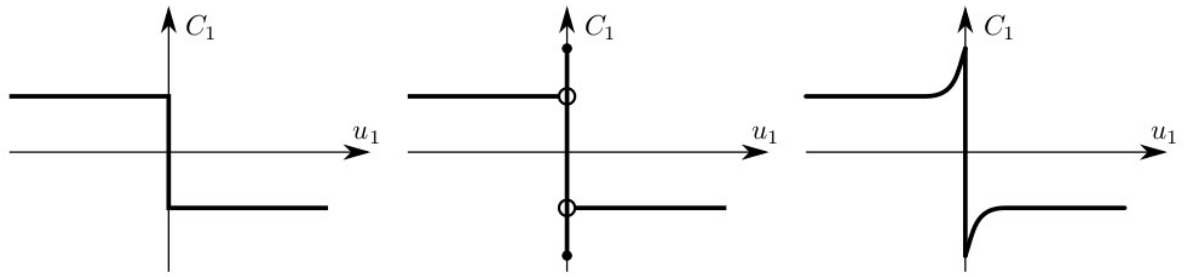
Szakdolgozat / Diplomaterv téma

Témavezető:	**Dr. Antali Máté**, *posztdoktori kutató*, antali@mm.bme.hu
Cím:	**Száraz súrlódásos rendszerek modellezési és szimulációs lehetőségei**
Javasolt képzési szint:	MSc (1 vagy 2 szemeszter)
Nyelv:	Magyar, Angol

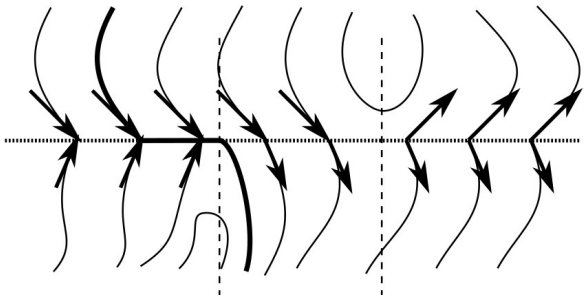
LEÍRÁS

Bevezetés: A gépészeti rendszerekben a száraz súrlódás jelenléte olyan dinamikai problémákhoz vezet, ahol egyes erők és gyorsulások nem-folytonos módon függenek a rendszer állapotától. Az ilyen rendszereknek többféle matematikai leírása létezik. Az egyik, hogy a modellből *differenciálegyenletet* képzünk, mely a súrlódás miatt szakadásos, úgynevezett Filippov-rendszer lesz. Egy másik lehetőség az egyenletek felírása angol kifejezéssel *differential inclusion* formában (halmaz-értékű függvényekkel), mely eltérő vizsgálati lehetőségeket tesz lehetővé.

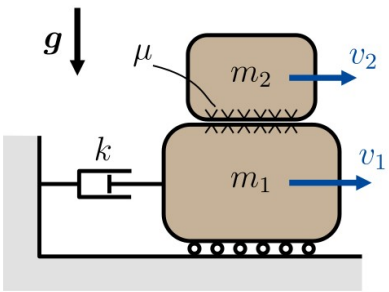
Feladat: A feladat része lenne az említett két matematikai módszer megismerése a szakirodalom alapján. Majd egyszerű, súrlódást tartalmazó mechanikai példák segítségével kellene összevetni a két módszer alkalmazását, analitikus vizsgálat és numerikus szimuláció formájában. A dolgozat célja lenne a módszerek előnyeinek és hátrányainak vizsgálata gépészeti problémáknál történő alkalmazás közben.



A száraz súrlódás különféle jelleggöbéi.



Egy száraz súrlódásos rendszer viselkedése a fázistérben.



Száraz súrlódást tartalmazó egyszerű mechanikai rendszer.

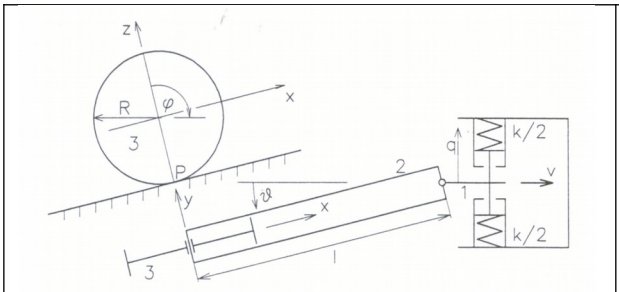
Szakdolgozat / Diplomaterv téma

Témavezető:	**Dr. Antali Máté**, *adjunktus*, antali@mm.bme.hu
Cím:	**Vontatott kerék különböző modelljeinek vizsgálata**
Javasolt képzési szint:	BSc vagy MSc (1 vagy 2 szemeszter)
Nyelv:	Magyar, Angol

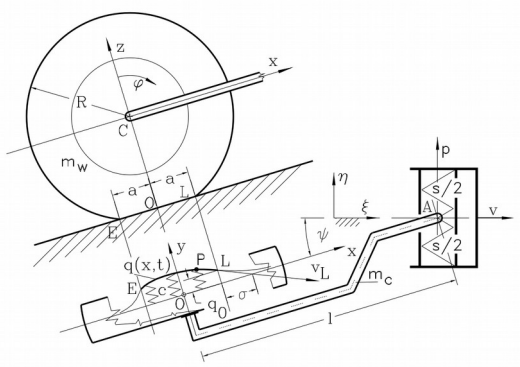
LEÍRÁS

Bevezetés: A gépészetben gyakran előfordul a vontatott kerék alapproblémája, ahol egy szabadonfutó kerék egy vonórúdon keresztül csatlakozik a szerkezethez. Ilyen struktúrájúak különféle vontatmányok és utánfutók; valamint a repülőgépek, babakocsik, bevásárlókocsik kerekei. A tapasztalat azt mutatja, hogy a paraméterektől függően instabil rezgések jelenhetnek meg, melyet *kerékszitálásnak* vagy *shimmy*-nek neveznek. A szakirodalomban a probléma számos mechanikai modellje megtalálható.

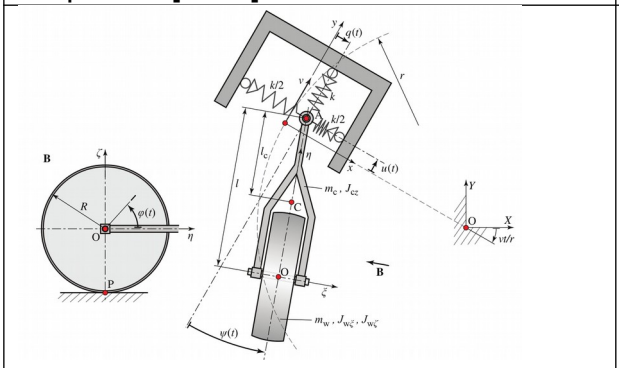
Feladat: A különféle modellek közös jellemzője az, hogy az instabilitást okozó rezgések modellezéséhez szükség van a modellben rugalmasság feltételezésére. Teljesen merev modell esetén nem alakulhatnak ki rezgések. Ám a rugalmas elem a modell különféle pontjain és különböző módokon is elhelyezhető (lásd a lenti ábrák). A dolgozatban a feladat a különféle modellek összevetése ilyen szempontból: milyen hatással van a rugalmas elem elhelyezése a modell viselkedésére? Analitikus számítások és szimulációk készítésével a cél a rezgések kialakulásának mélyebb megértése lenne.



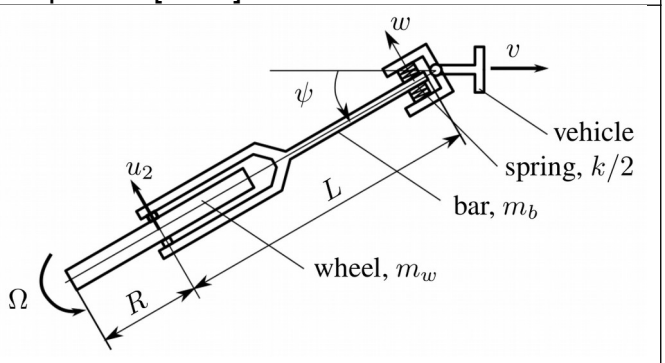
Stépán G. [1991]



Stépán G. [1998]



Sykora H., Takács D. [2014]



Antali M., Stépán G. [2017]

Szakdolgozat / Diplomaterv téma

Témavezető:	**Dr. Bachrathy Dániel**, *egyetemi adjunktus*, bachrathy@mm.bme.hu
Cím:	**Végeselem modell készítése dexel test modell alapján marási folyamatokhoz**
Javasolt képzési szint:	**BSc Szakdolgozat (1 szemeszter)** *és/vagy* MSc Diplomaterv (2 szemeszter)
Nyelv:	Magyar, Angol

LEÍRÁS

Bevezetés: Forgácsolási folyamatok CAM (Computer-Aided Manufacturing) vizsgálatánál alapvető lépés az anyagleválasztás modellezése. Ennek egyik módja a dexel alapú testmodellezés (lásd az ábra), amely segítségével a Boolean műveletek hatékonyan végezhetőek. Sok esetben a fogácsolás modellezésénél fontos a munkadarab változó geometriájának hatására létrejövő változó dinamikai tulajdonságok követése.

Feladat: A dolgozat során fő cél egy megadott dexel modell alapján végeselemes háló generálása. A munka során több hálózási technikát és közelítő eljárást is meg kell vizsgálni (meshless method, hálósűrítési módszerek,…).
A kapott háló alapján fel kell építeni a merevségi és tömeg mátrixokat, és meg kell határozni a sajátfrekvenciákat és merevségeket. A marási folyamat során történő anyagleválasztást is modellezni kell, a háló optimális módosításával.
A feladat során célszerű a kapott eredményeket egy valós megmunkálás során kapott sajátfrekvencia adatokkal összevetni.

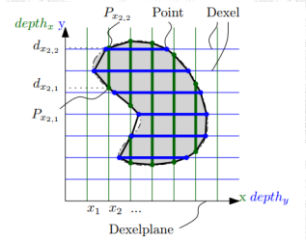
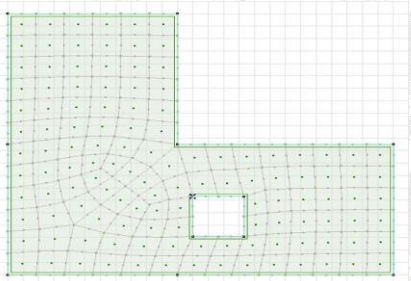
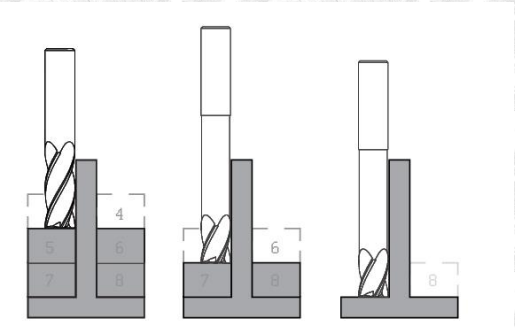


FIGURE 1. Multi-Dexel method in two dimensions by applying two perpendicular dexeplanes (blue and green).

Dexel testmodell



Vem modell



Marási folymat során változó dinamikájú szerkezet tesztkörnyezet és modell

Szakdolgozat / Diplomaterv téma

Témavezető:	**Dr. Bachrathy Dániel**, *egyetemi adjunktus*, bachrathy@mm.bme.hu
Cím:	**Forgácsolási erő karakterisztika mérése és illeszétse különböző anyag típusokra**
Javasolt képzési szint:	BSc Szakdolgozat (1 szemeszter) *és/vagy* MSc Diplomaterv (2 szemeszter)
Nyelv:	Magyar, Angol

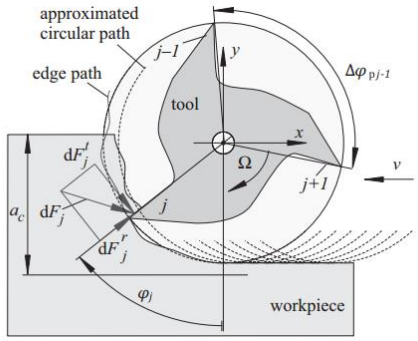
LEÍRÁS

Bevezetés: A forgácsolási folyamatok megfelelő modellezéséhez a *forgácsoló erő – forgácskeresztmetszet* függvényének pontos ismerete elengedhetetlen.
A forgácsoló erő függvény alapján kiszámítható a megmunkálás teljesítményszükséglete és forgácsoló élek maximális terhelése. A megfelelő dinamikai modellekkel együtt a felületi hibák és a megmunkálási folyamat stabilitása is meghatározható, ehhez viszont a fogácsoló erő függvényének a deriváltját is pontosan kell ismerni.

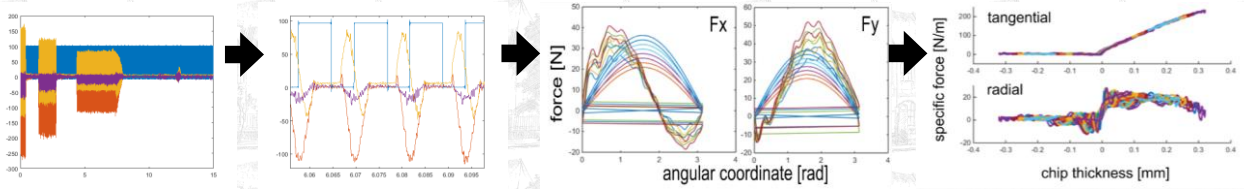
Feladat: A dolgozat során cél az eddig használt mérési módszer továbbfejlesztése sorozatmérésekre. Az erőmérő dinamikus kompenzálási módszerének javítása.
Továbbá mérési sorozatokat kell végezni különböző technológiai paraméterekre és különböző anyagtípusokra.
A kapott erőjelekre, az irodalomban található erőfüggvények illesztését is meg kell oldani.

Mérési összezállítás

Modell



Illesztés



Mért nyers erőjel → Kiválaszott szakasz → Transzformált jel → Forgácsoló erő függvény

Szakdolgozat / Diplomaterv téma

Témavezető:	**Dr. Bencsik László**, *tudományos munkatárs*, bencsik@mm.bme.hu
Cím:	**Pályatervező algoritmusok összehasonlítása anholom mechanikai rendszerekhez**
Javasolt képzési szint:	BSc Szakdolgozat (1 szemeszter) *és/vagy* MSc Diplomaterv (2 szemeszter)
Nyelv:	Magyar, Angol

LEÍRÁS

Bevezetés: Az anholonom rendszerek egyik tipikus példája a gépjármű. A jogosítványszerzés során talán mindenkinek a párhuzamos parkolás az egyik legnehezebb manőverezési feladat. Az egyik mechanikai ok az, hogy egy személyautó 2.5 szabadsági fokkal rendelkezik, míg mi csak a gázpedált tudjuk nyomni vagy a kormányt tudjuk tekerni. Tehát 2 beavatkozóval rendelkezünk, így a végrehajtandó feladat nem egyértelmű többbféleképpen végre lehet hajtani. A diplomamunka célja, hogy egy optimalizási folyamat során megkapjuk azt a pályát ami mentén be kell parkolni.

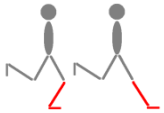
Feladat: Első feladat az önvezető autók témakörében releváns cikkek feldolgozása, megértése, szüksége esetén további vizsgálatokhoz való reprodukálása. A felépített mechanikai modell alapján alkalmazzon különféle szabályozási módszereket a problémára (Bang-Bang control, prediktív szabályozó). Keresse azt a szabályozót amivel a legszükebb helyre is be tud állni az adott gépjármű. A feladat kidolgozása megkívánja a MatLab szoftver alapszintű ismeretét.

Az emberi futás kinematikája és dinamikája gyorsításkor és lassításkor (BSc/MSc)

Bencsik László, Zelei Ambrus, BME Műszaki Mechanikai Tanszék

Motiváció: az emberi futás biomechanikai jellemzőinek tanulmányozása gyorsításkor és lassításkor

Alapkérdésünk, hogy a talajfogás előtt mérhető lábszárszög és a talajfogási index milyen összefüggésben van a sebesség változásával és az energiafelhasználással.



A lábszár szöge

Talajfogási index: s=0 sarokütéskor és s=1 az előláb talajfogásakor

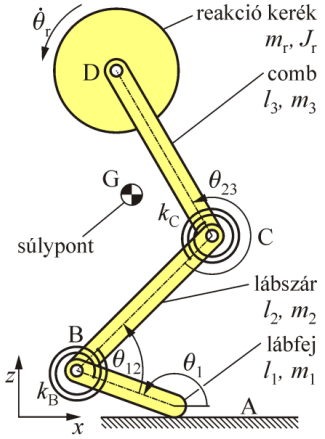
Arra számítunk, és azt szeretnénk mérésekkel bizonyítani, hogy lassításkor szándékosan növeljük a talaj-láb ütközés intenzitását, ezzel energiaelnyelődést előidézve.

Feladatok:

1) Mérések megtervezése és kivitelezése tanszéki oktatói segítséggel az OptiTrack kamerarendszerrel

2) A mérési eredmények kiértékelése statisztikai módszerek és mechanikai modellek segítségével

Mérés az OptiTrack kamerarendszerrel



Mechanikai modell

Néhány további információ:

Lefelé történő futáskor a lassításhoz hasonlóan megfigyelhető, hogy a lábszár szögének módosításával valósul meg a ,,fékezés''.

A lábszár szögének alakulása lejtőn és vízszintes talajon való futáskor

Az OptiTrack kamerarendszer mobilizálható, így kültéri mérés is könnyen megvalósítható.

OptiTrack kamerarendszer mobilizálva

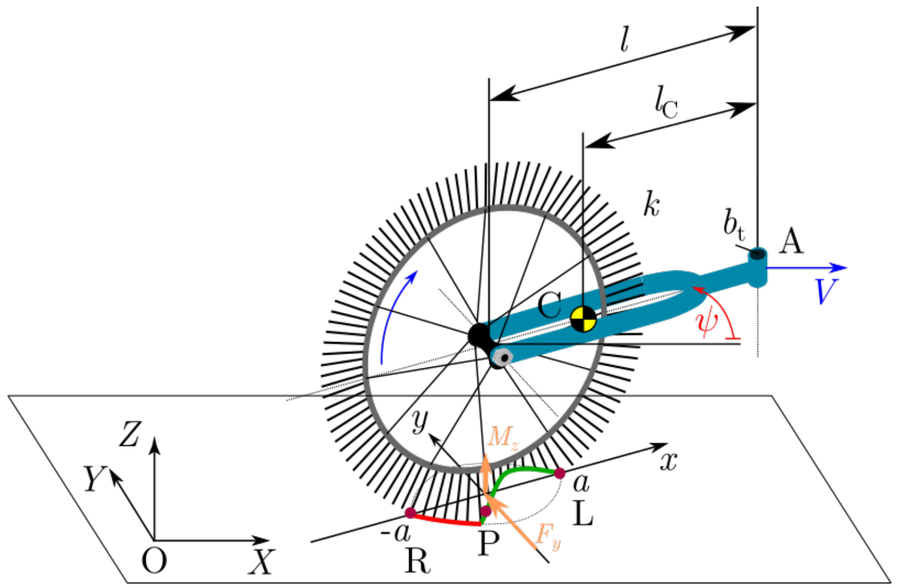
Kerékszitálás vizsgálata dinamikus kerékmodell segítségével

Beregi Sándor - tanszéki mérnök - beregi@mm.bme.hu

magyar/angol MSc

Vizsgált probléma

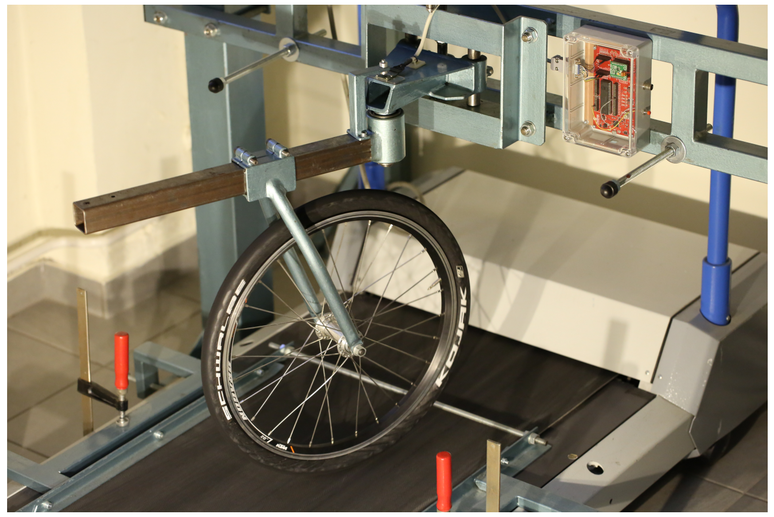
A közúti járművek esetén az egyik leggyakrabban előforduló stabilitási probléma a vontatott kerekek szitáló mozgása. A szakirodalomban „shimmy”-ként ismert jelenség dinamikai vizsgálata során kulcsfontosságú a rugalmas gumikerék-talaj kapcsolat modellezése, hiszen a jármű, és így a kerekek mozgását elsősorban a kontaktzónában ébredő erők határozzák meg. Mérésekkel igazolható, hogy a kerékszitálás során jelentős szerepet játszik a kerék-talaj kapcsolatban fellépő memória hatás, azonban mindkét időkésést figyelembe vevő modell („kefe” illetve feszített húr modell) esetén eltérés tapasztalható a kerékszitáláshoz tartozó elméleti és mért kritikus sebességekben.



Feladat

A dolgozathoz kapcsolódó kutatómunka célja egy a szakirodalomban megtalálható „kefe” és feszített húr modellek tulajdonságait egyesítő kerékmodell implementálása a vontatott kerék mechanikai modelljébe, és annak segítségével a kerékszitálás vizsgálata. Ezen belül:

- Mozgásegyenlet levezetése
- Stabilitásvizsgálat, szimulációk készítése
- Mérések végzése



LaTeX TikZposter

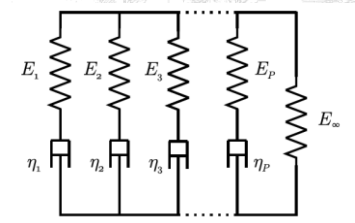
Szakdolgozat/Diplomaterv téma

Témavezető:	**Berezvai Szabolcs**, *doktorjelölt*, berezvai@mm.bme.hu
Cím:	**Viszko-hiperelasztikus paraméterillesztő szoftver készítése Python környezetben**
Javasolt képzési szint:	BSc Szakdolgozat (1 szemeszter) és/vagy MSc Diplomaterv (2 szemeszter)
Nyelv:	Magyar, Angol

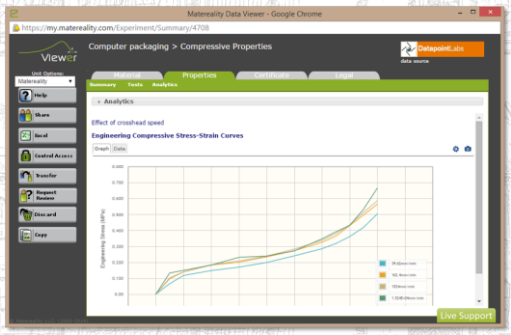
LEÍRÁS

Bevezetés: A korszerű anyagok (elsősorban polimerek) mechanikai viselkedése sok esetben rendkívül összetett, hiszen a nagy alakváltozásokkal járó nemlineárisan rugalmas viselkedés mellett jelentős az időfüggő, ún. viszkoelasztikus hatás is. Ennek következtében az anyagi viselkedés leírására speciális, viszko-hiperelasztikus anyagmodelleket szükséges használni. A fenti mechanikai viselkedés leírására a kereskedelmi végeselemes szoftverekben az ún. általánosított Maxwell-modellen viszko-hiperelasztikus konstitutív egyenlet érhető el. Azonban a fenti anyagmodellben szereplő paraméterek illesztése rendkívül komplex, nemtriviális feladat.

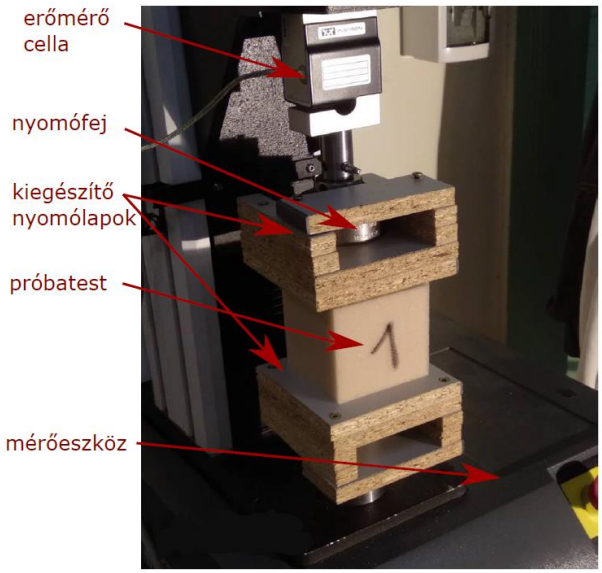
Feladat: A feladat célja, hogy létrehozzunk egy paraméterillesztő szoftvert Python környezetben, amelynek segítségével könnyen és gyorsan illesztetőek a viszko-hiperelasztikus anyagmodell paraméterei. Az illesztő program az anyagparaméterek illesztését egy- illetve többtengelyű mechanikai mérési eredmények alapján illesztené. A munka részét képezné a mechanikai mérések elvégzése, az eredmények feldolgozása, valamint az anyagmodellek ellenőrzése összetett terhelések, illetve ciklikus terhelések esetére is.



1. ábra: A viszko-hiperelasztikus anyagi viselkedés leírására használt ún. általánosított Maxwell-modell



3. ábra: Kereskedelmi forgalomban elérhető paraméterillesztő szoftver. Forrás: www.matereality.com



2. ábra: Mechanikai mérések elvégzése időfüggő tulajdonságokat mutató polimer habokon

A gördülési ellenállás modellezése ütközési modellel

Dr. Csernák Gábor, egyetemi docens

Műszaki Mechanikai Tanszék, csernak@mm.bme.hu

Javasolt képzési szint: BSc szakdolgozat, MSc diplomaterv
Nyelv: magyar, angol

A feladat leírása

A gördülési ellenállás hagyományos modellje szerint a gördülő test talajjal érintkező felületén átadódó erő nyomatéka gátolja a mozgást. Azonban ennek a modellnek dinamikai feladatokban történő alkalmazása elvi kérdéseket vet fel: feltéve, hogy a talajjal érintkező pontok sebessége zérus, az ott átadódó erő teljesítménye is zérus, tehát egy így definiált gördülési ellenállás nem okozhatja a mozgási energia csökkenését.

A szakdolgozat célja ennek az ellentmondásnak a feloldása, különféle modellek alkalmazásával. A javasolt feladat a gördülési ellenállás modellezése sokszög keresztmetszetű rudak gördüléseként, ahol az oldalak száma végtelenhez tart. Az oldallapok talajhoz történő ütközése során bekövetkező disszipáció többféle érintkezési/ütközési modellel is számítható. Az érintkezési feladatok nagy kihívást jelentenek a legkülönbözőbb ipari feladatokban, ezért az érintkezés dinamikájában történő elmélyülés hasznos tapasztalatszerzési lehetőséget jelent a mechanika iránt érdeklődő hallgatók számára.

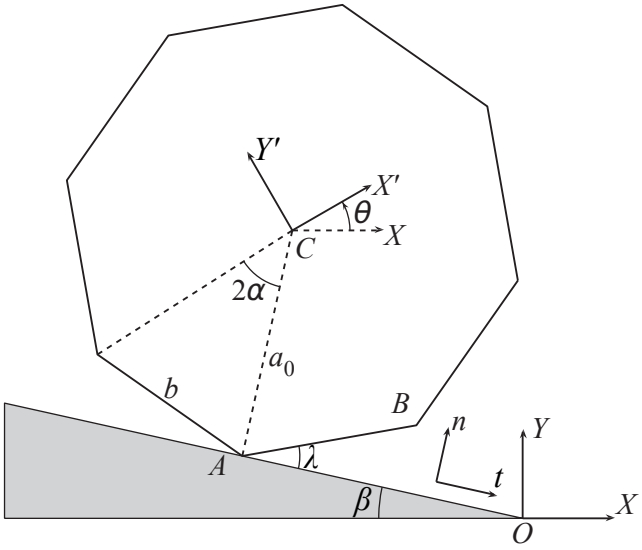


Fig. 1: Egy nyolcszög keresztmetszetű hasáb gördülése lejtőn (Zhao és társai cikkéből átvéve)

Irodalom:

- Zhao Z, Liu C, Ma D. Pure rotation of a prism on a ramp. Proc. R. Soc. A 470: 20140007. (2014).

LaTeX TikZposter

Digitálisan szabályozott nemlineáris dinamikai rendszerek viselkedése

Dr. Csernák Gábor, egyetemi docens

Műszaki Mechanikai Tanszék, csernak@mm.bme.hu

Javasolt képzési szint: BSc szakdolgozat, MSc diplomaterv
Nyelv: magyar, angol

A feladat leírása

Számítógépes szabályozás során a mintavételezés és a kerekítés kis amplitúdójú kaotikus rezgésekhez vezethet – ezt a jelenséget mikro-káosznak nevezik. Ilyenkor a szabályozási hiba sokkal nagyobb is lehet a rezgés amplitúdójánál – például egy mikro-kaotikus viselkedést mutató inverz inga egy ferde helyzet körül végezhet kis rezgéseket.

A legegyszerűbb modellek a szabályozatlan rendszer *linearizált* mozgásegyenleteihez veszik hozzá a szabályozó erőt, ami a digitális hatások miatt mintavételezési periódusonként állandó. Ennek következtében bonyolult struktúrák figyelhetők meg a rendszer fázisterében.

A feladat annak meghatározása – numerikus szimulációk segítségével –, hogy egy inverz inga esetében mennyire befolyásolja a linearizálás a digitálisan szabályozott rendszer viselkedését, azaz hogyan változik a fázistérbeli mintázat és a maximális szabályozási hiba.

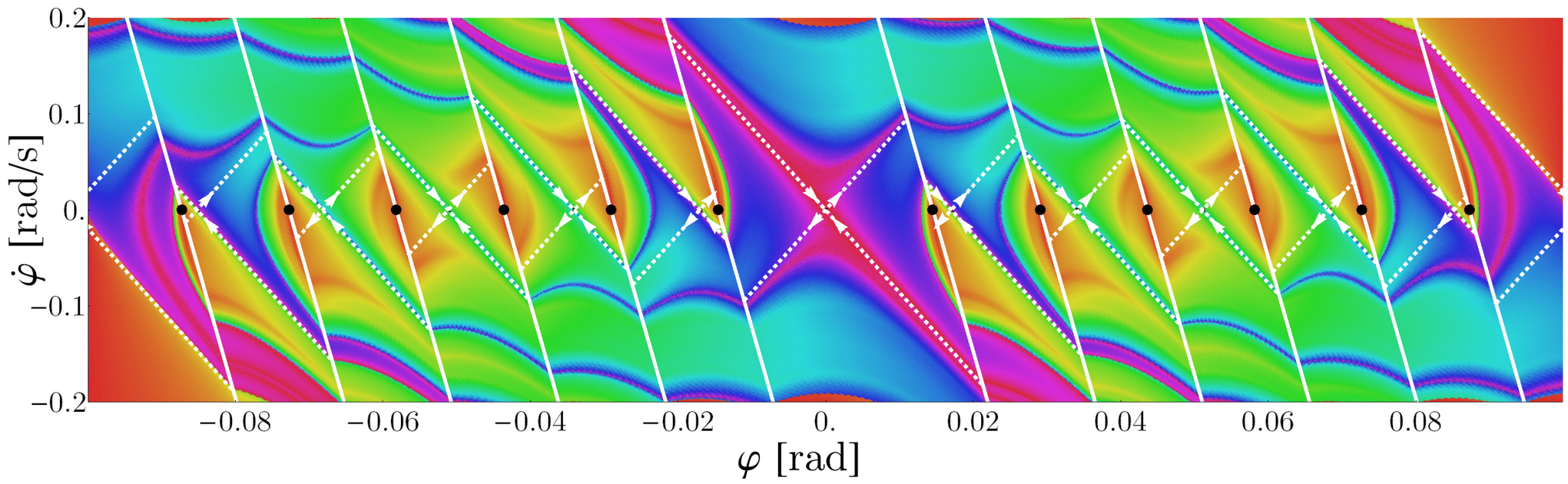


Fig. 1: Egy PD szabályozású inverz inga egyensúlyi helyzetei és a köztük lévő kaotikus attraktorok vonzási tartományai a fázistéren.

Irodalom:

- Csernák G., Gyebrószki G., Stépán G.: Multi-baker map as a model of digital PD control, International Journal of Bifurcation and Chaos, 26(2), 2016.
- Csernák G.: Quantization-induced control error in digitally controlled systems, Nonlinear Dynamics, 85(4), 2016.

LaTeX TikZposter

A nullpont hiba és a kerekítés hatása digitálisan szabályozott mechanikai rendszerek viselkedésére

Dr. Csernák Gábor, egyetemi docens

Műszaki Mechanikai Tanszék, csernak@mm.bme.hu

Javasolt képzési szint: BSc szakdolgozat
Nyelv: magyar

A feladat leírása

Számítógépes szabályozások során a mintavételezés és a kerekítés kis amplitúdójú kaotikus rezgésekhez vezethet – ezt a jelenséget mikro-káosznak nevezik. A mikro-káosz legegyszerűbb modelljeiben feltételezik, hogy nincs nullpont hiba, azaz a szabályozatlan rendszer instabil egyensúlyi helyzetében – például egy inverz inga esetében éppen a függőleges helyzetben – zérus a szabályozó erő.
A feladat annak meghatározása, hogy a nullpont hiba milyen mértékben módosítja a szabályozott rendszer viselkedését különféle szabályozási stratégiák és kerekítési sémák mellett. A numerikus szimulációkon alapuló vizsgálatok elsődleges célja a mikro-káosz során kialakuló maximális szabályozási hiba becslése.

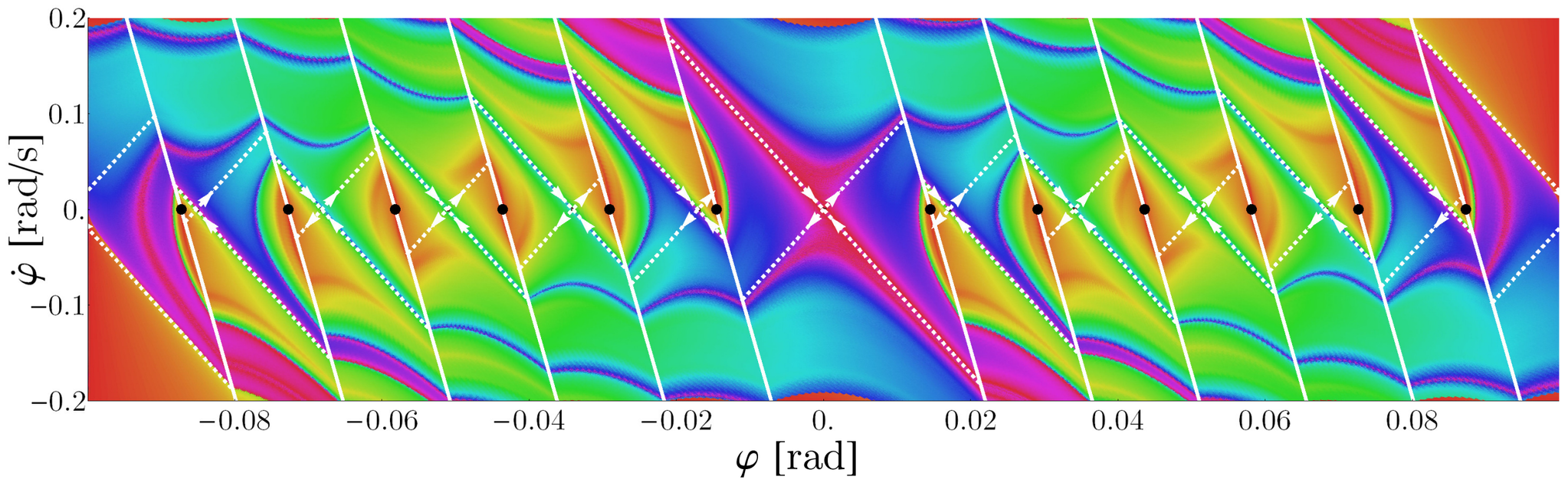


Fig. 1: Példa nullpont hiba nélküli esetre: egy PD szabályozású inverz inga egyensúlyi helyzetei és a köztük lévő kaotikus attraktorok vonzási tartományai a fázistéren.

Irodalom:

- Csernák G., Gyebrószki G., Stépán G.: Multi-baker map as a model of digital PD control, International Journal of Bifurcation and Chaos, 26(2), 2016.
- Csernák G.: Quantization-induced control error in digitally controlled systems, Nonlinear Dynamics, 85(4), 2016.

LaTeX TikZposter

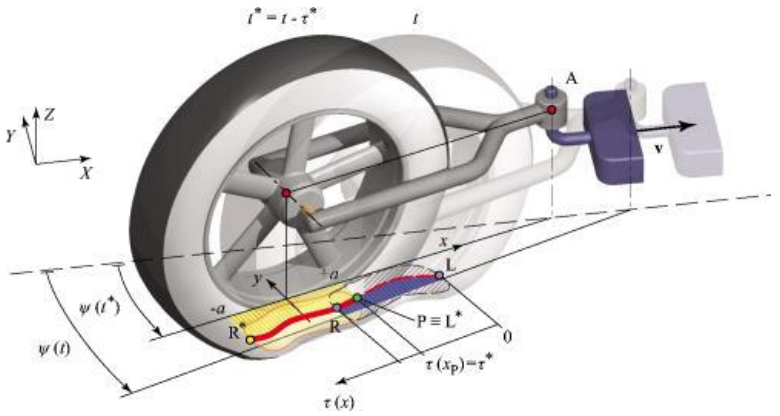
APPLICATION OF THE TUNED MASS DAMPER FOR AVOIDING SPEED WOBBLES

Dr. Habib Giuseppe, Research Fellow

Műszaki Mechanikai Tanszék

Speed wobbles (check video), also referred as wheel shimmy, consist in unexpected and dangerous instabilities. This phenomenon affect many systems such as motorbikes, bicycles and aircraft wheels. The objective of this thesis is to verify the possibility of eliminating these instabilities adopting a tuned mass damper.

The candidate should define a model, study its stability, optimize parameters of the absorber and verify analytical and numerical results experimentally.



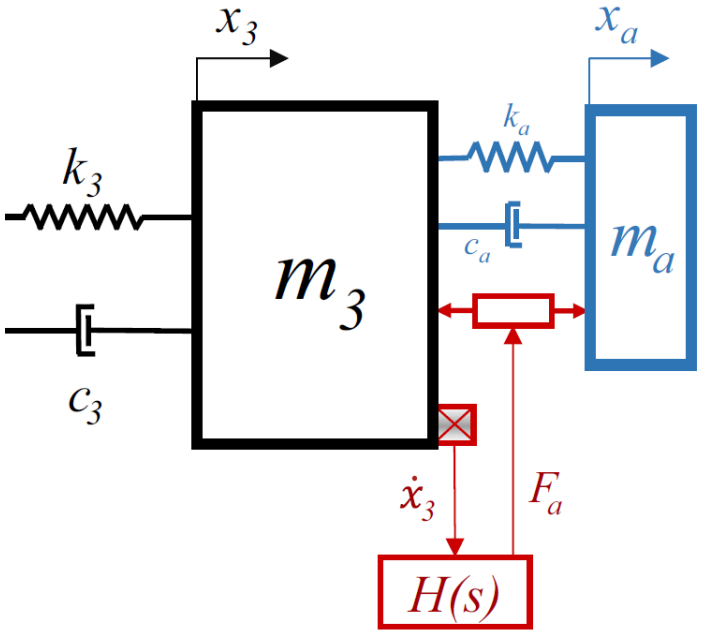
Schematic model of the experimental equipment for shimmy measurement available at the laboratory of the department, from "*Experiments on quasiperiodic wheel shimmy*, Takács, Stépán, J. Comp. Nonlinear Dyn. (2009)".

INERTIAL ACTUATOR FOR HYBRID ACTIVE-PASSIVE VIBRATION ABSORPTION IN MACHINING

Dr. Habib Giuseppe, Research Fellow

Műszaki Mechanikai Tanszék

The **tuned mass damper** consists of a mass attached to a primary structure through a visco-elastic element. The interaction between the natural frequency of the primary structure and of the damper allows to reduce vibration level. The possibility of **adding an actuator** to the tune mass damper was investigated in previous works, showing that it can improve its performance. The objective of this thesis is to **apply this system to machining operation for suppressing chatter vibrations**. After reviewing the existing literature, the candidate should study the problem analytically and numerically.



Scheme of a hybrid tuned mass damper from "*Robust hybrid mass damper*, Collette, Chesné, JSV (2016)".

SUPPRESSION OF FRICTION-INDUCED VIBRATIONS VIA PASSIVE AND ACTIVE CONTROLLERS

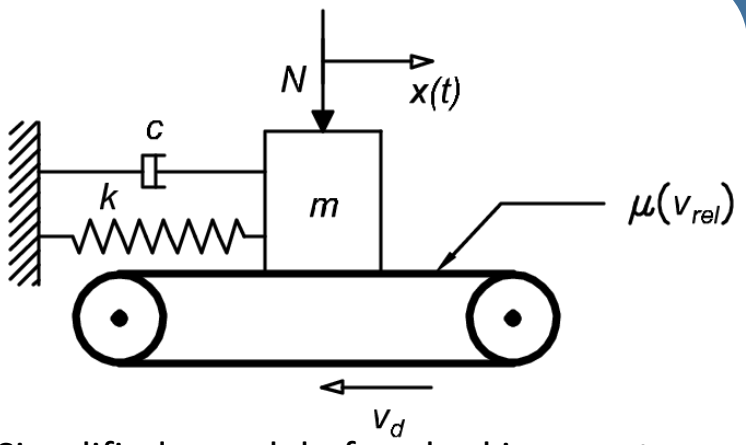
Dr. Habib Giuseppe, Research Fellow

Műszaki Mechanikai Tanszék

Friction-induced vibrations are a major problem in several engineering applications. For example, they cause brake squeal (video) or hinge squeaking.

The objective of this thesis is to implement devices for the elimination of these detrimental vibrations. In particular, the performance of a tuned mass damper and of an active delayed proportional-differential controller will be identified and compared.

The candidate should define a mechanical model, study its stability, optimize parameters of the vibration absorption devices and numerically verify analytical results.



Simplified model for braking system, from "*Subcritical bifurcation in a self-excited single-degree-of-freedom system with velocity weakening–strengthening friction law: analytical results and comparison with experiments*, Papangelo et al., Nonlinear Dynamics (2017)".

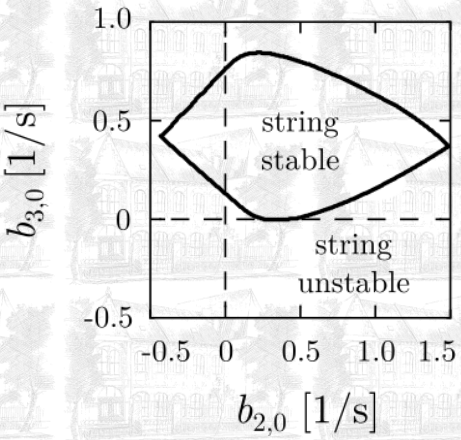
Szakdolgozat / Diplomaterv téma

Témavezető:	**Hajdu Dávid**, *doktorandusz hallgató*, hajdu@mm.bme.hu
Cím:	**Autonóm járművek követési tulajdonságainak vizsgálata**
Javasolt képzési szint:	BSc Szakdolgozat (1 szemeszter) *és/vagy* MSc Diplomaterv (2 szemeszter)
Nyelv:	Magyar, Angol

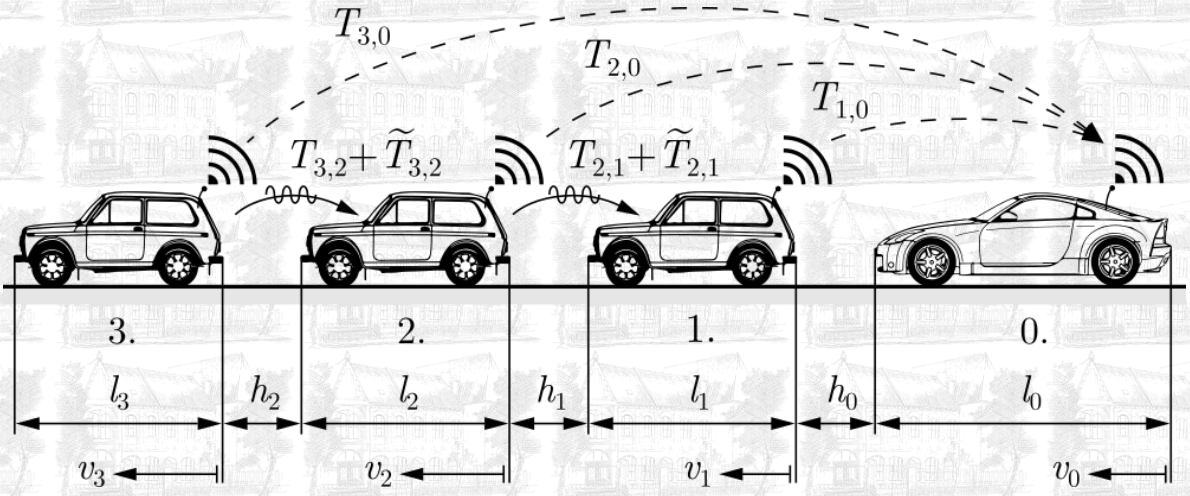
LEÍRÁS

Bevezetés: Az autonóm, vagy más néven önvezető járművek kutatása napjaink egyik legismertebb mérnöki problémájává vált. A kapcsolt automatizált járművek olyan egymást követő autonóm járműcsoportok, ahol egyszerre több autó is képes információ küldésre és fogadásra. Az időkésés megjelenése azonban instabilizálhatja a láncot és rosszul működő rendszert eredményez.

Feladat: A dolgozat során a cél megismerni az így kapcsolt autonóm járműcsoportok dinamikai tulajdonságait, valamint figyelelembe venni az időkésés és a mechanikai lag hatását. Ehhez meg kell vizsgálni az időben késleltetett differenciálegyenletek stabilitását és az alapján elkészíteni az autonóm jármű szabályozó paramétereinek stabilitási diagramját.



2. ábra: Szabályozó paraméterek stabilitási diagramja



1. ábra: Kapcsolt autonóm járművek

Szakdolgozat / Diplomaterv téma

Témavezető:	**Hajdu Dávid**, *tanszéki mérnök*, hajdu@mm.bme.hu
Cím:	**Padé-féle approximáció késleltetett rendszerek vizsgálatára**
Javasolt képzési szint:	BSc Szakdolgozat (1 szemeszter) *és/vagy* MSc Diplomaterv (2 szemeszter)
Nyelv:	Magyar, Angol

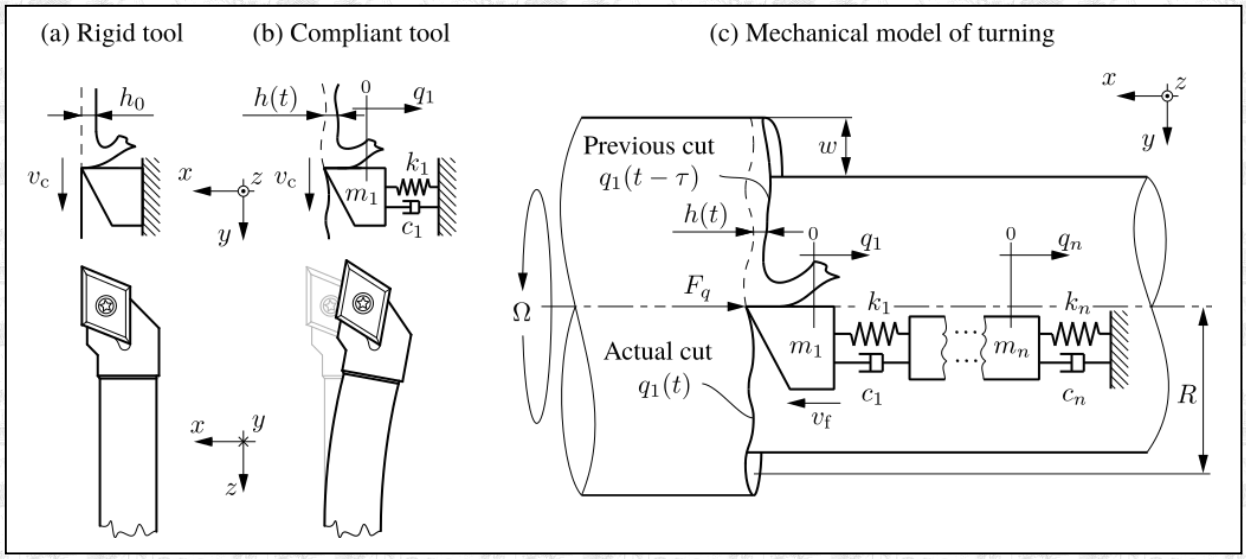
LEÍRÁS

Bevezetés: A matematikai modellezés során számos alkalommal találkozunk időkésést tartalmazó dinamikai rendszerekkel, ilyen például a regeneratív szerszámgéprezgés, késleltetett visszacsatolású szabályozók, autókövetési modellek vagy kerékdinamika. A feladat megoldása során gyakran csak numerikus módszereket tudunk használni, vagy más közelítésekkel kell élnünk. Az időkésés kiküszöbölésére a gyakorlatban gyakran alkalmazzák a Padé-féle approximációt, mellyel a matematikai modell lényegesen egyszerűsíthető, hátrány viszont a kevésbé pontos közelítés.

Feladat: Tekintse át késleltetett autonóm differenciálegyenletek stabilitásvizsgálatának alapjait a következő modellen:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{x}(t-\tau).$$

A fenti alak alkalmas számos dinamikai modell matematikai leírására. Példa az esztergálási folyamatok, amelynek egy mechanikia modellje látható az 1. ábrán. Ezt követően Végezze el a rendszer stabilitásvizsgálatát a Padé-féle approximáció felhasználásával. Vizsgálja meg milyen körülmények között használható jól a közelítés!



1. ábra: Mechanikai modell

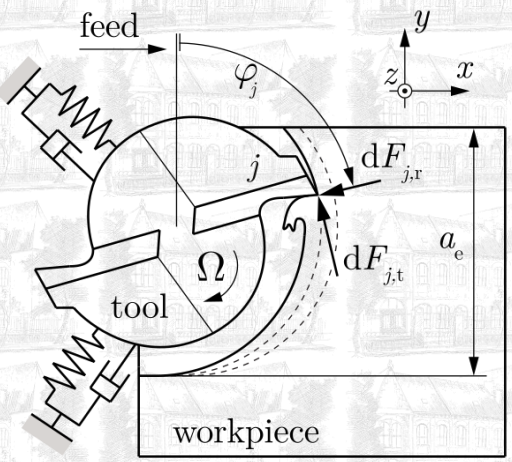
Szakdolgozat / Diplomaterv téma

Témavezető:	**Hajdu Dávid**, *doktorandusz hallgató*, hajdu@mm.bme.hu
Cím:	**Paraméterváltozások hatása a megmunkálások stabilitására**
Javasolt képzési szint:	BSc Szakdolgozat (1 szemeszter) *és/vagy* MSc Diplomaterv (2 szemeszter)
Nyelv:	Magyar, Angol

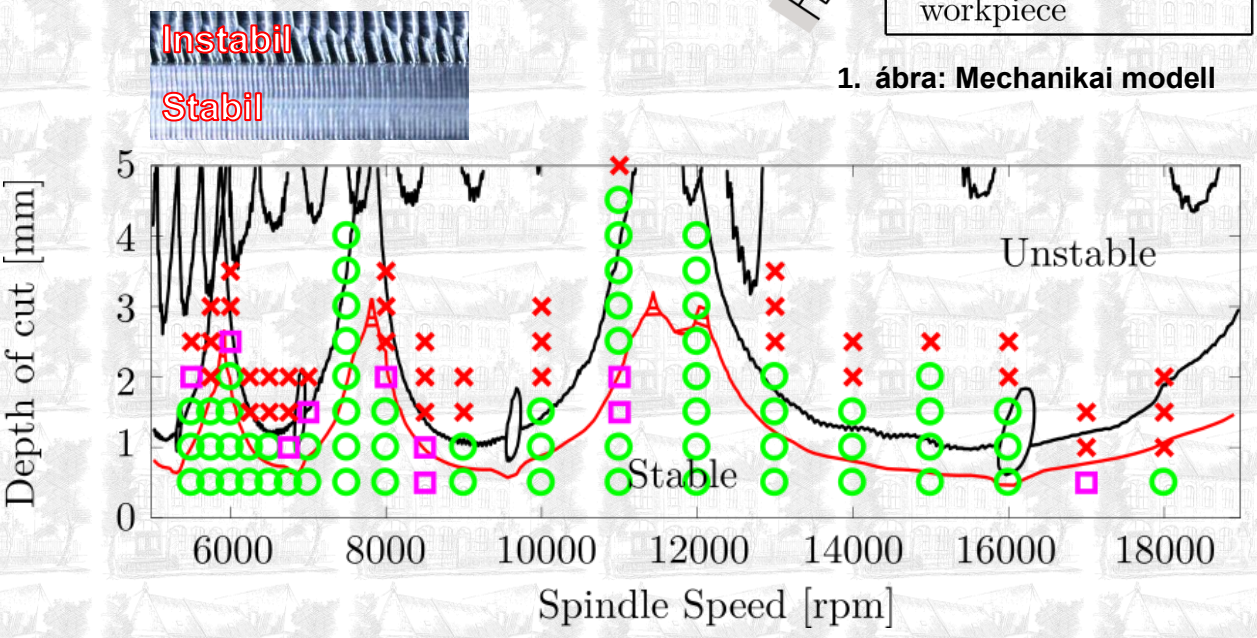
LEÍRÁS

Bevezetés: A szerszámgéprezgés egy olyan nemkívánatos instabil jelenség, mely rontja a megmunkálás minőségét, a szerszám élettartamát, valamint egyéb káros következményekkel jár. A stabilitási tulajdonságok változnak a fordulatszám és a fogásmélység változtatásával, így meghatázohatók olyan optimális tartományok, ahol jelentősen növelhető az anyagleválasztási hányad. A számításokhoz mérni kell a szerszám dinamikáját, a forgácsolási erőkarakterisztikákat és numerikus módszerekkel meg kell határozni a modellhez tartozó időben késleltetett differenciálegyenlet stabilitási tulajdonságait.

Feladat: A dolgozat során a cél egy kilágyított munkadarab befogó modális paramétereinek optimális meghatározása. Ehhez úgy kell hangolni a befogó modális merevségét, hogy a stabil fogásmélység jelentősen növekedjen. Az alábbi 1. ábrán látható a forgácsolási folyamatok egy mechanikai modellje, valamint a 2. ábrán egy jellemző stabilitási diagram a fordulatszám és fogásmélység függvényében.



1. ábra: Mechanikai modell



2. ábra: Stabilitási diagram mérési pontokkal (X: instabil, ○: stabil, □: ismeretlen)

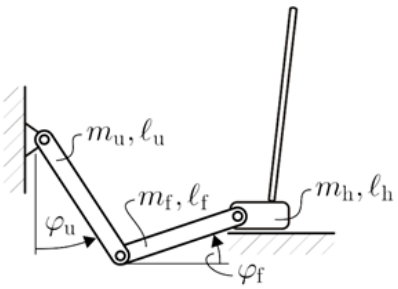
Szakdolgozat / Diplomaterv téma

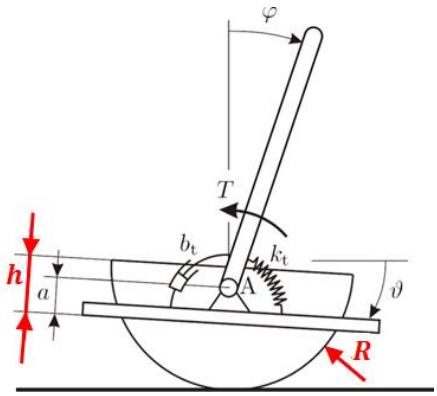
Témavezető:	**Dr. Insperger Tamás**, *egyetemi tanár*, insperger@mm.bme.hu
Cím:	**Egyensúlyozó mechanizmusok modellezése**
Javasolt képzési szint:	BSc Szakdolgozat (1 szemeszter) *és/vagy* MSc Diplomaterv (2 szemeszter)
Nyelv:	Magyar, Angol

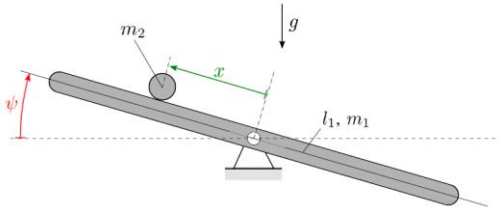
LEÍRÁS

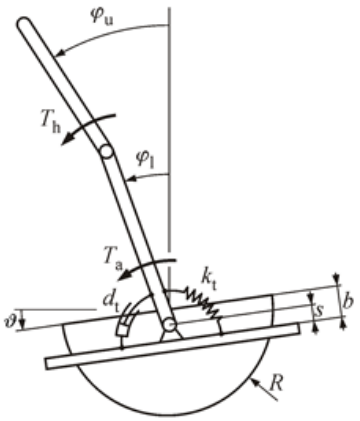
Bevezetés: Instabil egyensúlyi helyzetek stabilizálása fontos feladat mind mérnöki, mind biomechanikai alkalmazásokban. Instabil helyzetből könnyebb gyors mozdulatsort indítani, mint stabilis helyzetből, és a szabályozási folyamat energiaigénye is alacsony. Az egyensúlyozás képessége az emberek számára is létfontosságú: az időskori halálesetek jelentős része vezethető vissza egyensúlyzavarból adódó esésekre.

Feladat: A dolgozat során egy egy vagy több aszabadsági fokú szerkezet instabil egyensúlyi helyzete körüli egyensúlyozását kell modellezni különböző aktuátorok esetén, mint pl. egy rekaciótárcsával ellátott inverz inga, vagy egy mérleghintán gördülő golyó. A szabályozó optimalizálása során figyelmbe kell venni a paraméterek bizonytalanságát valamint a szabályozó holtidejét. A kialakuló mozgást valamilyen grafikus felületű animációval kell szemléltetni, és demosntrációs eszközt is lehet készíteni.







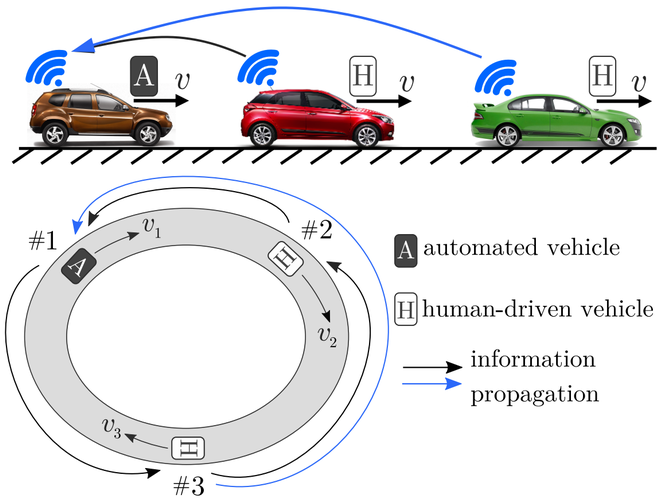


Autonóm járművek modellezése és szabályozása

Kiss Ádám - doktorandusz - kiss_a@mm.bme.hu

magyar/angol BSc/MSc/TDK

Vizsgált probléma



Forrás: https://www.wired.com/story/one-autonomous-car-prevent-traffic-jams/

A közúti közlekedés várhatóan a következő évtizedek során hatalmas átalakuláson megy keresztül az automatizált járművek bevezetésével. Az autonóm (önvezető) járművek térnyerésével számos új lehetőség nyílik a közlekedési dugók és a járművezetés problémáinak enyhítésére. Ilyenek lehetnek például az egymással kommunikáló járműrendszerek (Vehicle-to-vehicle V2V communication), amikor az egymás közelében tartózkodó gépjárművek adatokat osztanak meg egymással, ezzel segítve a környező forgalmi események pontosabb feltérképezését.
Cél az autonóm járművek egymás közti kommunikáció hatásainak alapos feltérképezése, különböző gyakorlati és megvalósíthatósági szempontok figyelembevételével. Egy ilyen szempont a sok közül: az egymástól túl távol tartózkodó járművek esetén a küldött információ már nem jut el a célig (kívül esik a hatósugarán). Az autonóm jármű szabályozó paramétereinek tervezésekor többek között ezt a távolságfüggő hatást is célszerű figyelembe venni egyéb további (jelen leírásban nem részletezett) szempontok mellett.

Hallgató feladatai

- Irodalomkutatás az autonóm járművek témakörében
- Megfelelő járműkövető modell felállítása, amellyel vizsgálható a probléma
- Modell megoldásinak stabilitási vizsgálata (lineáris/nem lineáris)
- Emberi tényezők hatásainak figyelembevétele
- Magyar és angol nyelvű összefoglaló

Miért érdemes ezt a feladatot választani?

- Jártasság az autonóm járművek szabályozásának témakörében
- Különböző mechanikai és matematikai diszciplínák kombinálásának képessége
- Algoritmikus gondolkodás
- Dokumentáció és prezentáció készítés

LaTeX TikZposter

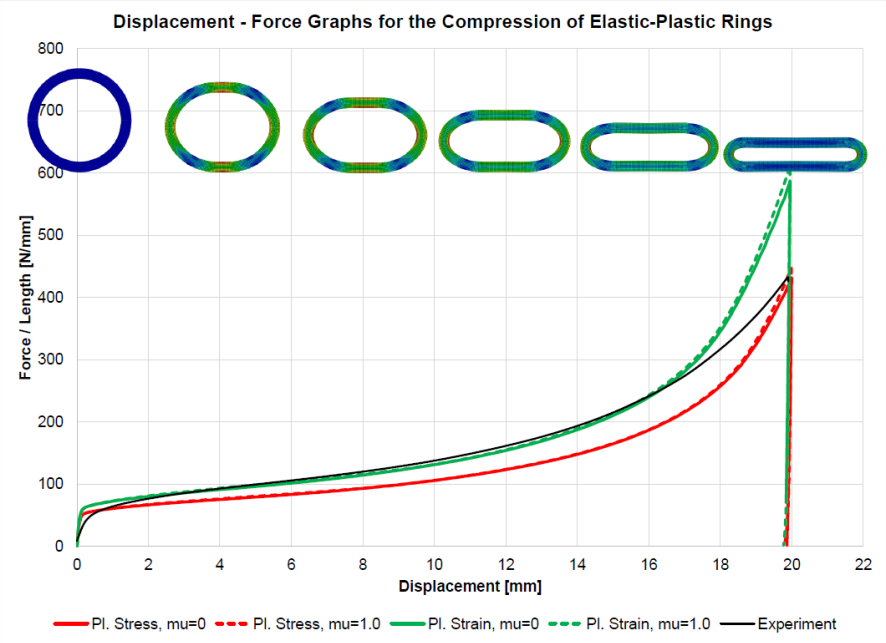
Szakdolgozat / Diplomaterv téma

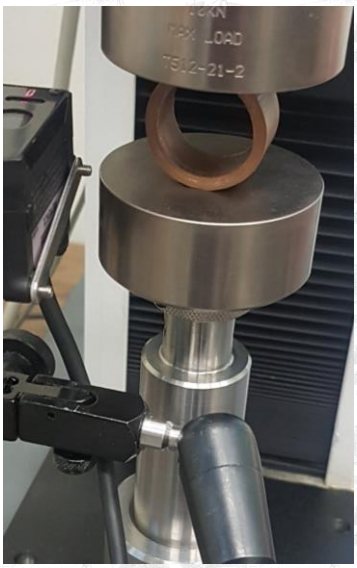
Témavezető:	**Dr. Kossa Attila**, *egyetemi docens*, kossa@mm.bme.hu
Cím:	**Rugalmas-képlékeny gyűrűk és csövek összenyomásának kísérleti, analitikus és numerikus vizsgálata**
Javasolt képzési szint:	MSc Diplomaterv (2 szemeszter)
Nyelv:	Magyar, Angol

LEÍRÁS

Bevezetés: Fémből készült csövek összenyomása során az anyagban maradó deformációk is keletkeznek. Az összenyomás során mért erő-elmozdulás összefüggés függ az anyagtulajdonságoktól (rugalmas és képlékeny viselkedés). A mért erőjel felhasználásával lehetőség kínálkozik arra, hogy inverz módon megkeressük az anyaghoz használt anyagmodellben szereplő anyagparamétereket.

Feladat: Nyomó mérések elvégzése különböző fémből készült gyűrűk és csövek esetén. Analitikus modellek alkalmazhatóságának vizsgálata az anyagparaméterek visszafejtésére. Végeselemes szimulációk készítése az összenyomási folyamathoz.





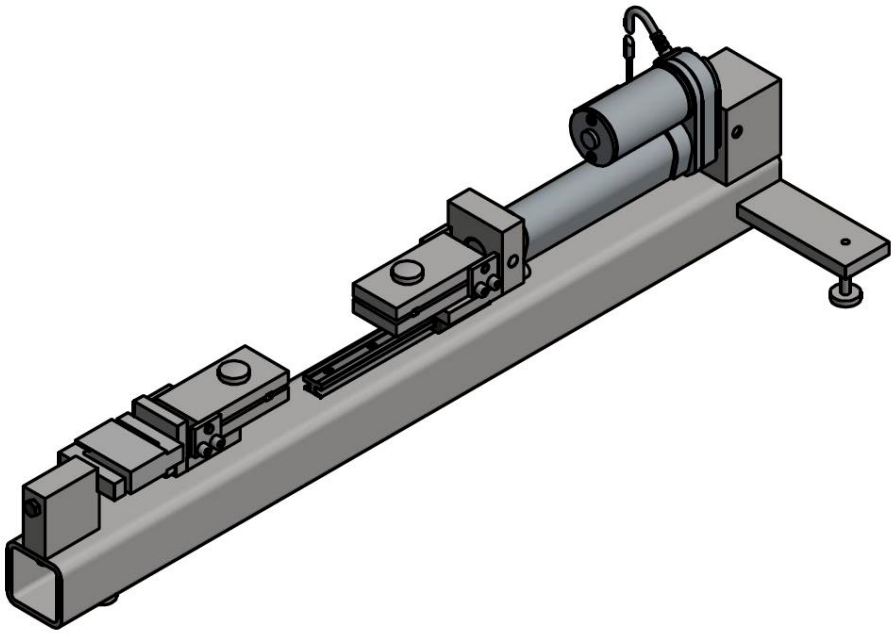
Szakdolgozat / Diplomaterv téma

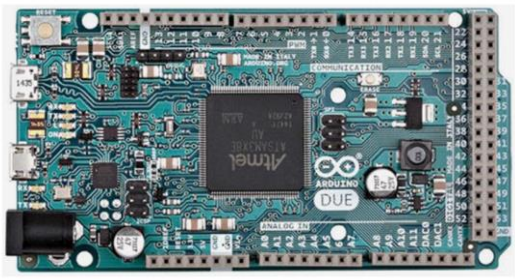
Témavezető:	**Dr. Kossa Attila**, *egyetemi docens*, kossa@mm.bme.hu
Cím:	**Kisméretű anyagvizsgáló berendezés tervezése és gyártása**
Javasolt képzési szint:	MSc Diplomaterv (2 szemeszter)
Nyelv:	Magyar, Angol

LEÍRÁS

Bevezetés: Az anyagok mechanikai tulajdonságainak leírásához elengedhetetlenek a különböző anyagvizsgálatok elvégzése, mint például az egytengelyű húzás és nyomás. A kereskedelemben kapható anyagvizsgáló berendezések viszonylag nagyértékű berendezések, melyek sok esetben csak korlátozott hozzáférést engednek a felhasználónak arra, hogy tetszőlegesen változtassa az erő vagy elmozdulás jelet.

Feladat: Egy korábbi projektfeladat kapcsán már elkészült egy félkész anyagvizsgáló berendezés, aminek véglegesítését kellene elvégezni. A fő cél a vezérlés megvalósítása Arduino-n keresztül a szükséges elektronikai és mechanikai tervezésekkel együtt.





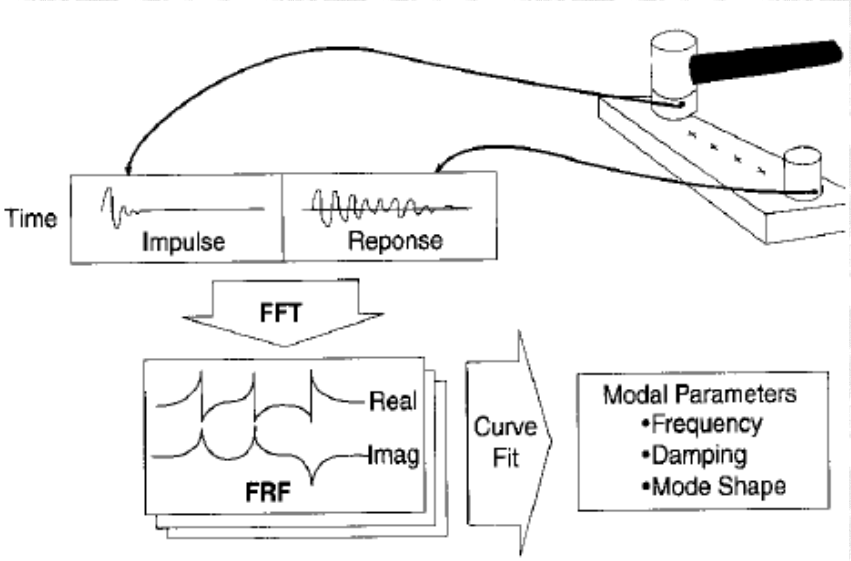
Szakdolgozat / Diplomaterv téma

Ipari konzulens:	**Licskó Gábor** **Knorr-Bremse Fékrendszerek Kft.** **(Research and Development Institute), Budapest, Major u. 69.,** **Gabor.Licsko@knorr-bremse.com**
Cím:	**Anyagi csillapítás közelítő meghatározása méréssel véges elemes számításokhoz**
Javasolt képzési szint:	MSc Diplomaterv (2 szemeszter)
Nyelv:	Magyar, Angol

LEÍRÁS

Bevezetés: Vibrációs végeselemes analízis eredményeit jelentősen befolyásolja az anyagi csillapítás, melyet a végeselem modellben többféleképpen figyelembe lehet venni.

Feladat: A cél olyan mérési és szimulációs eljárás kidolgozása, amellyel adott pontossággal beállítható a fémes ötvözetekből készült alkatrészek csillapítása. A diplomaterv feladat egyaránt tartalmaz labormunkát és szimulációs modellépítést.



Forrás: https://www.crystalinstruments.com/modal-testing/

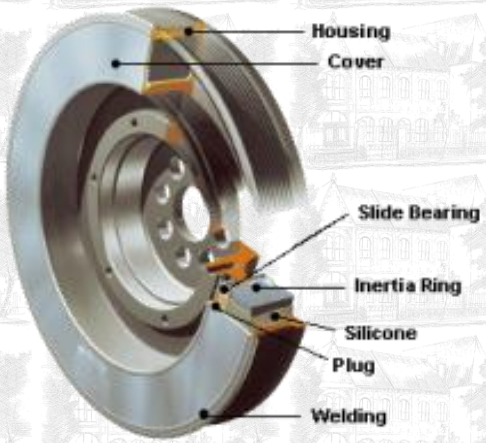
Szakdolgozat / Diplomaterv téma

Ipari konzulens:	**Licskó Gábor** **Knorr-Bremse Fékrendszerek Kft.** **(Research and Development Institute), Budapest, Major u. 69.,** **Gabor.Licsko@knorr-bremse.com**
Cím:	**Torziós lengéscsillapító rotordinamikai vizsgálata**
Javasolt képzési szint:	MSc Diplomaterv (2 szemeszter)
Nyelv:	Magyar, Angol

LEÍRÁS

Bevezetés: Nagyobb teljesítményű belsőégésű motorok (teherautókban, motorcsónakokban, teherhajókon) fontos komponense a torziós lengéscsillapító, amely a motor egyenletes járását biztosítja. Átmérője 300mm-től 2-3 m-ig terjedhet. (125kW-80MW motorteljesítményig) A benne található inerciagyűrű, mint szeizmikus tömeg és az azt körülvevő viszkózus folyadék csillapítja a motor főtengelyének torziós lengéseit. A komponens méretezése szempontjából fontos ismerni a működés közben fellépő terheléseket.

Feladat: A komponens és a főtengelyvég alkotta összeállítás igénybevételeinek meghatározása, figyelembe véve rotordinamikai megfontolásokat. Számítási módszer kidolgozása hasonló alkatrészek terheléseinek, és azok hatására fellépő feszültségek/alakváltozások meghatározására.



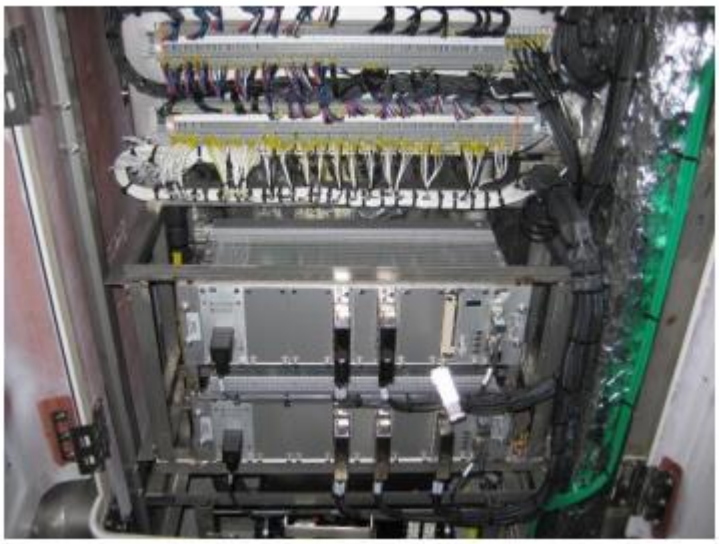
Forrás: http://www.hassewrede.de/

Szakdolgozat / Diplomaterv téma

Témavezető:	**Dr. Magyar Bálint**, *adjunktus*, magyar@mm.bme.hu
Cím:	**Elektro-pneumatikus vezérlő egység kísérleti modális analízise**
Javasolt képzési szint:	BSc Szakdolgozat (1 szemeszter) *és/vagy* MSc Diplomaterv (2 szemeszter)
Nyelv:	Magyar, Angol

LEÍRÁS

Bevezetés:
A Knorr-Bremse Vasúti Jármû Rendszerek Hungária Kft. és a BME Gépészmérnöki Kar együttműködésében meghirdetett szakdolgozat/diplomaterv feladat témája egy elektro-pneumatikus vezérlő egység kísérleti modális analíziséhez kapcsolódó módszertan kidolgozása.



Feladat:
A feladat lényege egy olyan minőségbiztosításhoz kapcsolódó kísérleti eljárás megalkotása, amelynek segítségével az esetleges gyártásból eredő hibákat előre lehet jelezni.

A feladat elvégzéséhez valamilyen matematikai szoftver ismerete (ajánlottan Matlab) szükséges. A feladat kidolgozása különböző mélységben lehetséges, a jelentkező érdeklődésétől és képességeitől függően.

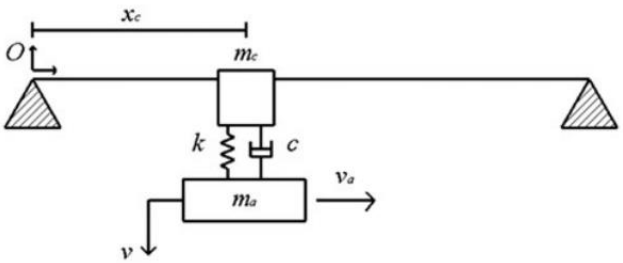
Szakdolgozat / Diplomaterv téma

Témavezető:	**Dr. Miklós Ákos**, *tudományos munkatárs*, miklosa@mm.bme.hu
Cím:	**Szabadvezetékek lengésének csillapítása**
Javasolt képzési szint:	BSc Szakdolgozat (1 szemeszter)
Nyelv:	Magyar, Angol

LEÍRÁS

Bevezetés: A rezgésszigetelés a gépészet egyik gyakori feladata. A passzív elemekből felépített rezgésszigetelési rendszerek gazdaságosságukkal és megbízhatóságukkal nélkülözhetetlenek olyan területeken, ahol sok kell belőlük, vagy nem áll rendelkezésre folyamatos felügyelet. Szabavezetékek telepítése esetén nagy fesztávokon, vagy szeles környéken alkalmazzák a dinamikus lengésfojtókat, melyek egyik hátránya, hogy csak bizonyos frekvenciákat képesek csillapítani.

Feladat: A dinamikus lengésfojtók hatékonyságának növelésére számos ötlet merült már fel. Az egyik ilyen, hogy a lengésfojtót a vezetéken mozgatva megnövelhető a hatékonysága. A feladat a mozgó lengésfojtó dinamikai modellezése, a hatékonyság összehasonlítása a hagyományos megoldásával, illetve más megoldások keresése a hatékonyság növelésére.



Természetesen felmerül a kérdés, hogy hogyan lehetne olyan lengésfojtót építeni, ami minden frekvencián tud csillapítani, vagy valamilyen módon “figyelné” a vezeték rezgését.

A feladat lehet a már létező koncepció elemzése, de akár saját ötlet megvalósítása is.

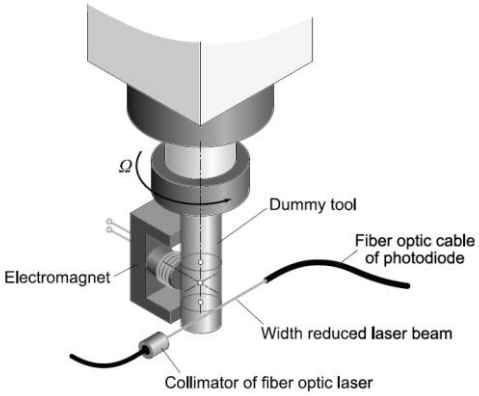
A feladat megoldásához angol nyelvű szakirodalom feldolgozására, jó mechanikai modellező képességre és/vagy kreativitásra van szükség, illetve valamilyen matematikai program használatára (pl. Matlab).

Szakdolgozat / Diplomaterv téma

Témavezető:	**Dr. Miklós Ákos**, *tudományos munkatárs*, miklosa@mm.bme.hu
Cím:	**Hardware-in-the-Loop környezet dokumentációja**
Javasolt képzési szint:	BSc Szakdolgozat (1 szemeszter) *és/vagy* MSc Diplomaterv (2 szemeszter)
Nyelv:	Magyar, Angol

LEÍRÁS

Bevezetés: A nagyteljesítményű adatgyűjtő és feldolgozó számítógépeknek köszönhetően egyre elterjedtebb módszer, hogy egy eszközt félig valós, félig szimulált környezetben tesztelünk. A Hardware-in-the-Loop (HIL) lényege, hogy egy rendszernek a nehezen modellezhető részeit fizikailag beépítjük egy szimulált környezetbe, amellyel a vizsgálat körülményeit rugalmasan változtathatjuk. A tanszéken megvalósult egy esztergálási folyamatot emuláló HIL rendszer prototípusa, amely segítségével lehetőség nyílik a szerszámgép rezgések minden eddiginél hatékonyabb kísérleti vizsgálatára.



Probléma: A kísérleti berendezés kezeléséhez a rendszer alapos ismerete szükséges, így a hallgatók képzésében egyelőre nem alkalmazható, és a működése is csak a fejlesztők előtt ismert.

Feladat: A berendezéshez kapcsolódó kutatások hatékonysága érdekében készíteni kell egy dokumentációt, amely magában foglalja a berendezés működésének alapvető ismeretét, és kezeléssel kapcsolatos alapvető feltételeke, ismereteket.

A feladat kivitelezéséhez a berendezés alapos megismerése szükséges. Ezáltal a HIL és Real-Time rendszerekkel kapcsolatos korszerű ismeretek elsajátítására is lehetőség/szükség van.

A feladat **kis kockázatú** abból a szempontból, hogy a berendezés elkészült, minden anyag rendelkezésre áll. A feladat elvégzéséhez szükséges némi elektrotechnikai ismeret, a **LabView** alapszintű ismerete, de a legfontosabb követelmény a **precizitás**.

A projekt során a hallgatónak lehetősége lesz bekapcsolódni a tanszék világszinten is elismert szerszámgéprezgési kutatásába, és tapasztalatot szerez a National Instruments legmodernebb eszközeinek használatában.

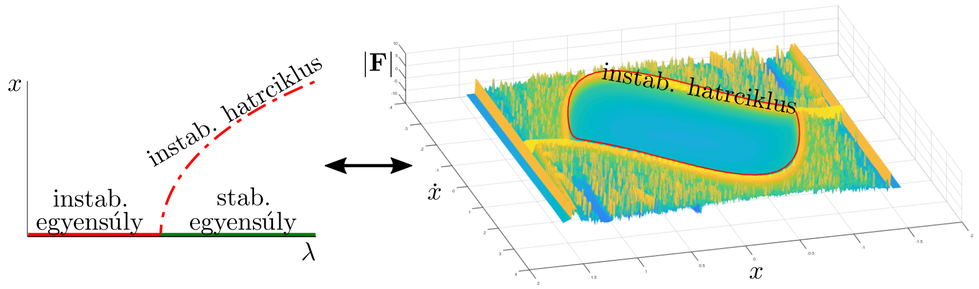
Nemlineáris dinamika vizsgálata alakváltozási tenzor segítségével

Várszegi Balázs - tudományos segédmunkatárs - varszegi@mm.bme.hu

magyar/angol MSc/TDK

Vizsgált probléma

Miért ne gondolhatnánk úgy egy dinamikai rendszer fázisterére, mint egy kontinuumra, ami deformálódik az idő változásával. Ebben az esetben egy stabil egyensúly helyzet/periodikus pálya körül csak kicsit, míg egy instabil körül nagyon változik a fázistér, amit az alakváltozási gradiens vagy az alakváltozási tenzorok jól megragadnak.



Mivel ez a módszer könnyen használható magasabb dimenziós, vagy akár időben változó dinamikai rendszerekre is, így kifejezetten előnyös járműdinamikai problémák felderítése során, ahol a lassítás és a gyorsítás időfüggő paraméterként jelentkezik. Biztonsági okokból kifejezetten fontos, hogy hogyan viselkedik az adott jármű vészfékezés alatt, legyen az személyjgépkocsi vagy motorkerékpár.

A dolgozat során egy egyszerű egy nyomon haladó járműmodell nemlineáris dinamikai vizsgálatát kell elvégezni, különös tekintettel a már említett lassító, vészfékező manőverekre.

Hallgató feladatai

1. Végezze irodalomkutatást a témában, foglalja össze a kontinuum mechanikai alapokat!
2. Keresse meg az adott egynyomú autómodell egyensúlyi mozgásait!
3. Végezze el az egyensúlyi helyzetek stabilitásának vizsgálatát!
4. Közelítse analitikusan a kialakuló periodikus pálya amplitúdóját!
5. Numerikus eljárás segítségével kövesse a periodikus pályát!
6. Vizsgálja meg a dinamikai rendszert a fázistér alakváltozási tenzorán alapuló módszerrel!
7. Hasonlítsa össze a különböző módszerekkel kapott eredményeket!

Megszerezhető tudás és készségek

- Különböző mechanikai és matematikai diszciplínák kombinálásának képessége
- Erős alapok a mechanika minden területén
- Analitikus és algoritmikus gondolkodás a szimbolikus és numerikus szoftverhasználathoz
- Dokumentáció és prezentáció készítés

LaTeX TikZposter

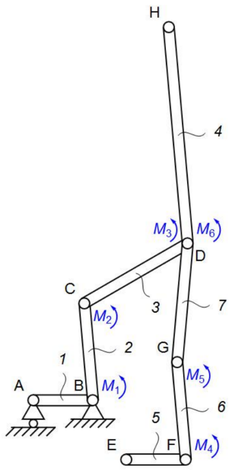
Sebesség hatása a lépcsőzés energiaigényére

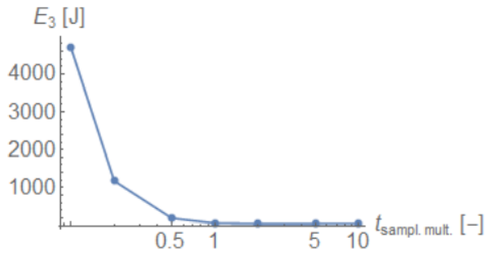
Várszegi Balázs - tudományos segédmunkatárs - varszegi@mm.bme.hu

magyar/angol BSc/MSc/TDK

Vizsgált probléma

Mindennapi gyalogos közlekedésben gyakran előfordulnak lépcsők, ezek közül több kényelmesebb több viszont nem. A kutatás egyik célja az, meghatározzuk, hogy adott paraméterekkel rendelkező egyéneknek melyek milyen a megfelelő lépés távolság és lépcső magasság. Ezenfelül egy további érdekes kérdés, hogy milyen sebesség mellett lesz optimális a lépcsőzés, tehát mekkora sebességgel kell közlekedjünk a lépcsőn annak érdekében, hogy az izmaink a legkevesebb energiát használják fel.





Ezenfelül a felállított modell alkalmas lehet akár lépcsőn történő megbotlás vizsgálatára. A kutatás kimenetele olyan lépcsőparaméterek megadása, ami nem csak energetikai szempontból optimális, hanem a botlási veszélye is kisebb.

Hallgató feladatai

1. Végezze irodalomkutatást a témában!
2. Készítsen egy egyszerű dinamikai modellt a lendítő és a támasztófázis vizsgálatára!
3. Határozza meg a lépcsőzés energiaigényét a modellre alapozott numerikus számítások segítségével!
4. Készítsen mérési eljárást a lépcsőzés energiaigényének meghatározására!
5. Végezzen mérést különböző sebességek mellett több személy bevonásával!
6. A munkáját foglalja össze magyar és angol nyelven!
7. Készítsen poszert!

Megszerezhető tudás és készségek

- Különböző mechanikai, biológiai és matematikai diszciplínák kombinálásának képessége
- Erős alapok többszabadságfokú mechanikai rendszerek modellezése területén
- Analitikus és algoritmikus gondolkodás a szimbolikus és numerikus szoftverhasználathoz
- Dokumentáció és prezentáció készítés

LaTeX TikZposter

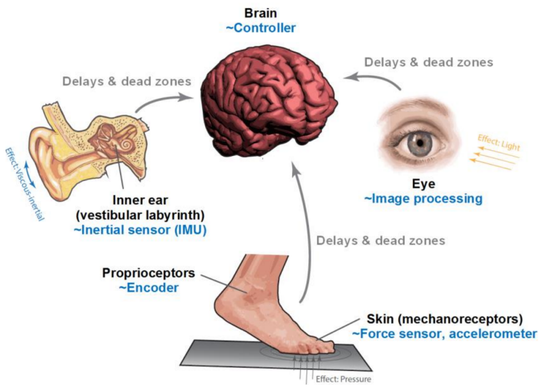
Egyensúlyozás különböző érzékszervi rendszerekből érkező információk segítségével

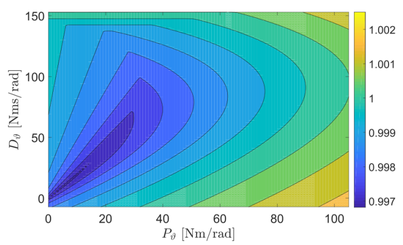
Várszegi Balázs - tudományos segédmunkatárs - varszegi@mm.bme.hu

magyar/angol BSc/MSc/TDK

Vizsgált probléma

Emberi egyensúlyozás során az agy több helyről is kap információt, ilyenek a szemből, a fülből, és a bokából érkező információk, illetve több helyen is beavatkozhat, pl. boka vagy csípő. Ezek együtt dolgozása határozza meg az állás stabilitását, amely megértése különösen fontos, hiszen sok időskori elesés végződhet tragikusan.





Forrás: Insperger Tamás - Az emberi egyensúlyozás határainak kiterjesztése Lendület pályázata.

A dolgozat célja egyszerű mechanikai és kontrol modellek segítségével megvizsgálni a különböző helyről nyerhető információk és különböző helyen történő aktuációk stabilitásra gyakorolt hatását, majd ezeket méréssel validálni.

Hallgató feladatai

1. Végezze irodalomkutatást emberi egyensúlyozás egyszerű mechanikai modelljei témakörben!
2. Állítson fel egy egyszerű modellt, ami alkalmas a különböző érzékszervi rendszerekből származó információk stabilitásra gyakorolt hatását!
3. Vizsgálja meg az állás stabilitását és stabilizálhatóságát!
4. Végezzen méréseket az elméleti eredmények alátámasztására a vizulási rendszer működése és kikapcsolása mellett!
5. A munkáját foglalja össze magyar és angol nyelven!
6. Készítsen poszert!

Megszerezhető tudás és készségek

- Különböző mechanikai, biológiai és matematikai diszciplínák kombinálásának képessége
- Erős alapok többszabadságfokú mechanikai rendszerek modellezése területén
- Analitikus és algoritmikus gondolkodás a szimbolikus és numerikus szoftverhasználathoz
- Dokumentáció és prezentáció készítés

LaTeX TikZposter

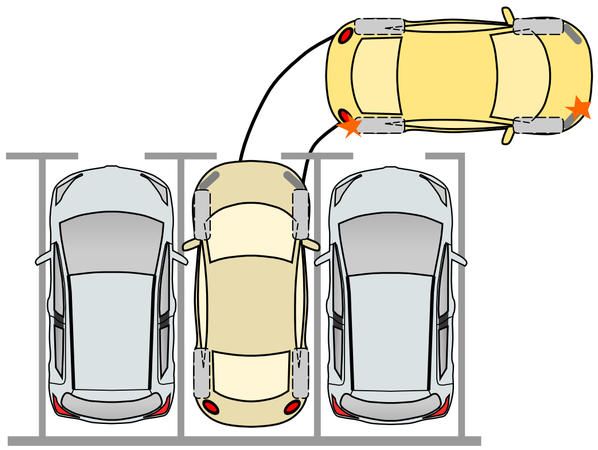
Autonóm járművek parkolásának modellezése és szabályozása

Várszegi Balázs - tudományos segédmunkatárs - varszegi@mm.bme.hu

magyar/angol BSc/MSc/TDK

Vizsgált probléma

Az autonóm parkolási feladat elvégése nem csak a járművezetők időmegtakarítása szepontjából lenne előnyös, hanem csökkenthető lehetne a parkolóhelyek mérete is, hiszen az utasok máshol is kiszállhatnának ezáltal a járművek közelebb állhatnak egymáshoz. A ma létező technológiák érzékelési pontossága (ultrahangos szenzor) vagy egyéb limitációk miatt (nem megfelleő GPS jel épületen belül) nem alkalmasak parkolóházakban történő pontos parkolás kivitelezésére.



Megfelelő jármű és kerékmodell segítségével a pályatervező algoritmus és a szabályozó is pontosabban közelítheti a valóságot, ezzel alkalmassá tehető egy szűk helyre történő parkolási feladat elvégésére. Ezzel lehetővé téve a hasznos tér növelését a világ ingatlanjaiban.

Hallgató feladatai

1. Végezzen irodalomkutatást anholonom mechanikai rendszerek, gumimodellek és alulaktuált rendszerek szabályozása témakörben!
2. Állítson fel egy megfelelő mechanikai modellt, mellyel jól vizsgálható egy jármű parkolása!
3. Készítsen szabályozót, mely egy adott pályán tartja a járművet!
4. Konstruáljon a parkolási hibát jól mérő mérőszámot!
5. Vizsgálja meg a szabályozó hibáját alacsony sebességnél!
6. A munkáját foglalja össze magyar és angol nyelven!
7. Készítsen posztert!

Megszerezhető tudás és készségek

- Különböző mechanikai és matematikai diszciplínák kombinálásának képessége
- A járműdinamikában fontos szerepet játszó mechanikai modellek készségszintű ismerete
- Analitikus és algoritmikus gondolkodás a szimbolikus és numerikus szoftverhasználathoz
- Dokumentáció és prezentáció készítés

LaTeX TikZposter

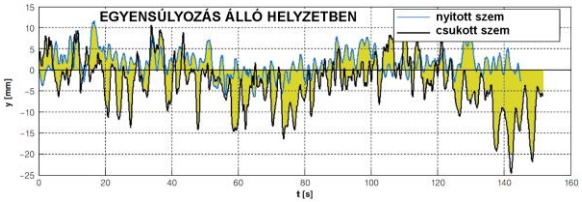
Szabályozott lábmodell periodikus mozgása és stabilitása a futás biomechanikai elemzéséhez (BSc/MSc)

Zelei Ambrus, BME Műszaki Mechanikai Tanszék

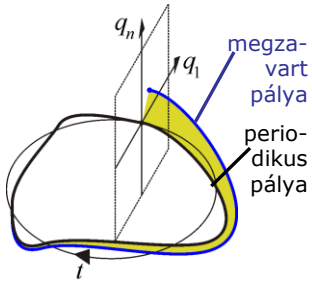
Motiváció: az emberi futás/járás biomechanikájának, és a két lábú robotok dinamikájának feltárása

1) Optimális mozgások keresése: maximális energiahatékonyság, a talaj-láb ütközés intenzitásának minimalizálása, a stabilitás növelése

2) Egyensúlyozás mechanizmusának összehasonlítása álló helyzetben és futásnál/járásnál



Állóhelyzetben:
egyensúlyi helyzet körüli ingadozás



Járáskor/futáskor:
periodikus mozgás körüli ingadozás

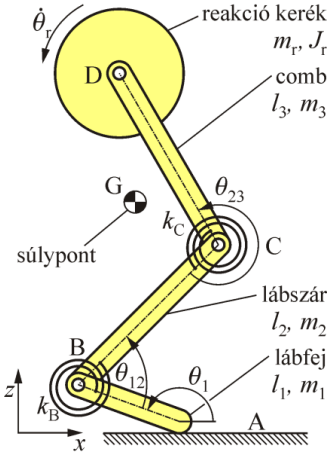
A laboratóriumi mérések melletti alternatívaként tisztán matematikai modell(ek) előállítása a cél.

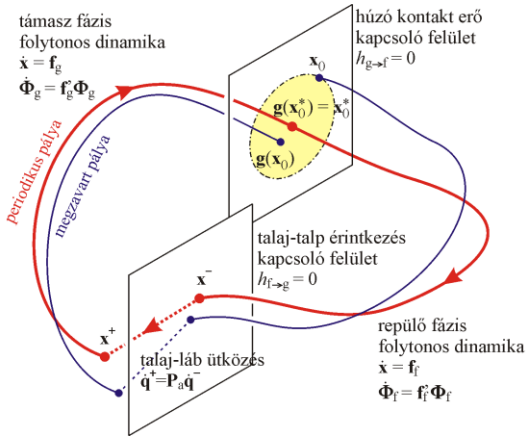
Feladatok:

1) A folytonos és nem folytonos periodikus dinamikai rendszerek szakirodalmának felhasználásával a periodikus pályák keresési módszereinek bemutatása alacsony szabadsági fokú mechanikai rendszeren.
2) A felhasznált numerikus módszerek paramétereinek hatása a pontosságra.
3) A fizikai paraméterek hatásának feltérképezése, optimális mozgások keresése.

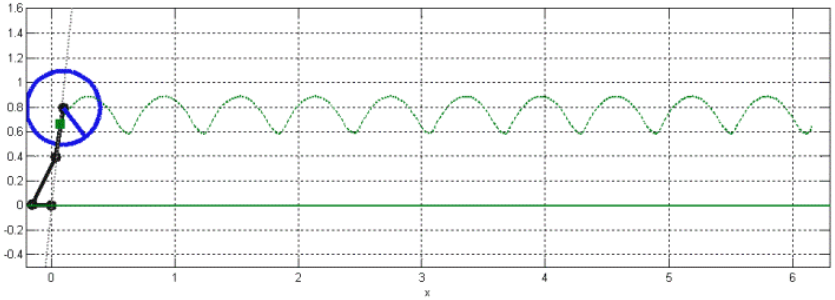
Néhány korábbi eredmény:

Síkbeli, több szegmensű lábmodell:
Eltérő szabályozó nyomatékok repülő és támasz fázisban





A repülő és a támasz fázisokban különböző dinamika
→nem folytonos rendszer periodikus mozgását keressük



A modell periodikus ugráló mozgást produkál

Redundáns geometriai kényszerek numerikus kezelése többtest-dinamikai rendszerek szimulációjában (BSc/MSc)

Zelei Ambrus, BME Műszaki Mechanikai Tanszék

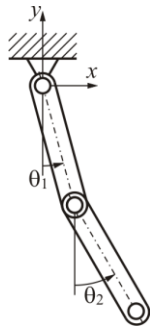
Háttér:
A sok merev testből összeállított mechanikai rendszerek dinamikai leírásakor fontos a rendszer szabadsági fokainak megállapítása. A szabadsági fokok száma összefüggésben van a testek mozgását leíró koordináták közti összefüggéseket adó geometriai kényszerekkel: a kényszerek által le nem kötött koordináták száma megegyezik a szabadsági fokok számával.

A gyakorlatban sokszor kényelmesebb nem törődni a független kényszerek számával és inkább rábízni a numerikus algoritmusra a független kényszerek számának a megállapítását.

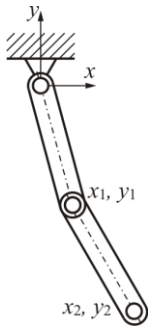
Cél:
A szakirodalom módszereit alkalmazni és tesztelni saját modelleken.

Feladatok:
1) Többtest-dinamikai rendszer szimulációja nem redundáns kényszerekkel.
2) Redundáns kényszerek kezelési módszereinek áttekintése a szakirodalom alapján.
3) Néhány módszer alkalmazása egy-két egyszerű többtest-dinamikai modellen, a rendszer szimulációja redundáns kényszerekkel.

Példa nem redundáns kényszerekre: a 4 koordináta között 2 kényszerkapcsolatot írunk fel, tehát 2 DoF marad



2DoF kettősinga 2 koordinátával leírva



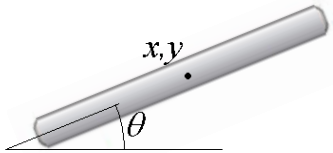
2DoF kettősinga 4 koordinátával és két kényszeregyenlettel leírva

2 db kényszer:

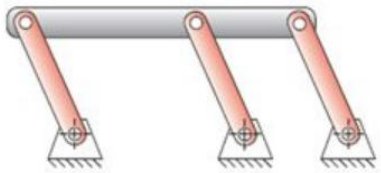
az 1. pont távolsága az origótól állandó

az 1. és 2. pont távolsága állandó

Példa redundáns kényszerekre: a három koordináta között három kényszert írunk fel, de ezek lineárisan nem függetlenek, így nem nulla, hanem 1 DoF marad.



3 db koordináta: a súlypont helye és a rúd szöge



3 db kényszer: a rúd 3 pontjának távolsága állandó a megfelelő 3 ponttól

1DoF mechanizmus három koordinátával és három kényszeregyenlettel leírva