



**XIII. MAGYAR MECHANIKAI KONFERENCIA**  
**MAMEK, 2019**  
**Miskolc, 2019. augusztus 27-29.**

**IDŐKÉSÉSSEL TERHELT JÁRMŰMODELL PREDIKCIÓ ALAPÚ  
SZABÁLYOZÁSA**

**Vörös Illés<sup>1</sup>, Várszegi Balázs<sup>2</sup> és Takács Dénes<sup>3</sup>**

<sup>1,2</sup>Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem, Műszaki Mechanikai Tanszék  
1111, Budapest, Műegyetem rakpart 5.

illes.voros@mm.bme.hu, varszegi@mm.bme.hu

<sup>3</sup>MTA-BME Gépek és Járművek Dinamikája Kutatócsoport

1111, Budapest, Műegyetem rakpart 5.

takacs@mm.bme.hu

**Absztrakt:** Cikkünkben az egynyomvonalú járműmodell (bicikli modell) oldalirányú szabályozásával foglalkozunk időkésés jelenlétében. A késleltetett állapotvisszacsatolást két predikciós eljárással egészítjük ki, majd az így kapott három különböző szabályozási eljárást hasonlítjuk össze. A predikció alapú szabályozásokban a késéssel terhelt mért jeltől valamilyen modell alapján kiszámolunk egy becslést a jármű pillanatnyi állapotára, és a szabályozást ez alapján végezzük el. Az első predikciós modellben a késés ideje alatt egyenes vonalú mozgást, míg a második modellben állandó sugarú köríven való haladást tételezünk fel a pillanatnyi állapotok becsléséhez. A szabályozási módszereket stabilitási térképeken és numerikus szimulációkkal hasonlítjuk össze, valamint vizsgáljuk a rendszer érzékenységét a prediktív modell paramétereinek hibájára.

**Kulcsszavak:** Járműszabályozás, időkésés, prediktív szabályozás

## 1. BEVEZETÉS

A gépjárművek egyre magasabb szintű automatizálása kapcsán megkerülhetetlen probléma a jármű oldalirányú pozíciószabályozása. Különböző vezetést támogató rendszerek, mint pl. a sávtartó és sávváltó funkciók alapvető építőeleme a jármű megbízható oldalirányú pozicionálása [1]. Ezen rendszerek működéséhez a jármű sávon belüli helyzetének meghatározása jellemzően kamera alapú módszerekkel történik, mivel a jelenlegi közúti infrastruktúrára elsősorban a vizuális információközlésen alapszik. A képfeldolgozó algoritmusok számítási költsége azonban jellemzően magas, a legtöbb kereskedelmi forgalomban lévő megoldás számára jelentős időt vesz igénybe a környezeti információk feldolgozása. Ez nem elhanyagolható késleltetést visz a rendszerbe, ami rontja a szabályozás hatékonyságát [2, 3, 4].

Az időkésés kompenzálása végett két predikciós eljárást mutatunk be, amelyek a jármű késéssel terhelt, múltbeli pozíciójának ismeretében becsülik meg a pillanatnyi pozíciót, majd a szabályozás ezen becslés alapján végezhető el. A cikk első részében a vizsgált járműmodellt mutatjuk be, majd az egyszerű, késleltetett állapotvisszacsatolás lineáris stabilitásvizsgálatát ismertetjük. A prediktív eljárások bemutatására és stabilitásvizsgálatára ezután kerül sor. A szabályozási megoldásokat stabilitási térképek és numerikus szimulációk segítségével hasonlítjuk össze, valamint vizsgáljuk a prediktív modellek paraméterhibával szembeni robusztusságát is.

## 2. JÁRMŰMODELL

A vizsgálatokhoz az egynyomvonalú járműmodell (bicikli modell) egy egyszerűsített (ún. kinematikai) verzióját alkalmazzuk, amelyben pontszerű, merev kerék-talaj kontaktot feltételezünk (lásd 1. ábra). Ezáltal a jármű mozgását pusztán kinematikai kényszerek le: egyrésztől a jármű két tengelyénél (F és R pontok) a sebességvektorok iránya minden időpillanatban párhuzamos a kerekek síkjával. Ez a hátsó tengely esetén a jármű hossz tengelyének az iránya, míg az első tengelynél a kormánysszög  $\delta_s$  írja elő a sebességvektor irányát. Másrésztől a jármű hosszirányú sebességét állandó ( $V$ ) nagyságúnak feltételezzük, amit szintén kinematikai kényszer formájában adunk meg.

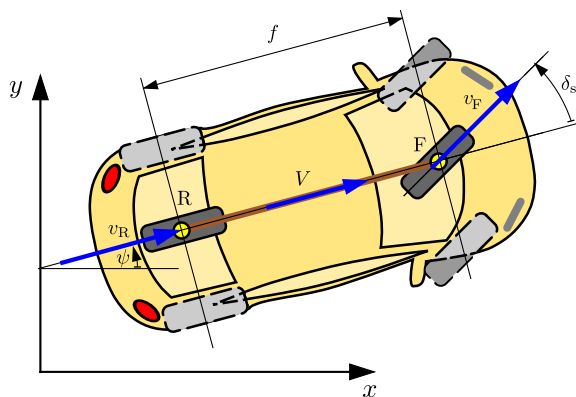
A jármű pozícióját a síkban 3 általános koordináta írja le:  $x$  és  $y$  az R pont koordinátáit jelöli, míg  $\psi$ -vel a jármű irányát adjuk meg az  $x$  tengelyhez képest. Ezek segítségével a három kinematikai kényszert a következő

egyenletek írják le:

$$\begin{aligned}\dot{x} \sin(\psi + \delta_s) - \dot{y} \cos(\psi + \delta_s) - f \dot{\psi} \cos \delta_s &= 0, \\ -\dot{x} \sin \psi + \dot{y} \cos \psi &= 0, \\ \dot{x} \cos \psi + \dot{y} \sin \psi &= V,\end{aligned}\quad (1)$$

ahol  $f$  a tengelytávot jelöli. A kényszeregyenletekből a koordináták idő szerinti deriváltjait kifejezve jutunk el a jármű mozgását leíró mozgásegyenletekhez:

$$\dot{x}(t) = V \cos \psi(t), \quad \dot{y}(t) = V \sin \psi(t), \quad \dot{\psi}(t) = \frac{V}{f} \tan \delta_s(t). \quad (2)$$



1. ábra. Síkbeli bicikli modell pontszerű kontaktot feltételezve a kerekeknél.

A következőkben a mozgásegyenleteket átírjuk a lineáris állapotter modellnek megfelelő  $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u}$  alakra. Mivel, mint később látni fogjuk, az alkalmazott szabályozások esetén az  $x$  úgynevezett ciklikus koordináta és nem befolyásolja a lineáris stabilitásvizsgálatot, a hozzá tartozó egyenletet a továbbiakban leválasztjuk, így az állapotvektor kételemű lesz:  $\mathbf{x} = [y \ \psi]^T$ . A vizsgált egyensúlyi helyzet az  $x$  tengely mentén történő egyenes vonalú egyenletes mozgás, amit az  $\mathbf{x}^* = [0 \ 0]^T$  koordináták írnak le. Ekörül elvégezve a linearizálást az állapotvektor és a bemeneti vektor

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & V \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{V}{f} \end{bmatrix} \quad (3)$$

alakú lesz, míg a rendszerbe a kormányzógön keresztül avatkozunk be, azaz  $\mathbf{u} = \delta_s$ .

### 3. POZÍCIÓSZABÁLYOZÁS ÁLLAPOTVISSZACSATOLÁSSAL

A fenti triviális egyensúlyi helyzet stabilizálásához a kormányzögöt a jármű oldalirányú pozíciójának és szög-helyzetének visszacsatolásával állítjuk elő. A szabályozóelemek bevezetésével azonban megjelenik a rendszerben az időkéésés, és a lineáris rendszeregyenlet a következő alakúra módosul:  $\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t - \tau)$ . A  $\tau$ -val jelölt időkéésés tartalmazza többek között a szenzorok késését, az adatfeldolgozáshoz és szabályozáshoz szükséges számítási időt, valamint a kormánymű tehetetlenségéből adódó késleltetést. Ezzel a kormányzög a következő formában áll elő:

$$\delta_s(t) = \mathbf{K}\mathbf{x}(t - \tau) = -P_y y(t - \tau) - P_\psi \psi(t - \tau), \quad (4)$$

ahol  $\mathbf{K} = [-P_y \ -P_\psi]$  tartalmazza a szabályozó erősítési tényezőit. Az összehasonlítások során erre a szabályozási módszerre PP szabályozóként fogunk hivatkozni.

Az  $\mathbf{x}(t) = \mathbf{C}e^{\lambda t}$  ( $\mathbf{C} \in \mathbb{C}^2$ ,  $\lambda \in \mathbb{C}$ ) exponenciális próbafüggvény behelyettesítésével a rendszer karakterisztikus egyenlete a következő alakú:

$$D(\lambda) := \det(\lambda \mathbf{I} - \mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{K}e^{-\lambda\tau}) \equiv \lambda^2 + \frac{P_\psi V e^{-\lambda\tau}}{f} \lambda + \frac{P_y V^2 e^{-\lambda\tau}}{f} = 0. \quad (5)$$

Időkéésés nélküli esetben ( $\tau = 0$ ) a stabilitás ellenőrzéséhez elegendő a polinom alakúra egyszerűsödő karakterisztikus egyenlet gyütthatóit vizsgálni. Az aszimptotikus stabilitás feltétele, hogy

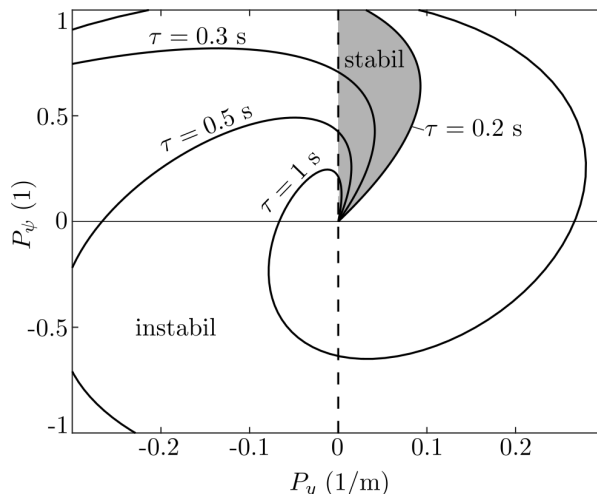
$$\frac{P_\psi V}{f} > 0 \quad \text{és} \quad \frac{P_y V^2}{f} > 0. \quad (6)$$

Figyelembe véve, hogy a tengelytáv  $f$  minden esetben pozitív, a fenti kritérium a következő alakra hozható:

$$P_y > 0 \text{ és } P_\psi > 0, \text{ ha } V > 0; \quad (7)$$

$$P_y > 0 \text{ és } P_\psi < 0, \text{ ha } V < 0. \quad (8)$$

Tehát a  $(P_y, P_\psi)$  paraméter síkon előremenetben az első síknegyed, míg hátramenetben a negyedik síknegyed lesz a stabil tartomány. A karakterisztikus egyenletbe  $\lambda = 0$ -át helyettesítve belátható, hogy a statikus stabilitásvesztés határa a  $P_y = 0$  egyenes.



2. ábra. A PP szabályozó stabilitási térképe különböző mértékű időkéésés esetén ( $f = 2.7$  m,  $V = 20$  m/s).

Késleltetett esetben a karakterisztikus egyenlet  $\lambda$ -ra nézve transzcendens és végtelen számú megoldással rendelkezik. Ekkor a stabilitásvizsgálatot a D-szeparáció alapján végezhetjük el [5]. A statikus stabilitásvesztés határa a késleltetés nélküli esethez hasonlóan  $D(\lambda = 0) = P_y V^2 / f = 0$ , míg a dinamikus stabilitási határ mentén a  $\lambda = \pm i\omega$  behelyettesítéssel (ahol  $\omega \in \mathbb{R}^+$  a kialakuló rezgés körfrekvenciája) a karakterisztikus egyenlet az alábbi módon bontható szét valós és képzetes részre:

$$\text{Re: } \frac{P_y V^2 \cos(\omega\tau) + P_\psi V \omega \sin(\omega\tau) - f\omega^2}{f} = 0, \quad (9)$$

$$\text{Im: } \frac{V(P_\psi \omega \cos(\omega\tau) - P_y V \sin(\omega\tau))}{f} = 0. \quad (10)$$

Ebből kifejezhető a D-görbék paraméteres egyenlete a  $(P_y, P_\psi)$  síkon:

$$P_y(\omega) = \frac{f\omega^2}{V^2} \cos(\omega\tau), \quad P_\psi(\omega) = \frac{f\omega}{V} \sin(\omega\tau). \quad (11)$$

A stabilitási határ a 2. ábrán látható különböző nagyságú időkéésés esetére. A szürkével színezett terület  $\tau = 0.2$  s időkéésés esetére mutatja a stabil tartományt.

#### 4. PREDIKCIÓ ALAPÚ SZABÁLYOZÁS

Prediktív szabályozás esetén a késleltetett jelből először előállítunk egy  $y_p(t)$  és  $\psi_p(t)$  predikciót a pillanatnyi állapotról, majd ezek alapján határozzuk meg a kormányzójeget:

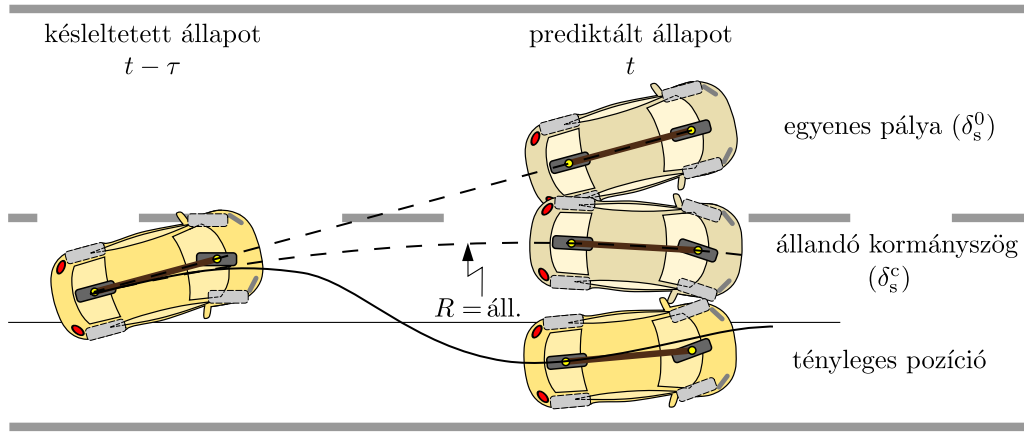
$$\delta_s(t) = -P_y y_p(t) - P_\psi \psi_p(t). \quad (12)$$

A következőkben két eljárást hasonlítunk össze a prediktált értékek előállítására (lásd 3. ábra).

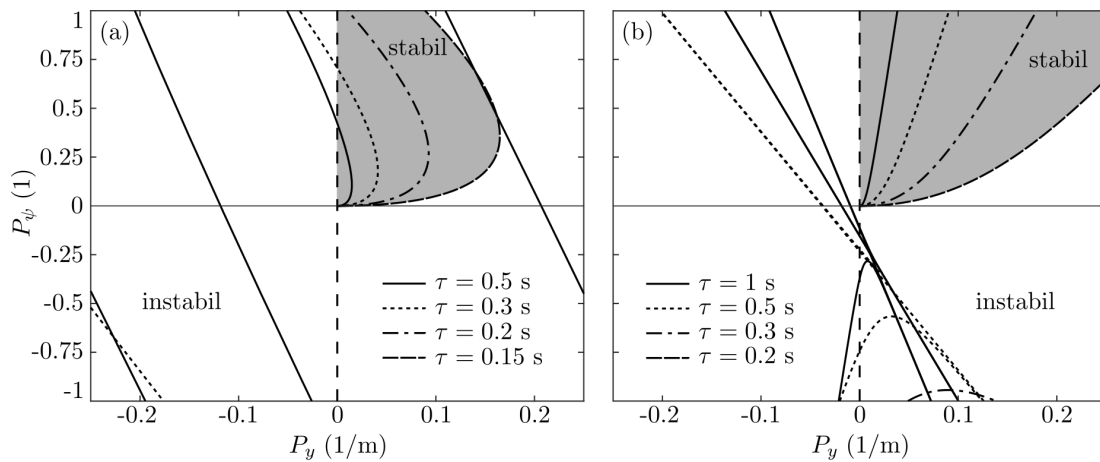
**4.1. Predikció egyenesvonalú mozgást feltételezve** Az egyszerűbb predikciós modell esetén feltételezzük, hogy a jármű az időkéésés ideje alatt egyenes vonalú egyenletes mozgást végzett (azaz  $\delta_s(t) \equiv 0$ ). Ez alapján a késleltetett jelből az alábbi (linearizált) prediktált értékek határozhatók meg a jármű pozíciójára:

$$y_p(t) = y(t - \tau) + \tilde{V} \tilde{\tau} \psi(t - \tau), \quad \psi_p(t) = \psi(t - \tau). \quad (13)$$

ahol hullámmal a szabályozóban alkalmazott modell paramétereit különböztetjük meg a tényleges értékektől. Ez alapvetően megegyezik az egyszerű állapotvisszacsatolással abból a szempontból, hogy a beavatkozó jel az



3. ábra. A jármű pillanatnyi helyzetének predikciója.



4. ábra. Az időkéésés ideje alatt egyenesvonalú haladást (a), illetve állandó kormányaszöget (b) feltételező prediktív szabályozások stabilitási térképe ( $f = \tilde{f} = 2.7 \text{ m}$ ,  $V = \tilde{V} = 20 \text{ m/s}$  and  $\tau = \tilde{\tau}$ ).

$y(t - \tau)$  és  $\psi(t - \tau)$  állapotok lineáris kombinációjaként áll elő. A predikció eredményeképpen viszont  $\psi(t - \tau)$  tényleges erősítési tényezője így  $P_\psi$  helyett  $P_\psi + P_y \tilde{V} \tilde{\tau}$ . Ezt a szabályozási megoldást  $\delta_s^0$ -val fogjuk jelölni.

A szabályozóegyenletet behelyettesítve a jármű mozgásegyenleteibe, a karakterisztikus egyenletre

$$D(\lambda) = \lambda^2 + \frac{V(P_y \tilde{\tau} \tilde{V} + P_\psi)}{f} \lambda e^{-\lambda \tau} + \frac{P_y V^2}{f} e^{-\lambda \tau} = 0 \quad (14)$$

adódik. Ebből a D-görbék egyenletei

$$P_y(\omega) = \frac{f \omega^2}{V^2} \cos(\omega \tau), \quad (15)$$

$$P_\psi(\omega) = \frac{f \omega}{V^2} \left( V \sin(\omega \tau) - \tilde{\tau} \tilde{V} \omega \cos(\omega \tau) \right),$$

valamint a statikus stabilitásvesztés határa ismét  $P_y = 0$ . A stabilitási térkép a 4. (a) ábrán látható.

**4.2. Predikció állandó sugarú köríven haladást feltételezve** A második predikciós modell esetén a pillanatnyi állapot meghatározásakor feltételezzük, hogy az időkéésés alatt nem változik a kormányaszög. Ehhez a linearizált mozgásegyenlet megoldását használjuk fel,  $\delta_s$ -t konstans paraméterként kezelve. A késleltetett állapotokat kezdeti

	PP	$\delta_s^0$	$\delta_s^c$
$P_y$ (1/m)	0.0022	0.0022	0.0038
$P_\psi$ (1)	0.1250	0.1030	0.1783

1. táblázat. A szimulációk során alkalmazott erősítési tényezők

feltételként kezelve a megoldás  $\tilde{\tau}$  időpontbeli értéke:

$$y_p(t) = y(t - \tau) + \tilde{\tau}\tilde{V} \left( \psi(t - \tau) + \frac{\tilde{V}}{2\tilde{f}}\tilde{\tau}\delta_s \right), \quad (16)$$

$$\psi_p(t) = \psi(t - \tau) + \frac{\tilde{V}}{\tilde{f}}\tilde{\tau}\delta_s.$$

Ezt behelyettesítve a (12) egyenletbe, az megoldható a kormányzógre:

$$\delta_s(t) = -\frac{2\tilde{f} \left( (P_y\tilde{\tau}\tilde{V} + P_\psi)\psi(t - \tau) + P_y y(t - \tau) \right)}{2\tilde{f} + \tilde{\tau}\tilde{V}(P_y\tilde{\tau}\tilde{V} + 2P_\psi)}. \quad (17)$$

A kapott egyenlet, a korábbi esethez hasonlóan, a késleltetett állapotok lineáris kombinációja. Erre a szabályozóra a továbbiakban  $\delta_s^c$ -ként fogunk hivatkozni. A karakterisztikus egyenlet ebben az esetben

$$D(\lambda) = \lambda^2 + \frac{2\tilde{f}V(P_y\tilde{\tau}\tilde{V} + P_\psi)}{f(2\tilde{f} + P_y\tilde{\tau}^2\tilde{V}^2 + 2P_\psi\tilde{\tau}\tilde{V})}\lambda e^{-\lambda\tau} + \frac{2\tilde{f}P_yV^2}{f(2\tilde{f} + P_y\tilde{\tau}^2\tilde{V}^2 + 2P_\psi\tilde{\tau}\tilde{V})}e^{-\lambda\tau} = 0, \quad (18)$$

amiből a D-görbék egyenlete

$$P_y(\omega) = A(\omega)\omega \cos(\omega\tau),$$

$$P_\psi(\omega) = A(\omega) \left( V \sin(\omega\tau) - \tilde{\tau}\tilde{V}\omega \cos(\omega\tau) \right), \quad (19)$$

ahol

$$A(\omega) = \frac{2\tilde{f}\tilde{f}\omega}{f\tilde{\tau}\tilde{V}\omega \left( \tilde{\tau}\tilde{V}\omega \cos(\omega\tau) - 2V \sin(\omega\tau) \right) + 2\tilde{f}V^2}. \quad (20)$$

A nyereg-csomó bifurkáció határa ebben az esetben is  $P_y = 0$ . A stabil tartomány a 4. (b) ábrán látható. Nagyobb  $\omega$  körfrekvencia értékeknél a D-görbék többször is keresztezik a vizsgált paramétertartományt, megváltoztatva a pozitív valósrésű gyökök számát az instabil zónában. Mindez azonban nem befolyásolja a számunkra érdekes stabil paramétertartomány alakját és méretét, így az átláthatóság kedvéért a D-görbéket csak  $\omega = 10$  rad/s-ig ábrázoltuk.

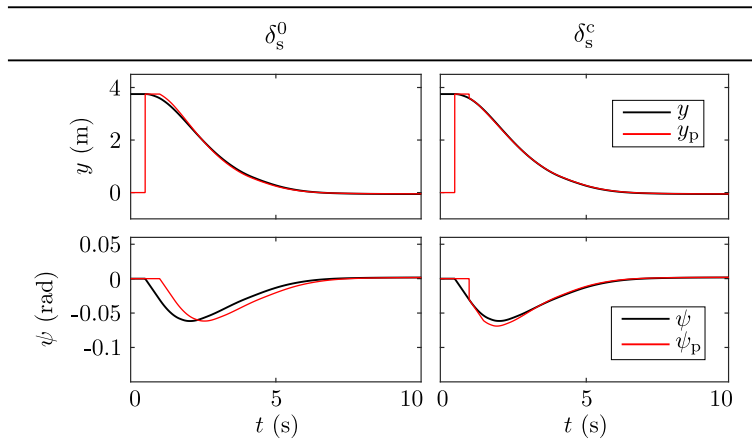
Amennyiben nincsen (feltételezett) időkésés a rendszerben ( $\tilde{\tau} = 0$ ), mindkét predikciós módszer a hagyományos állapotviszacsatolás formájára egyszerűsödik. A fő előnye ezeknek az eljárásoknak, hogy a késleltetés elhanyagolható számítási kapacitás árán vehető figyelembe a szabályozóban. A 4. ábrán látható stabilitási térképek alapján ugyan az egyenes vonalú haladást feltételező predikcióval nem változik jelentősen a stabil tartomány, a  $\delta_s^c$  szabályozó esetén viszont lényegesen nagyobb erősítési tényezők is megengedhetők.

## 5. NUMERIKUS SZIMULÁCIÓK

A szabályozási módszerek hatékonyságát numerikus szimulációk segítségével hasonlítottuk össze. Ehhez a következő paraméterértékeket használtuk:  $f = 2.7$  m,  $V = 20$  m/s és  $\tau = 0.5$  s. A szabályozók erősítési tényezőit szemi-diszkretizáció [5] segítségével állapítottuk meg: a stabil tartományokat pontról pontra kiértékelve a szemi-diszkrét rendszer karakterisztikus multiplikátorai a választott pontban vannak a legközelebb az origóhoz. Az egyes szabályozókhoz tartozó értékek az 5. táblázatban láthatók.

A szimulációkat a nemlineáris egyenletek numerikus megoldásával végeztük el, 0.001 s időlépést alkalmazva. Kezdeti értéként az  $y(0) = 3.75$  m és  $\psi(0) = 0$  pozíciót választottuk, amivel egy sáv váltási manővert modellezhetünk. A  $t \in [-\tau, 0)$  intervallumban  $y$  és  $\psi$  értékét nullának vettük, mivel feltételezzük, hogy a referenciajel megváltozása (azaz a döntés, hogy sávot szeretnénk váltani) csak  $t = 0$ -ban következik be.

Az 5. ábrán láthatók a prediktált és a valós trajektóriák mindkét predikciós eljárás esetére (a feltételezett  $\tilde{V}$  és  $\tilde{\tau}$  értékek pontosak). Mivel a referenciajel  $t = 0$ -ban változik meg, ez az információ a  $t = \tau$  időpillanatban jut csak el a szabályozókhoz. Emiatt a  $t \in [0, \tau)$  intervallumban a szabályozó úgy érzékeli, hogy nincs szükség beavatkozásra, így ez idő alatt a jármű egyenesen halad előre. A kezdeti egyenes vonalú mozgás miatt a következő,



5. ábra. A két prediktív szabályozó prediktált (piros) és tényleges (fekete) trajektóriái.

$t \in [\tau, 2\tau)$  intervallumban mindkét szabályozó állandó nagyságú kormányzójelet ad ki, aminek következtében  $\psi$  lineárisan változik.

A  $\delta_s^0$  szabályozó esetén, mivel a predikció során egyenes vonalú mozgást feltételez, jól látható, ahogy a szimuláció teljes ideje alatt a prediktált haladási iránya megegyezik a  $\tau$  idővel korábbi tényleges  $\psi$  értékkel. Emiatt mind  $y_p$ , mind  $\psi_p$  viszonylag lassan konvergál a valós értékhez.

A  $\delta_s^c$  szabályozó viszont állandó nagyságú kormányzójelet feltételez a kérés ideje alatt. Ez a feltételezés a  $t = 2\tau$  időpillanatban igaz, ekkor a prediktálás hibája zérus. Ezután azonban a kormányzójelet folyamatosan kezd el változni, ami miatt  $t = 2\tau$  után a prediktálás ismét hibával terhelt. Ettől függetlenül ez a predikációs módszer kellően jó ahhoz, hogy a szimuláció hátralevő részében  $y$  szempontjából elhanyagolható nagyságú predikációs hiba keletkezzen, és  $\psi_p$  is jelentősen gyorsabban konvergál, mint a  $\delta_s^0$  szabályozó esetén.

Érdeemes megjegyezni, hogy a mechanikai modellünk nem tartalmazza a kormányzójelet dinamikáját, így a szabályozó által kiadott beavatkozó jel azonnal megjelenik a kerekeknél. Emiatt (és a mozgásegyenletet ki nem elégítő kezdeti feltétel következtében) láthatóan egy törés jelenik meg a trajektóriákban a  $t = \tau$  időpillanatban, hiszen itt a kormányzott kerék zérus idő alatt vált kormányzójelet.

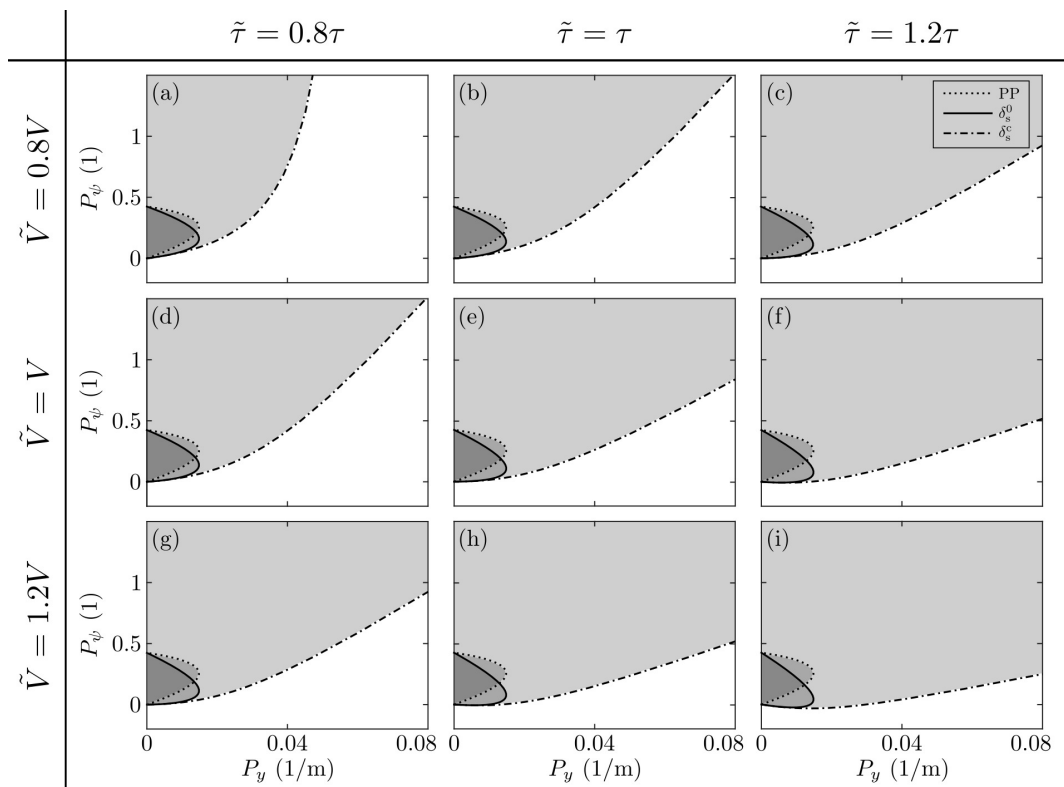
A prediktív módszerek esetében a visszacsatolás erősítési tényezői a prediktív modellben szereplő paraméterek függvényeként állnak elő. Így ezen paraméterek pontatlansága befolyásolja a rendszerválaszt és akár stabilitásvesztéshez is vezethet. A 6. ábrán a három vizsgált szabályozó stabilitási térképei láthatók a feltételezett járműsebesség és időkéésés  $-20\%$ ,  $0\%$  és  $+20\%$ -os hibája esetén. A  $\delta_s^c$  szabályozó kapcsán a tengelytávról feltételezzük, hogy pontosan ismert ( $\tilde{f} = f$ ). A PP szabályozó ugyan nem tartalmaz prediktív modellt, de az összehasonlítás kedvéért ábrázoltuk a hozzá tartozó stabilitási térképeket is.

A  $\delta_s^0$  szabályozó esetén  $y$  tényleges erősítési tényezője marad  $P_y$  (lásd (13) egyenlet), tehát a predikációs paraméterek ezt nem befolyásolják, a stabil régió nem változik  $P_y$  irányában.  $\psi$  erősítési tényezője azonban már függ  $\tilde{V}$ -től és  $\tilde{\tau}$ -tól. Ezek csökkentésével a tényleges erősítés tart  $P_\psi$ -hez, így a stabil tartomány is a PP szabályozó tartományához tart (lásd (a) eset).  $V$  és  $\tau$  túlbecsülése azonban vezethet stabilitásvesztéshez (amennyiben a  $P_\psi + P_y \tilde{V} \tilde{\tau}$  erősítés túl nagyra nőne), viszont nem túl nagy hiba esetén ezt ellensúlyozza  $P_y$  1-nél jóval kisebb értéke.

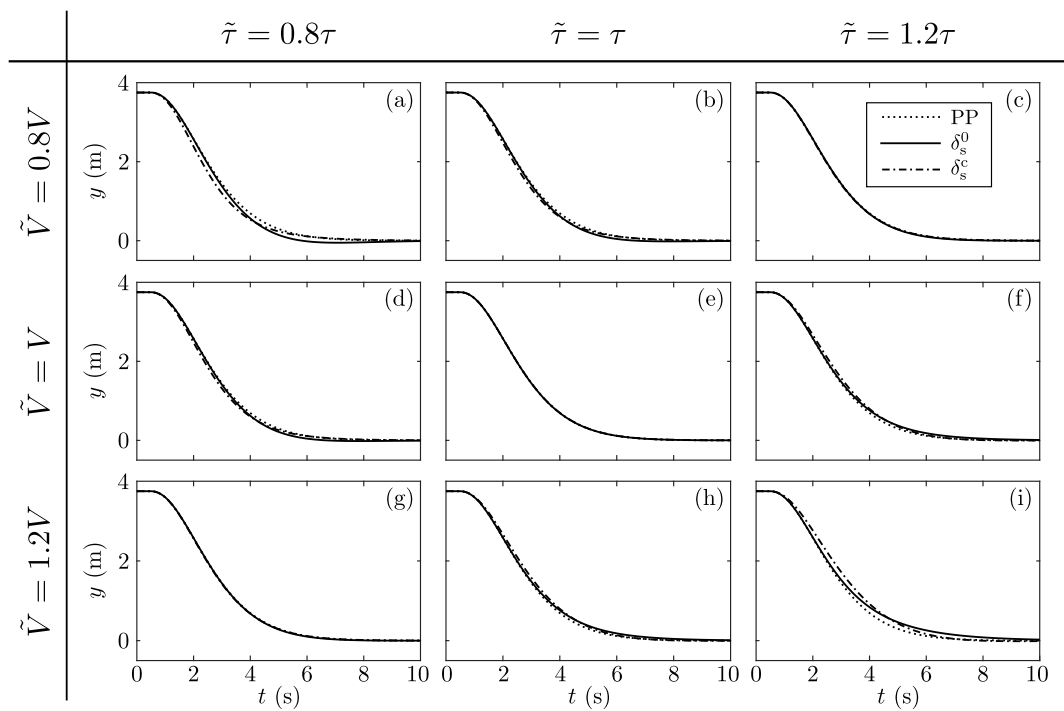
A  $\delta_s^c$  szabályozó esetén  $y$  és  $\psi$  erősítése is függ a predikációs paraméterektől (lásd (17) egyenlet).  $V$  és  $\tau$  alábecsülésével ebben az esetben is a PP szabályozó stabil tartományához tartunk ( $\tilde{V} = 0$  vagy  $\tilde{\tau} = 0$  esetén vissza is kapjuk azt), míg túlbecsülésükkel a tényleges erősítések tartanak a nullához. Utóbbi esetben  $P_y$  és  $P_\psi$  egyre kisebb mértékben befolyásolja a tényleges erősítéseket, így egyre nagyobb tartományból választhatjuk meg őket. A sebesség vagy az időkéésés kellően nagy túlbecsülése kapcsán olyan eset is előfordulhat, hogy a  $(P_y, P_\psi)$  sík mind a négy síknegyedén lesz stabil tartomány. A 4. (b) ábrán látható, a síkot átlós irányban keresztező D-görbéknek ekkor lesz jelentősége.

A 6. ábrán bemutatott kilenc esetnek megfelelő szimulációk időjele a 7. ábrán látható, míg a beállási idő értékek a 5. táblázatban vannak felsorolva. A beállási időnek azt a legkisebb  $t^*$  időpontot választottuk, amely időpont után a jármű laterális pozíciója a kezdeti feltételben megadott érték  $2\%$ -ánál abszolút értékben kisebb, azaz  $\forall t > t^* |y(t)| < 0.02 |y(0)|$ .

Mivel mind a  $\delta_s^0$ , mind a  $\delta_s^c$  szabályozó lényegében megegyezik az egyszerű állapotvisszacsatolással (a predikció következtében csak az erősítési tényezők skálázódnak át), ideális esetben (e) mindhárom szabályozó válasza



6. ábra. A három vizsgált szabályzó stabil tartományai a feltételezett járműsebesség, illetve időkéésés különböző mértékű hibája esetén ( $f = 2.7$  m,  $V = 20$  m/s,  $\tau = 0.5$  s).



7. ábra. Numerikus szimulációk eredménye a járműsebesség, illetve időkéésés különböző mértékű hibája esetén ( $f = 2.7$  m,  $V = 20$  m/s,  $\tau = 0.5$  s).

	Beállási idő (s)			Normált beállási idő (-)		
	PP	$\delta_s^0$	$\delta_s^c$	PP	$\delta_s^0$	$\delta_s^c$
(a)	6.428	5.309	6.517	1	0.826	1.014
(b)	6.428	5.726	6.457	1	0.891	1.005
(c)	6.428	6.272	6.447	1	0.976	1.003
(d)	6.428	5.726	6.457	1	0.891	1.005
(e)	6.428	6.428	6.452	1	1.000	1.004
(f)	6.428	7.250	6.517	1	1.128	1.014
(g)	6.428	6.272	6.447	1	0.976	1.003
(h)	6.428	7.250	6.517	1	1.128	1.014
(i)	6.428	8.153	6.657	1	1.268	1.036
Átlag	6.428	6.487	6.496	1	1.009	1.011
Szórás	0	0.855	0.064	0	0.133	0.010

2. táblázat. A numerikus szimulációk beállási ideje másodpercben, valamint a PP szabályozó beállási ideje szerint normálva.

megegyezik (apró eltérések adódhatnak a  $P_y$  és  $P_\psi$  értékek kerekítéséből). Lényeges különbség a trajektóriák között csak az (a) és (i) esetekben figyelhető meg, amikor mind az időkésés, mind a sebesség hibája azonos módon hat az időkésés alatt megtett út becslésére. Azokban az esetekben, amikor ezt a távolságot alábecsüljük ((a)-(d), valamint (g)), a  $\delta_s^0$  controller bizonyul a leggyorsabbnak, míg az állandó kormányzóget feltételező prediktálás kis mértékben ront az egyszerű PP szabályozó teljesítményén. Az (f), (h) és (i) esetekben, amikor a késés ideje alatt megtett utat túlbecsüljük, a sima állapotvisszacsatolás jobb eredményt ér el mindkét prediktív megoldásnál.

Azt azonban fontos megjegyezni, hogy a beállási idő értéke függ attól, hogy mekkorának választjuk meg a beállásnak megfelelő egyensúlyi állapot körüli sávot. Megfelelően szűk határokat választva egyik szabályozó sem érhetne el jobb eredményt, mint az egyszerű állapotvisszacsatolás. Gyakorlati szempontból viszont már az általunk megkívánt 2%-os határ is viszonylag szigorú, és ennél (ahogy az a táblázatban is látszik) előfordulhat, hogy némely paraméterkombináció javít az elméleti optimum értékén. Az is látszik, hogy a  $\delta_s^0$  szabályozó esetén nagyobb szórást figyelhetünk meg a beállási idő kapcsán, a  $\delta_s^c$  szabályozó jóval kevésbé érzékeny  $\tilde{\tau}$  és  $\tilde{V}$  hibájára.

## 6. ÖSSZEFOGLALÁS

A vizsgált predikciós módszerekkel az időkésés elhanyagolható számítási kapacitás árán vehető figyelembe a szabályozás során. A prediktív modellek jellegéből adódóan ugyan dinamikailag nincs különbség a hagyományos állapotvisszacsatolás és a prediktív módszerek között, azonban a predikció hatására a késleltetett jelek tényleges erősítési tényezői átskálázódnak, ami befolyásolja a szabályozó paraméterek stabilitási térképeit. Megmutattuk, hogy a predikció pontosságát javítja, ha egyenes vonalú mozgás ( $\delta_s^0$ ) helyett állandó sugarú köríven való haladást ( $\delta_s^c$ ) tételezünk fel az időkésés ideje alatt. Ezenfelül a  $\delta_s^c$  szabályozó stabil tartományai jóval nagyobbak, mint a másik két vizsgált megoldásé, így kevésbé érzékeny a szabályozó paraméterek pontos beállítására. A prediktív modell paraméterhibáival szemben is robusztusabb a  $\delta_s^c$  szabályozó, numerikus szimulációk alapján jóval kisebb a beállási idő szórása különböző típusú hibák mellett, mint a  $\delta_s^0$  szabályozó esetén. Összességében, amennyiben az elérhető számítási kapacitás nem elegendő hagyományos prediktor alapú szabályozás (Smith-prediktor, véges spektrum hozzárendelés, stb.) alkalmazásához, a bemutatott megoldások jó alternatívái lehetnek az egyszerű állapotvisszacsatolásnak.

**Köszönetnyilvánítás:** A szerzők köszönetüket fejezik ki az NKFI-128422 keretében kapott támogatásért. A tanulmány alapjául szolgáló kutatást az Emberi Erőforrások Minisztériuma által meghirdetett Felsőoktatási Intézményi Kiválósági Program támogatta, a Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem Mesterséges intelligencia (BME FIKP-MI) tématerületi programja keretében.

## HIVATKOZÁSOK

- [1] N. H. AMER, H. ZAMZURI, K. HUDHA, Z. A. KADIR: Modelling and control strategies in path tracking control for autonomous ground vehicles: a review of state of the art and challenges. *Journal of Intelligent & Robotic Systems* 86(2):225-254, 2017.
- [2] Q. LIU, Y. LIU, C. LIU, B. CHEN, W. ZHANG, L. LI, X. JI: Hierarchical lateral control scheme for autonomous vehicle with uneven time delays induced by vision sensors. *Sensors* 18(8):2544, 2018.



- [3] G. HEREDIA, A. OLLERO: Stability of autonomous vehicle path tracking with pure delays in the control loop. *Advanced Robotics* 21(1-2):23-50, 2007.
- [4] Y. WANG, B. M. NGUYEN, H. FUJIMOTO, Y. HORI: Vision-based integrated lateral control system for electric vehicles considering multi-rate and measurable uneven time delay issues. *2013 IEEE International Symposium on Industrial Electronics* 1-6, 2013.
- [5] T. INSPERGER, G. STÉPÁN: *Semi-Discretization for Time-Delay Systems*. Springer, 2011.