

3. Feladat

Egy rugalmas test egy pontjában ismét a feszültség-tenzor mátrixa:

$$\underline{\underline{\sigma}}_{(x,y,z)} = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 0 & 60 & -10 \\ 0 & -10 & 30 \end{bmatrix} \text{ MPa}$$

Határozzuk meg a főfeszültségeket és az 1-es főfeszültséghez tartozó főirányt!

Sajátérték, sajátvektor számítás

$$(\underline{\underline{\sigma}} - \lambda \underline{\underline{E}}) \underline{e} = \underline{0} \rightarrow \det(\underline{\underline{\sigma}} - \lambda \underline{\underline{E}}) = 0$$

• Invariánsokból:

$$\lambda^3 - \sigma_I \lambda^2 + \sigma_{II} \lambda - \sigma_{III} = 0$$

$$\sigma_I = -2 + 60 + 30 = 88 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{II} = \begin{vmatrix} -2 & 0 \\ 0 & 60 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} -2 & 0 \\ 0 & 30 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 60 & -10 \\ -10 & 30 \end{vmatrix} = -120 - 60 + 1800 - 100 = 1520$$

$$\sigma_{III} = \det \underline{\underline{\sigma}} = -2 \begin{vmatrix} 60 & -10 \\ -10 & 30 \end{vmatrix} = -3400$$

$$\hookrightarrow \lambda^3 - 88 \lambda^2 + 1520 \lambda + 3400 = 0$$

\hookrightarrow kézzel megoldott és mekét (Cardano formula)
HONKAP!

• Növekedés

$$\begin{vmatrix} -2-\lambda & 0 & 0 \\ 0 & 60-\lambda & -10 \\ 0 & -10 & 30-\lambda \end{vmatrix} = (-2-\lambda) [(60-\lambda)(30-\lambda) - 100] =$$

$$= (-2-\lambda) (1800 - 90\lambda + \lambda^2 - 100) =$$

$$= (-2-\lambda) (\lambda^2 - 90\lambda + 1700)$$

$$\lambda_1 = \underline{\underline{-2 \text{ MPa}}}$$

$$\lambda_{2/3} = \frac{90 \pm \sqrt{8100 - 6800}}{2} \begin{cases} \underline{\underline{63,027 \text{ MPa}}} \\ \underline{\underline{26,972 \text{ MPa}}} \end{cases}$$

