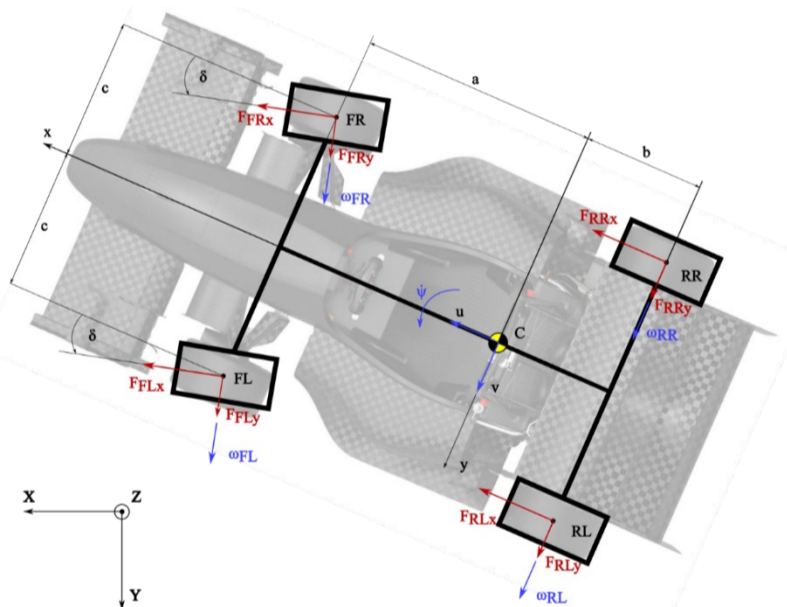


Figure 1: Extended four-wheel bicycle model of the vehicle

Modelling the tyre is essential during the investigation of the dynamic behaviour of vehicles as the tyre forces fundamentally define whether the vehicle has traction. Since a race car is

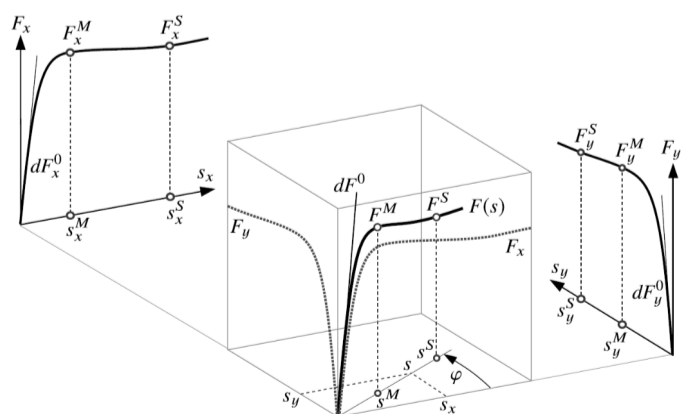


Figure 2: Tyre force characteristic based on combined slip

examined, the emphasis is on modelling near-edge conditions when longitudinal and lateral slip appears simultaneously affecting one another. To obtain tyre forces Tmeasy handling model was chosen that is based on combined slip.

Four cases were examined regarding torque distributing algorithms at different steering angle inputs during the development of torque vectoring. First, is when no differential nor torque vectoring algorithm is present. Second is when only a limited slip differential is implemented. In the last two cases both torque vectoring and differential is implemented. The difference is that during the third case feedback control was used, in the fourth case model predictive control (MPC) algorithm distributed the driving torque on the front axle.

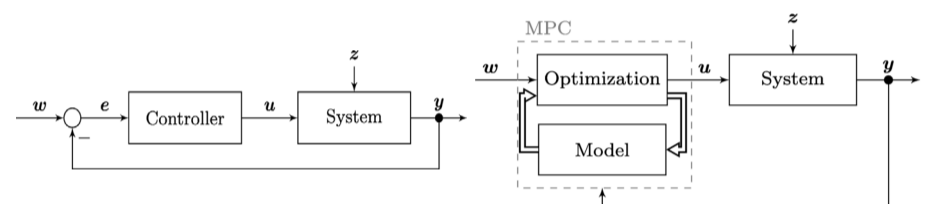


Figure 3: Block diagram of feedback control (left) and model predictive control (right)

## 3. Results

Simulations were carried out to compare the torque vectoring methods and the results of the simulations can be seen in Table 1 at different steering angles. Simulation data also shows that the vehicle is generally understeered, thus by increasing the driving torque, the turn radii decrease by the same steering angle.

Steering angle	Cornering speed		Delta cornering speed to LSD	
	without controller	with LSD	Feedback control	MPC
5°	18.45 m/s	18.45 m/s	1.79 %	1.36 %
10°	13.73 m/s	13.73 m/s	1.24 %	1.10 %
15°	11.60 m/s	11.60 m/s	0.85 %	0.79 %
20°	10.37 m/s	10.53 m/s	-1.01 %	0.48 %
25°	9.47 m/s	9.56 m/s	-0.51 %	-0.11 %

Table 1: Cornering speed comparison

## 4. Summary

Overall, although feedback control offers stability and higher cornering performance in most cases, at greater steering angles this type of control might decrease cornering speed. Model predictive control offers less improvement in most cases, although in some cases it is more efficient than feedback control. Although model predictive control provides enhanced adaptability, due to computational complexity, feedback control is proven to be the more practical solution to be implemented based on the simulations of simple manoeuvres.

# Modelling the metabolic and myogenic control in human blood circulation

MÁRTA JUDIT VIHAROS

Mechatrical Engineer BSc, Specialisation in Mechanical Engineering Modelling, 2024/2025/I.

Supervisor: Dr. Zsolt SZABÓ, Associate professor, zsolt.szabo@mm.bme.hu

## 1 Introduction

Hemodynamics, which refers to the dynamics of blood flow, is a key part of cardiovascular physiology. It ensures that nutrients and oxygen are delivered to tissues efficiently. A critical process involved is autoregulation, which helps maintaining a steady blood flow to organs and tissues even when there are disturbances. The vascular system's control mechanisms are particularly important because they ensure an adequate supply of  $O_2$  to the body. Figure 1 shows how  $O_2$  is transported in the systemic capillaries.

The thesis focuses on introducing and further developing mathematical models that describe the processes involved in autoregulation. Specifically, it explores these models in the context of a low-dimensional hemodynamic solver called `first_blood`. The main goal is to adequately model the myogenic and metabolic responses.

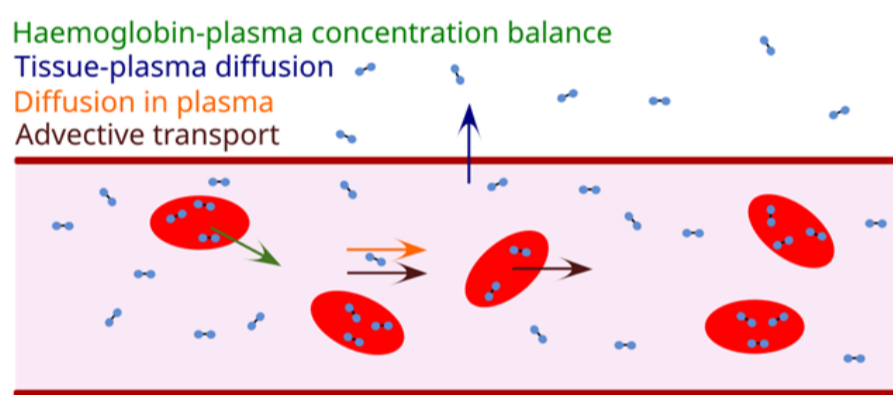


Figure 1: The transport of  $O_2$  in capillaries.

## 2 Applied Methods

A significant part of this research involved improving a published mathematical model of the myogenic response. Initially, an idealized theoretical relationship between vascular resistance and pressure was developed, modeling arteriolar vessels as thick-walled tubes. This was followed by creating a more realistic sigmoidal relationship that accounts for the body's physiological constraints. The realistic model builds upon the idealized one, with parameters chosen to align key features, such as the central slope and saturation points, with the theoretical curve.

The research also incorporated the modeling of the  $O_2$  transport cycle, which simulates oxygen uptake in the pulmonary capillaries and tissue oxygenation. Based on this, the metabolic response was modeled to replicate how the body adjusts to changes in  $O_2$  levels. The objective was to establish a mathematical relationship linking  $O_2$  levels with peripheral vascular resistance. Additionally, the  $O_2$  trans-

port model was verified within the framework of lumped parameter models.

## 3 Results

The results of this research include simulations of advective transport processes within the solver, applied to both one-dimensional (1D) and zero-dimensional (0D) models. A virtual 1D transport model was introduced, making it possible to simulate substance transport even within lumped (0D) models. Additionally, the implemented myogenic and metabolic responses replicate the body's reactions to specific changes in physiological conditions.

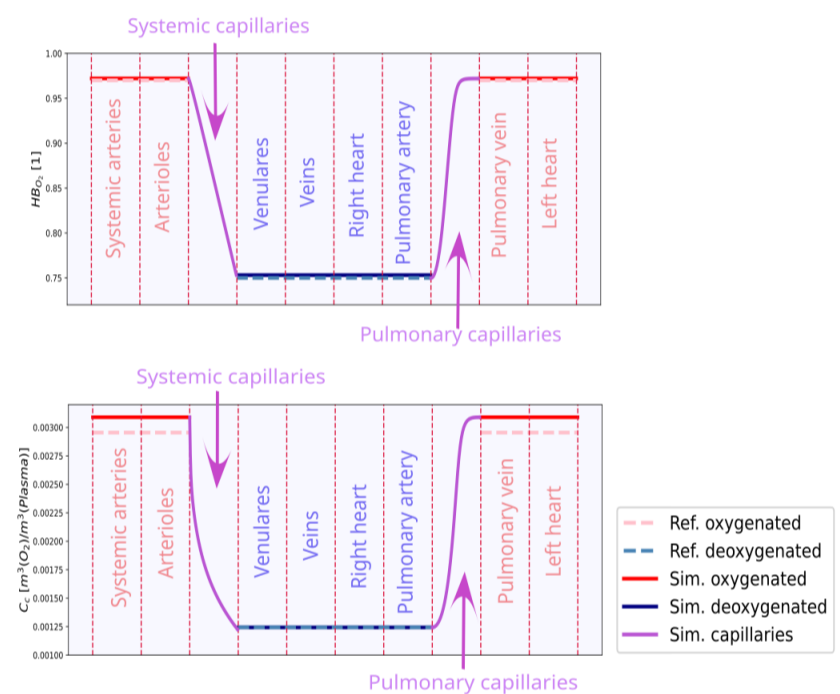


Figure 2: Simulation results of the haemoglobin saturation and plasma  $O_2$  concentration. Ref. - reference, Sim. - simulated.

## 4 Summary

The thesis presents a comprehensive framework for simulating the myogenic and metabolic responses. It also incorporates the simulation of advective transport processes within the solver for both one-dimensional (1D) and zero-dimensional (0D) models. A virtual 1D transport model was developed, enabling the simulation of substance transport even in lumped models. Furthermore, an  $O_2$  transport cycle was formulated, capturing processes such as oxygen uptake in the pulmonary capillaries and tissue oxygenation. The implemented control mechanisms were shown to produce quantitatively accurate results.