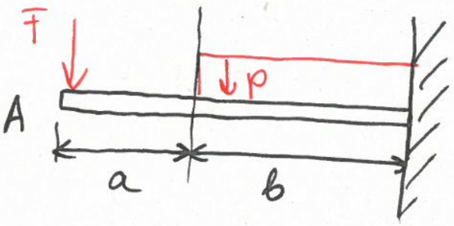
1. Feladat Számítsuk ki az alábbi tartó A pontjának függőleges elmozdulását és a keresztmetszet elfordulását a Castigliano-tétel segítségével!



Adatok:

$a = 3\,m$

$b = 8\,m$

$p = 0{,}5\,kN/m$

$F = 2\,kN$

$IE = 10^8\,Nm^2$

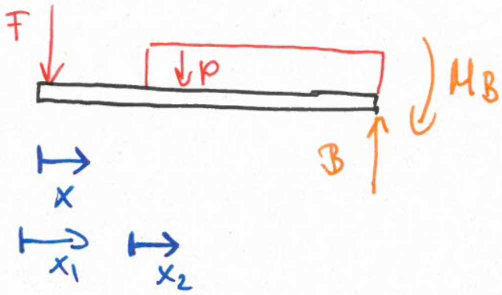
Feladat:

$w_A = ?$

$\varphi_A = ?$

① Reakciók

SZTA



$M_B = F(a+b) + \frac{p \cdot b^2}{2} = \underline{\underline{38\,kNm}}$

$B = F + pb = \underline{\underline{6\,kN}}$

(Amúgy a reakciók itt nem fontosak az igénybevétel szempontjából)

② Igénybevételi függv.:

	$0<x<a$	$a<x<a+b$
	$0<x_1<a$	$0<x_2<b$
M_h	Fx_1	$F(x_2+a) + p\frac{x_2^2}{2}$

$\frac{\partial M_{h1}}{\partial F} = x_1$ $\qquad\qquad$ $\frac{\partial M_{h2}}{\partial F} = x_2 + a$

$$w_A = \frac{1}{IE}\left[\int_0^a \frac{M_{h1}}{IE}\frac{\partial M_{h1}}{\partial F}dx_1 + \int_0^b \frac{M_{h2}}{IE}\frac{\partial M_{h2}}{\partial F}dx_2\right] = \frac{1}{IE}\left[\int_0^a F x_1^2 dx_1 + \int_0^b F(x_2+a)^2 + \frac{p x_2^2 (x_2+a)}{2} dx_2\right]$$

$$= \frac{1}{IE}\left(\left[\frac{F x_1^3}{3}\right]_0^a + \left[\frac{F(x_2+a)^3}{3} + \frac{p x_2^4}{8} + \frac{p a x_2^3}{6}\right]_0^b\right) =$$

$$= \frac{1}{IE}\left(\frac{Fa^3}{3} + \frac{F(a+b)^3}{3} - \frac{Fa^3}{3} + \frac{pb^4}{8} + \frac{pab^3}{6}\right) = 0{,}0127\,m = \underline{\underline{12{,}7\,mm}}$$

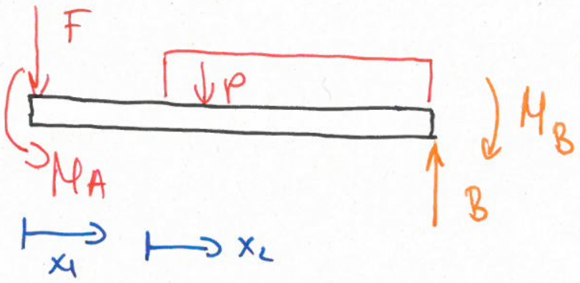
φ_A szögelfordulás.

↳ Nincs nyomaték az A pontban!

↳ Tegyünk oda $M_A = 0$ Nm-t!

A reakciókat újra kell számolni ⇒ M_A paraméteresen jelenjen meg!

SZTÁ



$$M_B = F\cdot(a+b) + \frac{pb^2}{2} + \underline{\underline{M_A}}$$

$$B = F + pb$$

M_A-val paraméteresen kell felírni az igénybevételeket!

	$0 < x_1 < a$	$0 < x_2 < b$
M_h	$Fx_1 + M_A$	$F(x_2+a) + \frac{px_2^2}{2} + M_A$

$$\frac{\partial M_{h1}}{\partial M_A} = 1 \qquad \frac{\partial M_{h2}}{\partial M_A} = 1$$

$$\varphi_A = \frac{1}{IE}\left[\int_0^a M_{h1}\frac{\partial M_{h1}}{\partial M_A}\,dx_1 + \int_0^a M_{h2}\frac{\partial M_{h2}}{\partial M_A}\,dx_2\right]$$

$$\varphi_A = \frac{1}{IE}\left[\int_0^a (Fx_1 + \underbrace{M_A}_{0})\cdot 1\,dx_1 + \int_0^b \left(F(x_2+a) + p\frac{x_2^2}{2} + \underbrace{M_A}_{0}\right)\cdot 1\,dx_2\right]$$

$$= \frac{1}{IE}\left(\left[\frac{Fx_1^2}{2}\right]_0^a + \left[\frac{F(x_2+a)^2}{2} + \frac{px_2^3}{6}\right]_0^b\right) = \frac{1}{IE}\left(\frac{Fa^2}{2} + \frac{F(a+b)^2}{2} - \frac{Fa^2}{2} + \frac{pb^3}{6}\right)$$

$$\varphi_A = 0{,}001637 \text{ rad} = \underline{\underline{0{,}0937^\circ}}$$