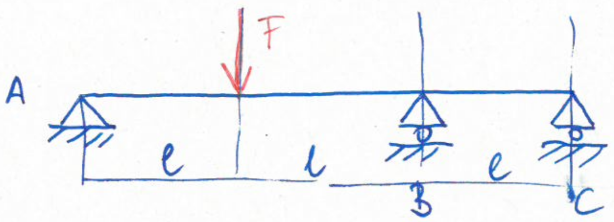
Szilárdságtan 12. hét Plusz 2. megoldással

Határozzuk meg a reakcióerőket az alábbi szerkezetben!



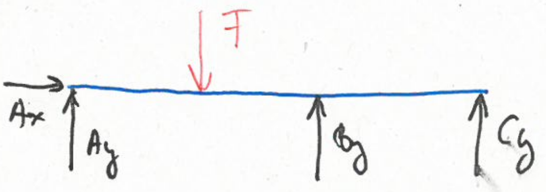
$l = 2\,m$

$F = 9\,kN$

Megoldás:

Ismeretlen reakciók: A_x, A_y, B_y, C_y

Szabadtest ábra:



Az egyensúlyi egyenletek

$\sum F_x = 0: \boxed{A_x = 0}$

$\sum F_y = 0: A_y + B_y + C_y - F = 0$

$\sum M_A = 0: -Fl + B_y 2 \cdot l + C_y \cdot 3l = 0$

3 ismeretlen, két egyenlet!

Legyen B_y az aktív terhelés $\Rightarrow \boxed{w_B = 0}$ nincs B irányú elmozdulás!

↳ Most a többi reakciót fel kell írni a terhelés függvényében!

↳ A nyomatéki egyenletből: $C_y = \frac{1}{3} F - \frac{2}{3} B_y$

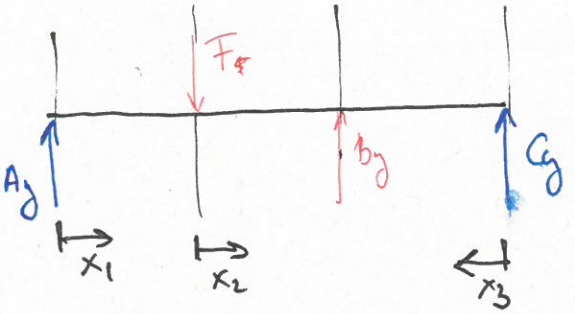
$A_y = \frac{2}{3} F - \frac{1}{3} B_y$

Az ismeretlen reakciókat ki kell fejezni az aktív terhelések (a mi esetünkben F és B_y) függvényét!

↳ alakváltozási feltétel:

$\boxed{\varphi_B = 0} \Rightarrow B_y$ szerint kell deriválni!

Igénybevételi fgvek



Három részre osztom a tartót:

$$A_y = \frac{2}{3}F - \frac{1}{3}B_y$$

$$C_y = \frac{1}{3}F - \frac{2}{3}B_y$$

A globális x szerint	$0<x<l$	$l<x<2l$	$2l<x<3l$
A darabokra osztás után	$0<x_1<l$	$0<x_2<l$	$0<x_3<l$

	$0<x_1<l$	$0<x_2<l$	$0<x_3<l$
M_h	$-A_y \cdot x_1 = \left(-\frac{2}{3}F+\frac{1}{3}B_y\right)x_1$	$-A_y(x_2+l)+F\cdot x_2 = Fx_2-\frac{2}{3}Fx_2+\frac{1}{3}B_y x_2+\frac{1}{3}B_y \cdot l-\frac{2}{3}Fl$	$-C_y x_3 = \left(-\frac{1}{3}F+\frac{2}{3}B_y\right)x_3$

$$\frac{\partial M_{h_1}}{\partial B_y} = \frac{1}{3}x_1 \qquad \frac{\partial M_{h_2}}{\partial B_y} = \frac{1}{3}(x_2+l) \qquad \frac{\partial M_{h_3}}{\partial B_y} = \frac{2}{3}x_3$$

Castigliano-tétellel:

$$\varphi_B = \frac{1}{IE}\left(\int_0^l\left(-\frac{2}{3}F+\frac{1}{3}B_y\right)\frac{x_1^2}{3}dx_1+\int_0^l\left(-\frac{2}{3}F+\frac{1}{3}B_y\right)\frac{(x_2+l)^2}{3}+\frac{Fx_2(x_2+l)}{3}dx_2\right.$$

$$\left.+\int_0^l\left(-\frac{1}{3}F+\frac{2}{3}B_y\right)\frac{2}{3}x_3^2\,dx_3\right)$$

$$=\frac{1}{IE}\left(\left[\left(-\frac{2}{3}F+\frac{1}{3}B_y\right)\frac{x_1^3}{9}\right]_0^l+\left[\left(-\frac{2}{3}F+\frac{1}{3}B_y\right)\frac{(x_2+l)^3}{9}+\frac{Fx_2^3}{9}+\frac{Flx_2^2}{6}\right]_0^l+\right.$$

$$+\left[\left(-\frac{1}{3}F+\frac{2}{3}B_y\right)\cdot\frac{2}{3}\frac{x_3^3}{3}\right]_0^l$$

Kifejtve:

$$\varphi_B = \frac{1}{IE}\left(\cancel{\left(-\frac{2}{3}F + \frac{1}{3}B_y\right)\frac{l^3}{9}} + \left(-\frac{2}{3}F + \frac{1}{3}B_y\right)\frac{8l^3}{9} - \cancel{\left(-\frac{2}{3}F + \frac{1}{3}B_y\right)\frac{l^3}{9}} + \right.$$

$$\left. + \frac{Fl^3}{9} + \frac{Fl^3}{6} + \left(-\frac{1}{3}F + \frac{2}{3}B_y\right)\cdot\frac{2l^3}{9}\right)$$

Azaz: $\varphi_B = \frac{1}{IE}\left(-\frac{16F}{27} + \frac{8B_y}{27} + \frac{3F}{27} + \frac{9F}{54} - \frac{2F}{27} + \frac{4B_y}{27}\right)l^3 = 0 \quad /\cdot 27\cdot 2$

$$\downarrow$$

$$-32F + 16B_y + 6F + 9F - 4F + 8B_y = 0$$

$$24B_y = 21F$$

$$B_y = \frac{21F}{24} = \frac{7}{8}F = \underline{\underline{7{,}875\ kN}}$$

$$A_y = \frac{2}{3}F - \frac{1}{3}B_y = \underline{\underline{3{,}375\ kN}}$$

$$C_y = \frac{1}{3}F - \frac{2}{3}B_y = \underline{\underline{-2{,}25\ kN}}$$ $\rightarrow$ ellentétes a felvett iránnyal!