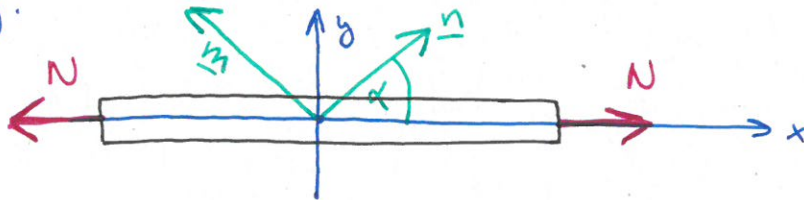


Feszülégi állapot, főfeszülégek

Példatár 4.1

1. feladat

Egy  $50 \times 75$  mm-es, állandó keresztmetszetű nyíró két végét  $500$  kN-ös terheléssel terheli. Mekkora a nyíróban előforduló maximális csúsztatófeszültség?



$$N = 500 \text{ kN}$$

$$A = 50 \cdot 75 = 3750 \text{ mm}^2$$

↳ Mivel megadva milyen koordináta-rendszerben kell mérni

↓ adjuk meg ezért egy  $\underline{n}$  normálvektort

$$\underline{n} = \begin{pmatrix} \cos \alpha \\ \sin \alpha \\ 0 \end{pmatrix}$$

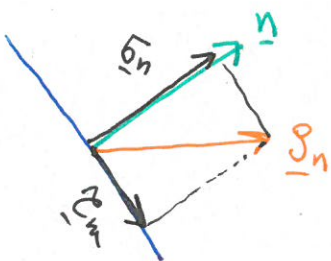
(egységvektor)

(kihátrálnáljuk, hogy síkfeladatot)

A feszültségi tenzor mátrixa

$$\underline{\underline{\sigma}}_{(x,y,z)} = \begin{pmatrix} \sigma_x & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{N}{A} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 133,33 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \text{ MPa}$$

Az  $\underline{n}$  normálisú sík fesz. vektora:  $\underline{s}_n = \underline{\underline{\sigma}} \cdot \underline{n} = \begin{pmatrix} \sigma_x \cos \alpha \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$



$$\sigma_n = \underline{s}_n \cdot \underline{n} = \sigma_x \cos^2 \alpha$$

Teljes  $\underline{\underline{\sigma}}_n$  vektor:  $\underline{\underline{\sigma}}_n = \underline{\underline{\sigma}} \cdot \underline{n} = \begin{pmatrix} \sigma_x \cos^2 \alpha \\ \sigma_x \cos^2 \alpha \sin \alpha \\ 0 \end{pmatrix}$

Mivel:  $\underline{s}_n = \underline{\tau}_n + \underline{\sigma}_n$

$$\hookrightarrow \underline{\tau}_n = \underline{s}_n - \underline{\sigma}_n = \begin{pmatrix} \sigma_x \cos \alpha \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \sigma_x \cos^3 \alpha \\ \sigma_x \cos^2 \alpha \sin \alpha \\ 0 \end{pmatrix} = \sigma_x \cos \alpha \begin{pmatrix} 1 - \cos^2 \alpha \\ -\cos \alpha \sin \alpha \\ 0 \end{pmatrix}$$

$\underline{\varepsilon}$  vektor hossza (nagysága)

$$|\underline{\varepsilon}| = \sqrt{\underline{\varepsilon} \cdot \underline{\varepsilon}} = \sqrt{\sigma_x^2 \cos^2 \alpha \sin^2 \alpha (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)} = \underline{\underline{\sigma_x \sin \alpha \cos \alpha}}$$

↓ az  $\alpha$  kiderés, mikor  $\varphi$  értéke lesz ennek maximuma?

$$\begin{aligned} \frac{\partial |\underline{\varepsilon}|}{\partial \varphi} &= 0 \quad \rightarrow \quad \sigma_x (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha) = 0 \\ \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha &= 0 \\ \tan^2 \alpha &= 1 \\ \rightarrow \alpha &= \underline{\underline{\pm 45^\circ}} \end{aligned}$$

↓ Ezt felhasználva:

$$\varepsilon_{\max} = \sigma_x \cdot \sin(45^\circ) \cos(45^\circ) = \frac{\sigma_x}{2} = \underline{\underline{66,67 \text{ MPa}}}$$

Hátsóképp

$$\underline{\underline{\underline{\sigma}}}_{(x,y,z)} = \begin{bmatrix} \sigma_x & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 133,33 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ MPa}$$

Latjuk, hogy mindhárom főfeszítés zero.

$$\sigma_1 = 133,33 \text{ MPa}$$

$$\sigma_2 = \sigma_3 = 0 \text{ MPa}$$

$$\varepsilon_{\max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = \underline{\underline{66,67 \text{ MPa}}}$$

Harmadik úton

Mivel szövegadat

$$\underline{m} = \begin{bmatrix} -\sin \alpha \\ \cos \alpha \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \varepsilon_m = \underline{g}_n \cdot \underline{m} = -\sigma_0 \cos \alpha \sin \alpha$$

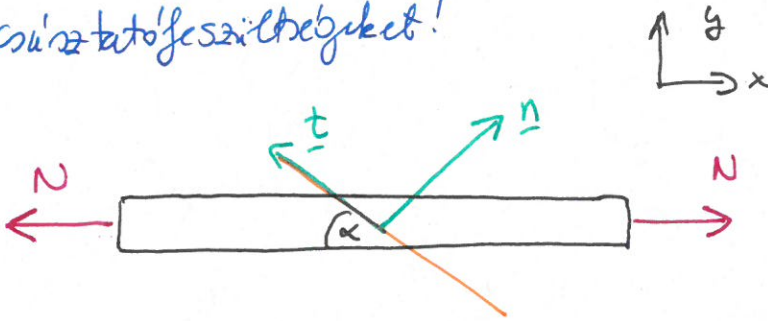


Ezt kell maximalizálni!

(ugyanaz, mint az 1. megoldásban)

## 2. feladat

Egy fa gerenda rögzítése  $20^\circ$ -os szöget zár be a hosszirányjal. Határozzuk meg ezen a síkon ébredő normál és csúszatófeszültségeket!



Adatok

$$L = 300 \text{ mm}$$

$$N = 250 \text{ N}$$

Kerestület:

$$A = 60 \cdot 25 = \underline{\underline{1500 \text{ mm}^2}}$$

$$\alpha = 20^\circ$$

A feszültség-tenzor mátrixa

$$\underline{\underline{\underline{\sigma}}}_{(x,y,z)} = \begin{bmatrix} \sigma_0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,167 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ MPa}$$

A síkhoz tartozó normálvektor:

$$\underline{n} = \begin{bmatrix} \cos 20^\circ \\ \sin 20^\circ \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,942 \\ 0,342 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{vagyis } \underline{t} = \begin{bmatrix} -\sin \alpha \\ \cos \alpha \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,342 \\ 0,942 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Ebből a feszültségvektor:

$$\underline{S_n} = \underline{\underline{\underline{\sigma}}} \cdot \underline{n} = \begin{bmatrix} \sigma_0 \cos \alpha \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,057 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ MPa}$$

Kétfélek komponensei:

$$\underline{\sigma}_n = \underline{S_n} \cdot \underline{n} = \sigma_0 \cos^2 \alpha = \underline{\underline{0,0135 \text{ MPa}}}$$

$$\underline{\tau}_t = \underline{S_n} \cdot \underline{t} = -\sigma_0 \sin \alpha \cos \alpha = \underline{\underline{-0,0536 \text{ MPa}}}$$



**3. feladat** Határozzuk meg az alábbi feszültség állapot mellett a főfeszültségeket és a feszültség főirányokat!

$$\underline{\underline{\sigma}}_{(x,y,z)} = \begin{bmatrix} -20 & 0 & 30 \\ 0 & 15 & 0 \\ 30 & 0 & 40 \end{bmatrix} \text{ MPa}$$

Az eddig tanult módszer alkalmazásánál egy főirányt is nem kell  $\Rightarrow$  ott nem ébred a feszültség.

$\hookrightarrow$  Mivel  $\tau_{xy}$  és  $\tau_{yz}$  is zérus  $\Rightarrow \sigma_y$  főfeszültség!

$$\underline{\underline{\sigma_y = 15 \text{ MPa}}}$$

$\hookrightarrow$  Most elég az x-z síkot vizsgálni.

$\hookrightarrow$  Itt a főfeszültségek:

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_z}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_z}{2}\right)^2 + \tau_{xz}^2}$$

Behelyettesítés után:

$$\sigma_{1,2} = \begin{cases} 52,43 \text{ MPa} \\ -32,43 \text{ MPa} \end{cases}$$

Azaz a főfeszültségeket sorba rendezve, hogy  $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$  teljesüljön:

$$\sigma_1 = 52,43 \text{ MPa}$$

$$\sigma_2 = \sigma_y = 15 \text{ MPa}$$

$$\sigma_3 = -32,43 \text{ MPa}$$

}

$$\underline{\underline{\sigma}}_{(1,2,3)} = \begin{bmatrix} 52,43 & 0 & 0 \\ 0 & 15 & 0 \\ 0 & 0 & -32,43 \end{bmatrix} \text{ MPa}$$

$\hookrightarrow$  a 2. főirány y-irány!

$$\Rightarrow \underline{e_2} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

(a 2. főirány egyezik meg a y-iránnyal!)

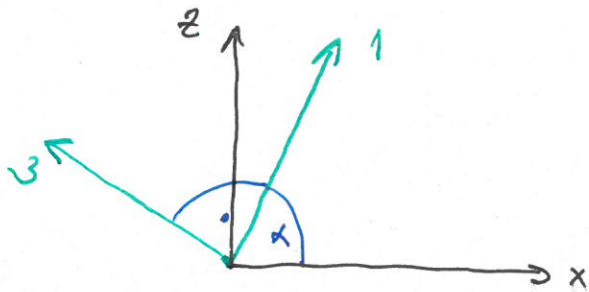
(5)

A másik két főirány az  $x$ - $z$  síkban helyezkedik el:

$$\varphi_1 = \arctg\left(\frac{\sigma_1 - \sigma_x}{\tau_{xz}}\right) = 67,5^\circ \rightarrow \text{az 1-es főirány és } x\text{-tengely közti szög!}$$

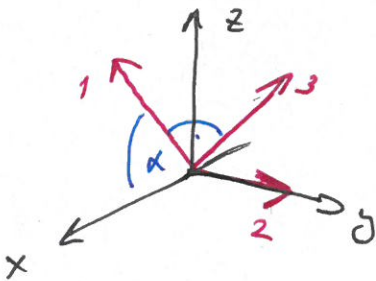
$$\hookrightarrow \underline{e}_1 = \begin{bmatrix} \cos \varphi_1 \\ 0 \\ \sin \varphi_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,383 \\ 0 \\ 0,924 \end{bmatrix}$$

Fantos, hogy  $\underline{e}_1, \underline{e}_2, \underline{e}_3$  jóhasondrású legyen!



( $y$ -tengely a lapra merőlegesen befelé mutat!)

$$\underline{e}_3 = \begin{bmatrix} -\sin \varphi_1 \\ 0 \\ \cos \varphi_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,924 \\ 0 \\ 0,383 \end{bmatrix}$$



Ellenőrzés: Számítsuk ki a 3-as főirány által kijelölt síkban a csúsztatófeszültséget!

$$\underline{S}_3 = \underline{\sigma} \cdot \underline{e}_3 = \begin{bmatrix} 29,958 \\ 0 \\ -12,409 \end{bmatrix} \text{ MPa}$$

$$\underline{\sigma} = \underline{S}_3 \cdot \underline{e}_3 = -32,43 \text{ MPa} \quad (\leftarrow \text{vissza kaptuk } \underline{\sigma}_3 - \underline{\epsilon})$$

$$\underline{\sigma}_3 = \underline{\sigma} \cdot \underline{e}_3 = \begin{bmatrix} 29,958 \\ 0 \\ -12,409 \end{bmatrix} \text{ MPa} \quad \rightarrow \text{Mivel } \underline{S}_3 = \underline{\sigma}_3 \Rightarrow \boxed{\underline{\epsilon}_3 = \underline{0}}$$

## 4. feladat

Határozzuk meg az alábbi feszültség állapot esetén a főfeszültségeket és a feszültség főirányokat kijelölő egységvektorokat!

$$\underline{\underline{\sigma}}_{(x,y,z)} = \begin{bmatrix} -5 & -10 & 0 \\ -10 & -20 & 0 \\ 0 & 0 & -30 \end{bmatrix} \text{ MPa}$$

↳ Láthatjuk, hogy  $\tau_{xz} = \tau_{yz} = 0 \rightarrow z$ -irány feszültség főirány  
valamint  $\sigma_z = -30 \text{ MPa}$  főfeszültség!

Ezzel elegendő az  $x$ - $y$  síkot vizsgálni, ahol

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} = \begin{cases} 0 \text{ MPa} \\ -25 \text{ MPa} \end{cases}$$

Ezek alapján a főfeszültségek:

$$\sigma_1 = 0 \text{ MPa}$$

$$\sigma_2 = -25 \text{ MPa}$$

$$\sigma_3 = -30 \text{ MPa} \quad (\leftarrow \text{ez volt } \sigma_z) \Rightarrow \underline{e}_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

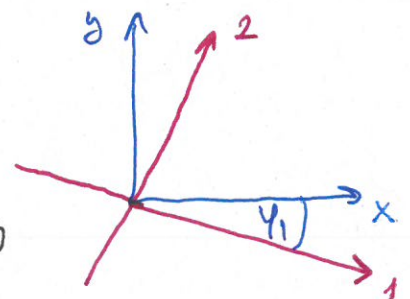
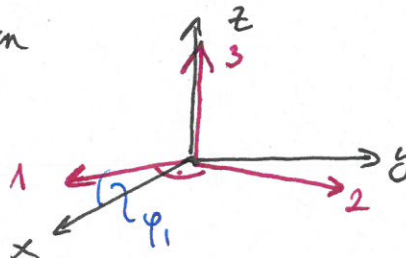
A főirányok az  $x$ - $y$  síkban!

$$\varphi_1 = \arctg\left(\frac{\sigma_1 - \sigma_x}{\tau_{xy}}\right) = -26,57^\circ$$

$$\hookrightarrow \underline{e}_1 = \begin{pmatrix} \cos \varphi_1 \\ \sin \varphi_1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 0,894 \\ -0,447 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Mivel jobbsodrású kell, hogy legyen

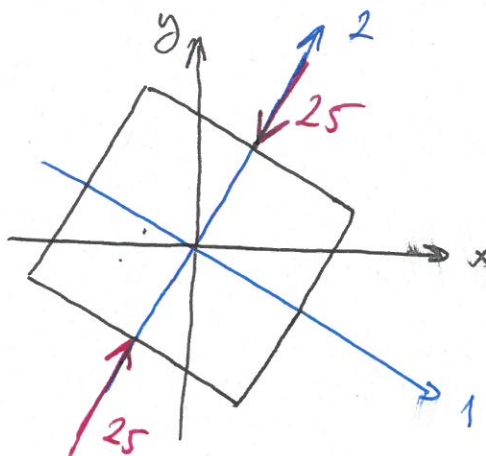
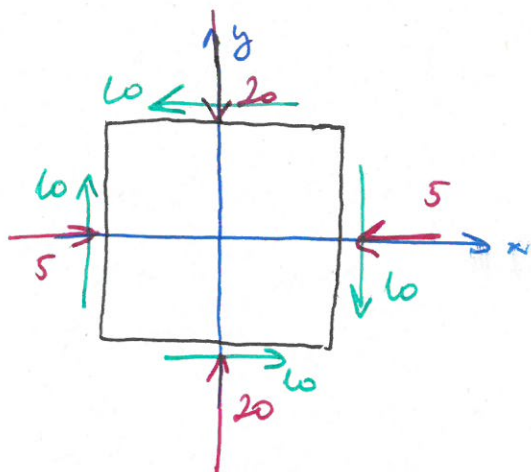
$$\underline{e}_2 = \underline{e}_3 \times \underline{e}_1 = \begin{bmatrix} 0,447 \\ 0,894 \\ 0 \end{bmatrix}$$





Ábrázoljuk a feszítő állapotot!

7



## 5. feladat

Határozzuk meg az alábbi feszültségállapot esetében a főfeszültségeket és a feszültségi főirányokat kijelölő egységvektorokat!

$$\underline{\underline{\sigma}}_{(x,y,z)} = \begin{bmatrix} 0 & -10 & 0 \\ -10 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10 \end{bmatrix} \text{ MPa}$$

↳ Láthatjuk, hogy  $\sigma_{xz} = 0$  és  $\sigma_{yz} = 0 \Rightarrow \sigma_z = \underline{\underline{10 \text{ MPa}}}$  főfeszültség valamint  $z$ -tengely fesz. főtengely!

Az  $x$ - $y$  síkban:

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} = \begin{cases} 10 \text{ MPa} \\ -10 \text{ MPa} \end{cases}$$

Tehát sorbarendezés után a főfeszültségek:

$$\sigma_1 = 10 \text{ MPa}$$

$$\sigma_2 = 10 \text{ MPa}$$

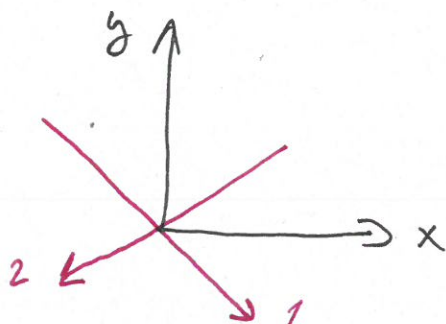
$$\sigma_3 = -10 \text{ MPa}$$

$$\rightarrow \underline{\underline{e_2}} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}; \text{ (mert } \sigma_2 = \sigma_3)$$

$$\varphi_1 = \arctg\left(\frac{\sigma_1 - \sigma_x}{\tau_{xy}}\right) = -45^\circ$$

$$\underline{\underline{e_1}} = \begin{pmatrix} \cos \varphi_1 \\ \sin \varphi_1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,707 \\ -0,707 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\underline{\underline{e_3}} = \underline{\underline{e_1}} \times \underline{\underline{e_2}} = \begin{pmatrix} \sin \varphi_1 \\ -\cos \varphi_1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0,707 \\ -0,707 \\ 0 \end{pmatrix}$$



Ellőrzés: Lehetett volna

$$\underline{\underline{e_1}} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}; \underline{\underline{e_2}} = \begin{pmatrix} \cos \varphi_1 \\ \sin \varphi_1 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \underline{\underline{e_3}} = \begin{pmatrix} -\sin \varphi_1 \\ \cos \varphi_1 \\ 0 \end{pmatrix}$$



**6. feladat** Írjuk fel az alábbi feszültségállapot esetén a maximális súrtatófeszültség nagyságát!

$$\underline{\underline{\sigma}}_{(x,y,z)} = \begin{bmatrix} \bar{\sigma} & \tau & 0 \\ \tau & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

↳ Láthatjuk, hogy  $\bar{\sigma}_z = 0$  főfeszültség és  $\underline{e}$  vektor feszültség főirány, mivel  $\tau_{yz} = \tau_{xz} = 0$  MPa

↳ Az x-y síkra:

$$\bar{\sigma}_{1,2} = \frac{\bar{\sigma}_x + \bar{\sigma}_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\bar{\sigma}_x - \bar{\sigma}_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

Befelcsúsztatjuk  $\left. \begin{array}{l} \bar{\sigma}_x = \bar{\sigma} \\ \bar{\sigma}_y = 0 \\ \tau_{xy} = \tau \end{array} \right\} -t!$

$$\bar{\sigma}_{1,2} = \frac{\bar{\sigma}}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\bar{\sigma}}{2}\right)^2 + \tau^2} = \frac{1}{2} \bar{\sigma} \pm \frac{1}{2} \sqrt{\bar{\sigma}^2 + 4\tau^2}$$

$\geq |\bar{\sigma}| \Rightarrow$  miniatl  $\bar{\sigma}_1 > 0$   
 $\bar{\sigma}_3 < 0$  lesz!

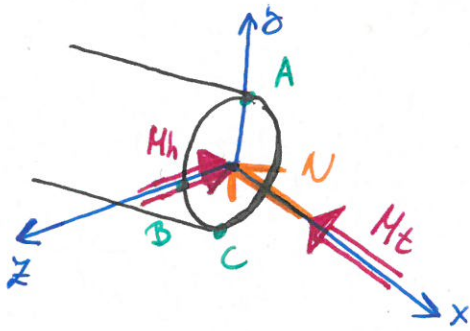
$$\left. \begin{array}{l} \bar{\sigma}_1 = \frac{\bar{\sigma}}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{\bar{\sigma}^2 + 4\tau^2} \\ \bar{\sigma}_2 = 0 \\ \bar{\sigma}_3 = \frac{\bar{\sigma}}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{\bar{\sigma}^2 + 4\tau^2} \end{array} \right\}$$

A maximális súrtatófeszültség

$$\tau_{max} = \frac{\bar{\sigma}_1 - \bar{\sigma}_3}{2} = \underline{\underline{\frac{1}{2} \sqrt{\bar{\sigma}^2 + 4\tau^2}}}$$

**7. feladat**

Egy kör keresztmetsztű támasz keresztmetszeténél terhelést (normál, hajlító, csavaró) mutatja az ábra. Határozzuk meg az A, B és C pontokban a főfeszültségeket és a hozzájuk tartozó főirányokat! Ábrázoljuk a főirányokat kis körökkel!



Adatok:

$$M_t = 6 \text{ kNm}$$

$$M_h = 4 \text{ kNm}$$

$$N = 50 \text{ kN}$$

$$d = 120 \text{ mm}$$

Kidőti ki számoljuk a feszültségeloszlásokat, adjuk meg a keresztmetszet geometriai adatait:

$$A = \frac{d^2 \pi}{4} = 11309,7 \text{ mm}^2$$

$$I_z = I_y = \frac{d^4 \pi}{64} = 10178760 \text{ mm}^4$$

$$K_z = \frac{d^3 \pi}{32} = 169646 \text{ mm}^3$$

$$I_p = \frac{d^4 \pi}{32} = 20357520 \text{ mm}^4$$

$$K_p = \frac{d^3 \pi}{16} = 339292 \text{ mm}^3$$

### Feszültségeloszlások

Normálizgnyerés:

$$\sigma_x = -\frac{N}{A} = \underline{\underline{-4,42 \text{ MPa}}}$$

Hajlítónyomatókai izgnyerés:

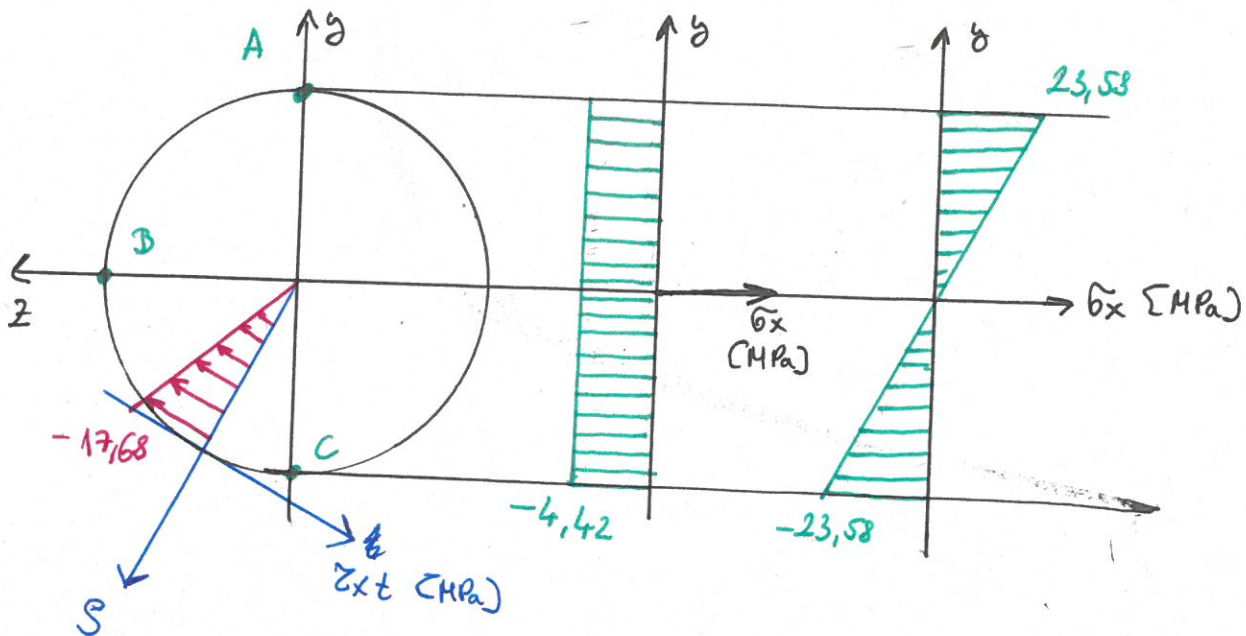
$$\sigma_x(y) = \frac{M_h}{I_z} \cdot y = 939298 \cdot y$$

$$\sigma_{x\max} = \frac{M_h}{K_z} = \underline{\underline{23,58 \text{ MPa}}}$$

Gyaványamatéki igazbavétel:  $\tau_{xt} = \frac{-Mt}{I_p} \cdot y = 0,29479$

$|\tau_{xtmax}| = \frac{Mt}{K_p} = \underline{\underline{17,68 \text{ MPa}}}$

Feszültségeloszlás leírása



A feszültség állapot a megvizsgált pontokban:

$\sigma_A = \begin{bmatrix} 19,16 & 0 & -17,68 \\ 0 & 0 & 0 \\ -17,68 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ MPa}$

$\sigma_y = 0 \text{ MPa}$  főfeszültség és  $\sigma$  főirány

$\sigma_B = \begin{bmatrix} -4,42 & 17,68 & 0 \\ 17,68 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ MPa}$

$\sigma_z = 0 \text{ MPa}$  főfeszültség és  $z$  főirány

$\sigma_C = \begin{bmatrix} -28 & 0 & 17,68 \\ 0 & 0 & 0 \\ 17,68 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ MPa}$

$\sigma_y = 0 \text{ MPa}$  főfeszültség és  $y$  főirány



## Főfeszültség számítása (sík feladatra visszavezetve)

A pont ( $\bar{\sigma}_y = 0$  MPa főfeszültség)

x-z síkban:

$$\bar{\sigma}_{1,2} = \frac{\bar{\sigma}_x + \bar{\sigma}_z}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\bar{\sigma}_x - \bar{\sigma}_z}{2}\right)^2 + \tau_{xz}^2} = \begin{cases} 29,69 \text{ MPa} \\ -10,53 \text{ MPa} \end{cases}$$

Tehát a főfeszültségek:

$$\bar{\sigma}_1 = 29,69 \text{ MPa} \rightarrow \underline{e}_1$$

$$\bar{\sigma}_2 = 0 \text{ MPa} \rightarrow \underline{e}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

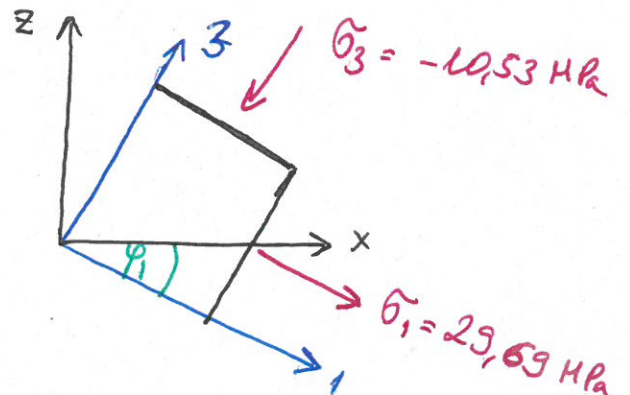
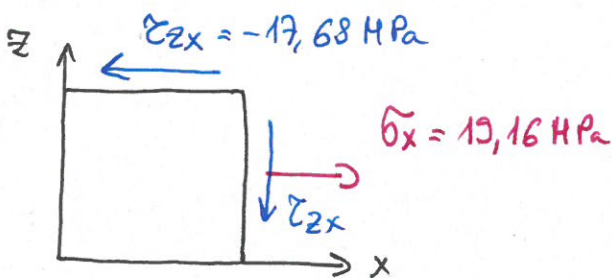
$$\bar{\sigma}_3 = -10,53 \text{ MPa} \rightarrow \underline{e}_3$$

Főirányok:  $\varphi_1 = \arctg\left(\frac{\bar{\sigma}_1 - \bar{\sigma}_x}{\tau_{xz}}\right) = -30,78^\circ$

$$\underline{e}_1 = \begin{bmatrix} \cos \varphi_1 \\ 0 \\ \sin \varphi_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,859 \\ 0 \\ -0,512 \end{bmatrix}$$

$$\underline{e}_3 = \underline{e}_1 \times \underline{e}_2 = \begin{bmatrix} -\sin \varphi_1 \\ 0 \\ \cos \varphi_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,512 \\ 0 \\ 0,859 \end{bmatrix}$$

Ábrázolás:



Maximális súrlódófeszültség:

$$\tau_{\max} = \frac{\bar{\sigma}_1 - \bar{\sigma}_3}{2} = \underline{\underline{20,11 \text{ MPa}}}$$

B pont ( $\sigma_z = 0$  MPa főfeszültség,  $\varepsilon$  főirány)

x-y sík:

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} = \begin{cases} 15,61 \text{ MPa} \\ -20,03 \text{ MPa} \end{cases}$$

Tehát a főfeszültségek:

$$\sigma_1 = 15,61 \text{ MPa} \rightarrow \underline{e}_1$$

$$\sigma_2 = 0 \text{ MPa} \rightarrow \underline{e}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\sigma_3 = -20,03 \text{ MPa} \rightarrow \underline{e}_3$$

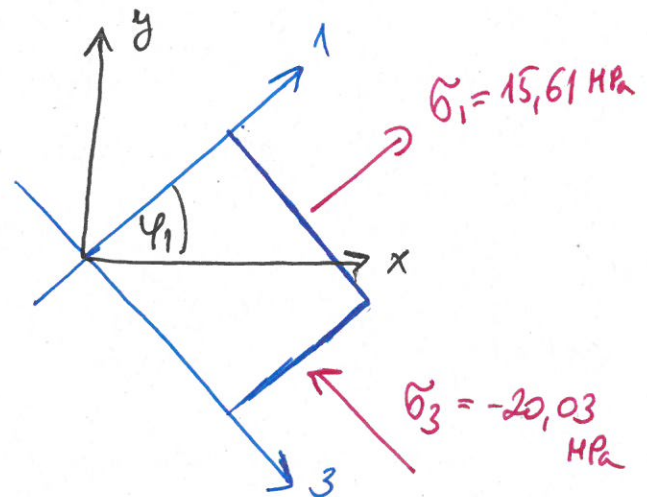
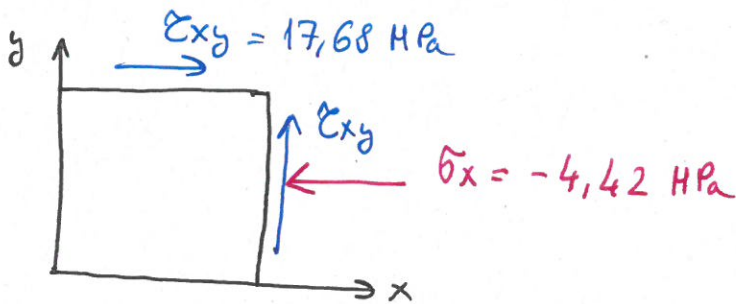
Főirányok

$$\varphi_1 = \arctg\left(\frac{\sigma_1 - \sigma_x}{\tau_{xy}}\right) = 48,56^\circ$$

$$\underline{e}_1 = \begin{pmatrix} \cos \varphi_1 \\ \sin \varphi_1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 0,662 \\ 0,75 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\underline{e}_3 = \underline{e}_1 \times \underline{e}_2 = \begin{bmatrix} \sin \varphi_1 \\ -\cos \varphi_1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,75 \\ -0,662 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Ábrázolás



Maximális húzó- és húzófeszültség:

$$\tau_{\max} = \frac{1}{2} (\sigma_1 - \sigma_3) = \underline{\underline{17,82 \text{ MPa}}}$$

C part ( $\sigma_y = 0 \text{ MPa}$  főfeszültség;  $\tau$  főirány)

X-z sík

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_z}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_z}{2}\right)^2 + \tau_{xz}^2} = \begin{cases} 8,55 \text{ MPa} \\ -36,55 \text{ MPa} \end{cases}$$

A főfeszültségek:

$$\sigma_1 = 8,55 \text{ MPa} \rightarrow \underline{e}_1$$

$$\sigma_2 = 0 \text{ MPa} \rightarrow \underline{e}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\sigma_3 = -36,55 \text{ MPa} \rightarrow \underline{e}_3$$

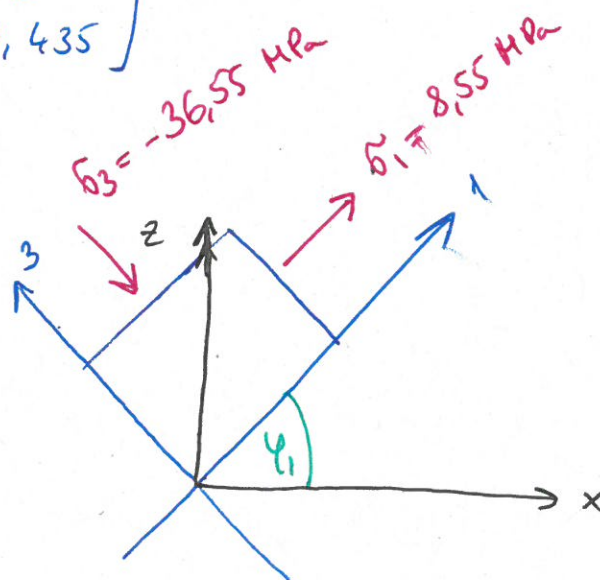
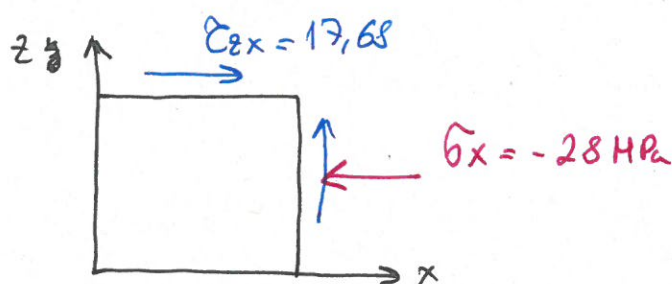
Főirányok

$$\varphi_1 = \arctg\left(\frac{\sigma_1 - \sigma_x}{\tau_{xz}}\right) = 64,18^\circ$$

$$\rightarrow \underline{e}_1 = \begin{bmatrix} \cos \varphi_1 \\ 0 \\ \sin \varphi_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,435 \\ 0 \\ 0,9 \end{bmatrix}$$

$$\underline{e}_3 = \underline{e}_1 \times \underline{e}_2 = \begin{bmatrix} -\sin \varphi_1 \\ 0 \\ \cos \varphi_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,9 \\ 0 \\ 0,435 \end{bmatrix}$$

Ábrázolás



$$\tau_{\max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = \underline{\underline{22,55 \text{ MPa}}}$$