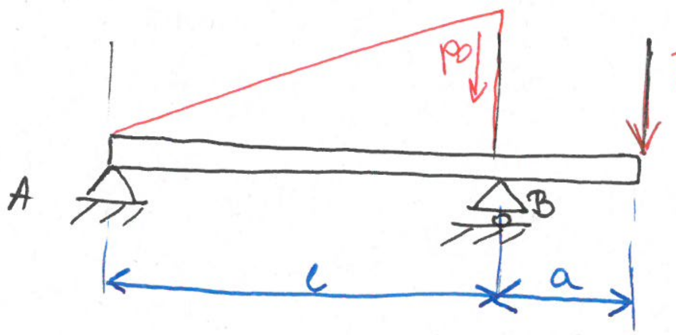
1. feladat

Ellenőrizzük az alábbi körkeresztmetszetű tartót hajlításra és rajzoljuk meg a veszélyes keresztmetszetben a feszültségeloszlást!



Adatok

$\ell = 0{,}9\ m$

$a = 0{,}3\ m$

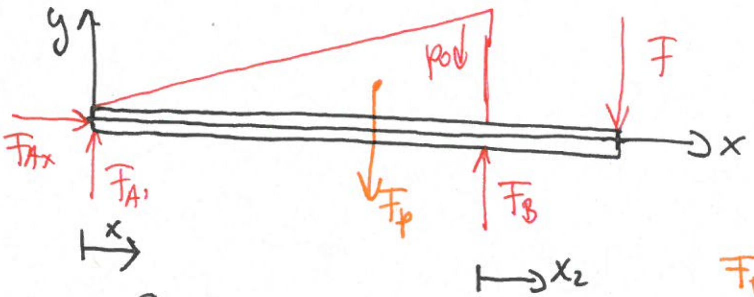
$p_0 = 4\ kN/m$

$F = 1\ kN$

$d = 40\ mm$

$\sigma_{meg} = 100\ MPa$

1) Reakcióerők



Egyensúlyi egyenletek

- $\sum F_x = 0$ $\boxed{F_{Ax} = 0\ N}$
- $\sum F_y = 0$: $F_A + F_B - F - \underbrace{\frac{p_0 \cdot \ell}{2}}_{F_p} = 0$

- $\sum M_A = 0$: $F_B \cdot \ell - F(a+\ell) - \overbrace{\frac{p_0 \cdot \ell}{2}}^{F_p} \cdot \frac{2}{3}\ell = 0$

$$F_B = \frac{\frac{p_0 \ell^2}{3} + F(a+\ell)}{\ell} = 2{,}53\dot{3}\ kN \approx \underline{\underline{2{,}53\ kN}}$$

$$F_A = \frac{p_0 \ell}{2} + F - F_B = 0{,}27\ kN$$

itt is kerekített érték lesz

Igénybevételi függvények: Két részre osztjuk a rudat!

- $p_1(x) = -\frac{p_0}{\ell} \cdot x$; $p_2(x) = 0$ $\quad \uparrow\boxed{+}\downarrow$

- $V'(x) = p(x) \rightarrow V(x) = \int p(x)\,dx + V_0$

$$V_1(x) = \int p_1(x)\,dx + V_A = \int -\frac{p_0}{\ell} x\,dx + F_A = -\frac{p_0}{\ell}\frac{x^2}{2} + F_A$$

$$V_2(x_2) = \int p_2(x_2)\,dx + V_{B+} = \int 0\,dx + V_{B+} = -\frac{p_0}{\ell}\cdot\frac{\ell^2}{2} + F_A + F_B = \underline{\underline{F}}$$

Numerikusan:

$$V_1(x) = 0{,}27 - 2{,}22x^2$$
$$V_1(\ell) = -1{,}53 \text{ kN}$$
$$V_2(\ell) = 1 \text{ kN}$$
$$V_2(x) = 1 \text{ kN}$$

zérushelye

$$V_1(x_0) = 0$$
$$0{,}27 - 2{,}22x_0^2 = 0$$
$$x_0 = \pm\sqrt{\frac{0{,}27}{2{,}22}} = \pm 0{,}346$$
$$x_0 \approx 0{,}35 \text{ m}$$

- Hajlító nyomaték:

$$M_h' = -V(x) \Longrightarrow M_h(x) = -\int V(x)\,dx + M_0$$

- $$M_{h1}(x) = -\int V_1(x)\,dx + M_A^{=0} = \frac{p_0}{\ell}\cdot\frac{x^3}{6} - F_A\cdot x = -0{,}27x + \frac{2{,}22}{3}x^3 \text{ kNm}$$

$$M_h(\ell) = 0{,}296 \approx 0{,}3 \text{ kNm}$$

- $$M_{h2}(x_2) = -\int V_2(x_2)\,dx + \underset{M_h(\ell)}{M_B} = -\int F\,dx_2 + M_B = -F\cdot x_2 + M_h(\ell)$$

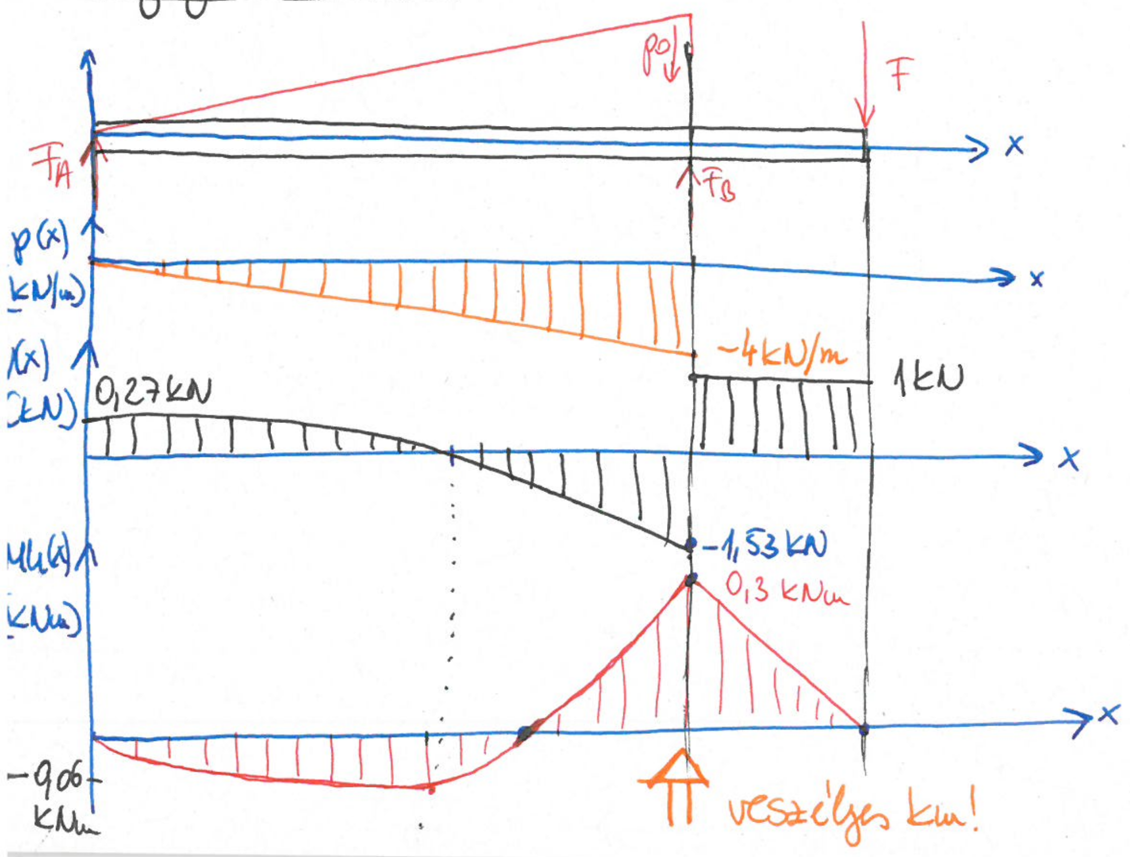
$$M_{h2} = -x_2 + 0{,}3 \text{ kNm}$$

$$M_{h1}(x_0) = -0{,}063 \text{ kNm}$$

zérushely: $M_h(x_1) = 0$

$$-0{,}27x_1 + \frac{2{,}22x_1^3}{3} = 0 \rightarrow x_1 = \sqrt[3]{\frac{0{,}27\cdot 3}{2{,}22}} = 0{,}6 \text{ m}$$

Az igénybevételi ábrák

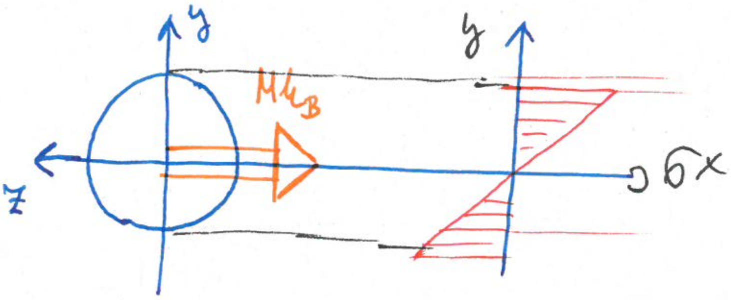


Veszélyes km: „B"

$M_{h_B} = 0,3\ kNm$

$V_B = -1,53\ kN$

$\sigma_B = \dfrac{M_{h_B}}{I_z}\cdot y \;\rightarrow\; I_z = \dfrac{d^4\pi}{64} = 1,256\cdot 10^{-7}\ m^4$



$\sigma_{x\,max} = \dfrac{M_{h_B}}{\frac{d^4\pi}{64}}\cdot\dfrac{d}{2} = \boxed{44,7\ MPa < \sigma_{meg}}$

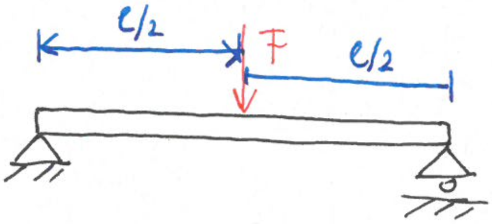
szélső szálban! megfelel!

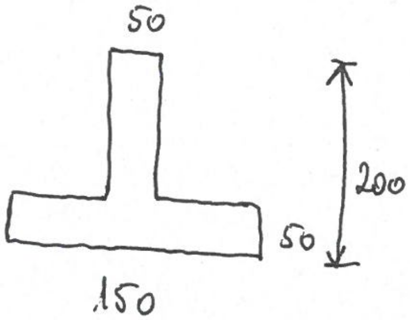
$\dfrac{\frac{d^4\pi}{64}}{\frac{d}{2}} = \dfrac{d^4\pi}{64}\cdot\dfrac{2}{d} = \boxed{\dfrac{d^3\pi}{32} = K_z}$

kör esetén a km.-i tényező

4. feladat

A vázolt rúd anyagára különböző a rugalmassági határ húzásra és nyomásra. Határozzuk meg a rúdban ébredő maximális húzó és nyomófeszültséget, valamint a biztonsági tényezőt!





Adatok:

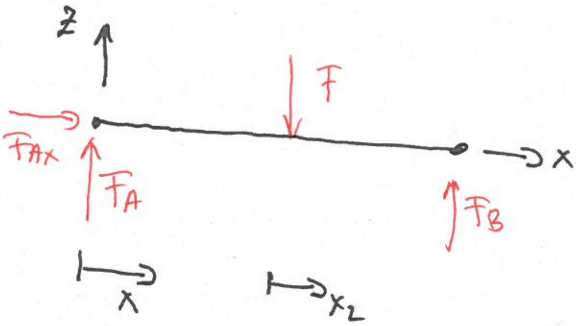
$l = 3,6\ (m)$

$F = 8\ kN$

$\sigma_F^{Húzás} = 30\ MPa$

$\sigma_F^{nyomás} = -60\ MPa$

1) Reakciók



Egyensúlyi egyenletek!

$\sum F_x = 0 \Rightarrow \boxed{F_{Ax} = 0}$

$\sum F_y = 0 \Rightarrow F_A + F_B - F = 0$

$\sum M_A = 0 \Rightarrow -F \cdot \frac{l}{2} + F_B \cdot l = 0$

$\hookrightarrow F_B = \frac{F \cdot l}{2} \cdot \frac{1}{l} = \frac{F}{2} = 4kN$

$\hookrightarrow F_A = \frac{F}{2} = 4kN$

2) Igénybevételek

$V_1(x) = F_A$

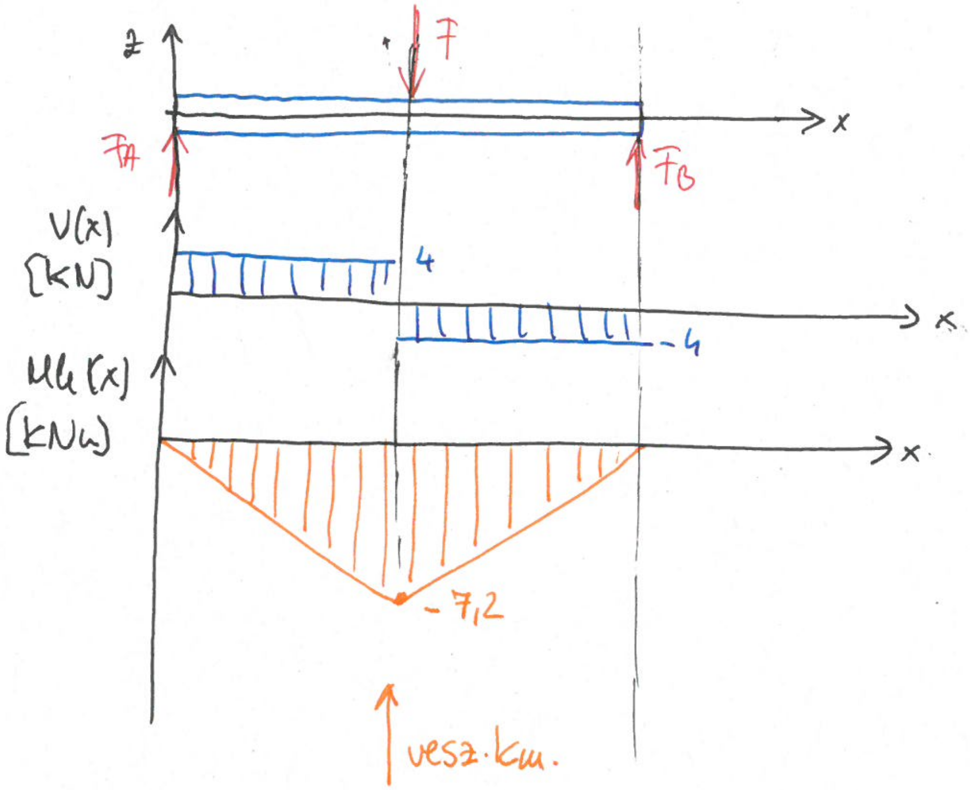
$V_2(x_2) = F_A - F = -F_B$

$M_{h1}(x) = -\int V_1(x)\,dx + \overset{=0}{M_A} = -F_A \cdot x$

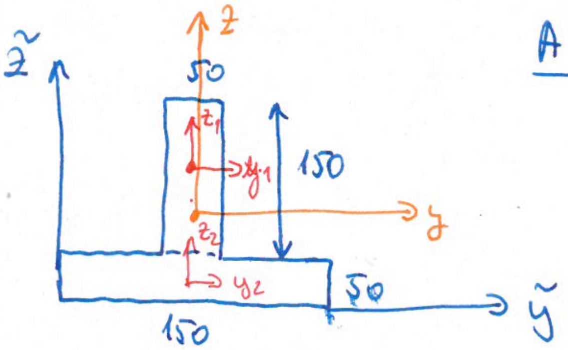
$M_{h1}\left(\frac{l}{2}\right) = -F_A \cdot \frac{l}{2} = -7,2\ kNm$

$M_{h2}(x_2) = -\int V_2(x_2)\,dx_2 + M_{02} = F_B \cdot x_2 - F_A \cdot \frac{l}{2}$

Igénybevételi ábrák



2) Másodrendű nyomatékok



A súlypont helye $(\tilde{y}, \tilde{z})$ KR-ben

$$S_y = \frac{y_1 A_1 + y_2 A_2}{A_1 + A_2} = \frac{75 \cdot 50 \cdot 150 + 75 \cdot 50 \cdot 150}{50 \cdot 150 + 50 \cdot 150}$$

$$S_y = \underline{\underline{75 \text{ mm}}}$$

$$A_1 = A_2 = 50 \cdot 150 = 7500 \text{ mm}^2 \qquad S_z = \frac{z_1 A_1 + z_2 A_2}{A_1 + A_2} = \frac{125 \cdot 50 \cdot 150 + 25 \cdot 50 \cdot 150}{50 \cdot 150 + 50 \cdot 150} =$$

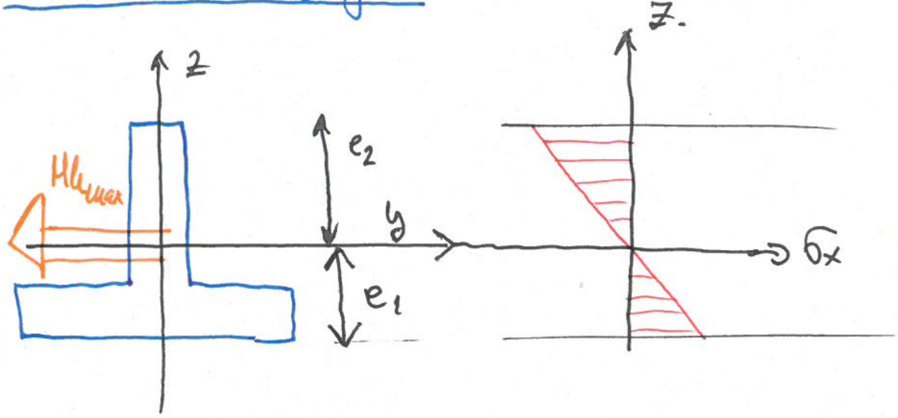
$$S_z = \underline{\underline{75 \text{ mm}}}$$

$$I_y = I_{y1} + (S_z - z_1)^2 A_1 + I_{y2} + (S_z - z_2)^2 A_2$$

$$I_y = \frac{150 \cdot 50^3}{12} + (75-25)^2 \cdot 50 \cdot 150 + \frac{50 \cdot 150^3}{12} + (75-125)^2 \cdot 50 \cdot 150 = 5{,}31 \cdot 10^7 \text{ mm}^4$$

$$I_z = I_{z1} + 0^2 \cdot A_1 + I_{z2} + 0 \cdot A_2 = \frac{50 \cdot 150^3}{12} + \frac{150 \cdot 50^3}{12} = 1{,}56 \cdot 10^7 \text{ mm}^4$$

Maximális húzófeszt



• maximális húzófeszt.: $e_1 = 75\,mm$

$$\sigma_x^H = \frac{M_{hmax}}{I_y}(-e_1) = \underline{\underline{10{,}2\ MPa}}$$

$$\sigma_F^{Húzás} = 30\,MPa$$

$$n = \frac{\sigma_F^{Húzás}}{\sigma_x^H} = \underline{\underline{2{,}95}}$$

• maximális normálfeszt. nyomásra $e_2 = 125\,mm$

$$\sigma_x^{Ny} = \frac{M_{hmax}}{I_y} \cdot e_2 = \underline{\underline{-17\ MPa}}$$

$$\hookrightarrow \sigma_F^{Nyom} = 60\,MPa$$

$$n = \frac{|\sigma_F^{Nyom}|}{|\sigma_{Bx}^{Nyom}|} = \underline{\underline{3{,}54}}$$

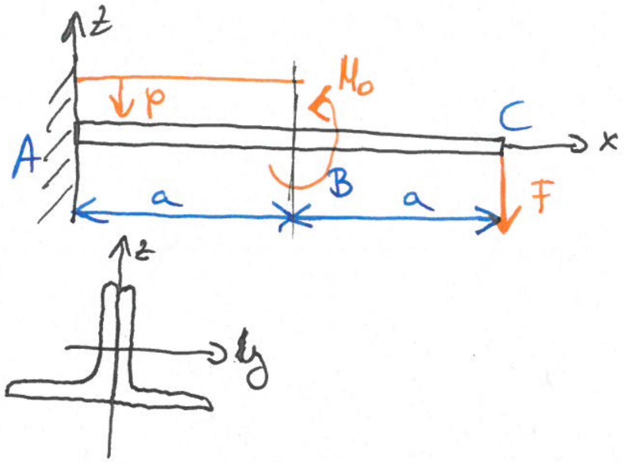
A teljes szerkezet biztonsági tényezője a két tényező közül a kisebb

$\Downarrow$

$\underline{\underline{n = 2{,}95}}$

5. feladat

Méretezzük a vázolt rudat, amely két egyenlőszárú L-acélból készült!



Adatok:

$M_0 = 2\ \text{kNm}$

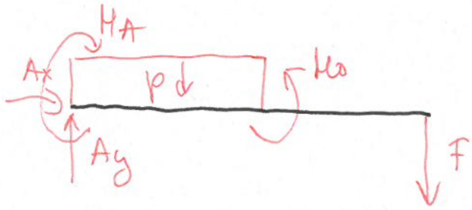
$p = 500\ \text{N/m}$

$F = 1\ \text{kN}$

$a = 1\ \text{m}$

$\sigma_{meg} = 150\ \text{MPa}$

1) Reakcióerők



Egyensúlyi egyenletek

$\sum F_x = 0: \quad \boxed{A_x = 0}$

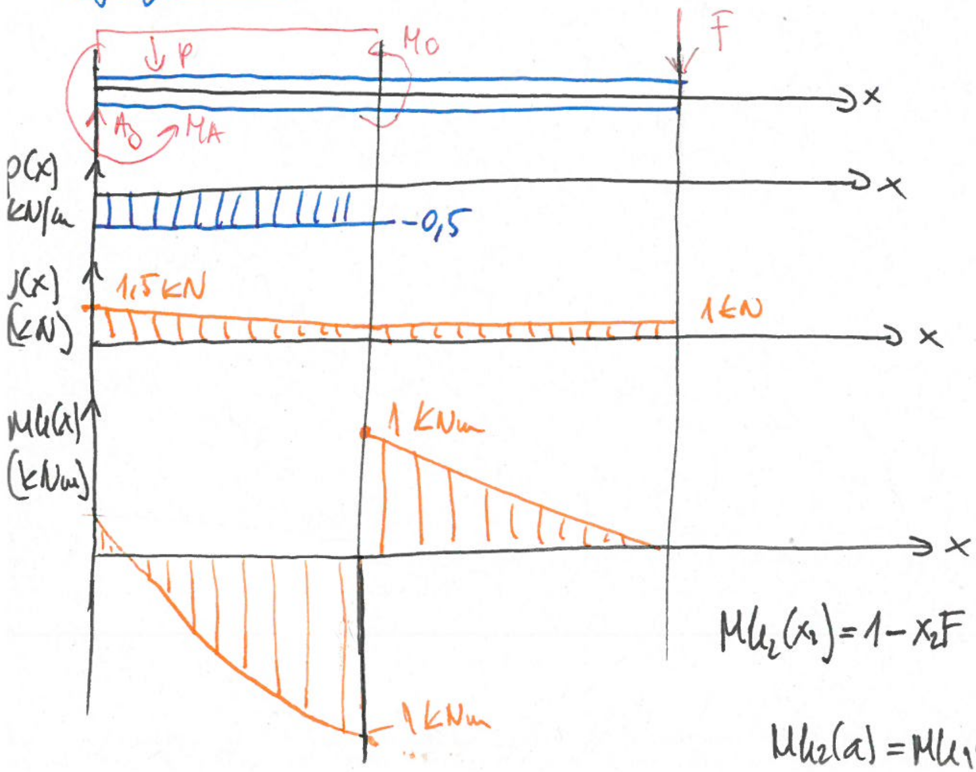
$\sum F_y = 0: \quad A_y - pa - F = 0$

$A_y = F + p \cdot a = \underline{\underline{1{,}5\ \text{kN}}}$

$\sum \overset{\curvearrowleft}{M_A} = 0: \quad -M_A + M_0 - F \cdot 2a - \frac{p \cdot a^2}{2} = 0$

$M_A = M_0 - F \cdot 2a - \frac{pa^2}{2} = \underline{\underline{-0{,}25\ \text{kNm}}}$

Igénybevételek



$p_1(x) = -p$

$p_2(x_2) = 0$

$V_1(x) = \int p_1(x)\,dx + A_y$

$= -px + A_y$

$V_1(a) = 1\ \text{kN}$

$V_2(x_2) = F = 1\ \text{kN}$

$M_{h1}(x) = -\int V_1(x)\,dx + M_A$

$M_{h2}(x_2) = 1 - x_2 F \qquad M_{h1}(x) = \frac{px^2}{2} - A_y x + 0{,}25$

$M_{h1}(a) = \frac{pa^2}{2} - A_y a + 0{,}25 = -1$

$M_{h2}(a) = M_{h1}(a) + M_0 = 1\ \text{kNm}$

Veszélyes km „B"

$Mh_B = \pm 1\ kNm$

$$\sigma_{x\,max} = \frac{Mh_B}{K_y} \longrightarrow K_y = \frac{|Mh_B|}{\sigma_{x\,meg}} = 6666{,}66\ mm^3 = 6{,}66\ cm^3$$

keresztmetszeti tényező

Ez a két L szelvény együtt!

Szelvénytáblázat (lásd hátlap)

mivel 2 L-szelvény van összeillesztve

1db L-szelvény: $K_{y\,min} = 3{,}33\ cm^3$

A táblázatban ($W_x = K_y$) kell

A választott szelvény: 50.50.6

$W_x = 3{,}61\ cm^3$