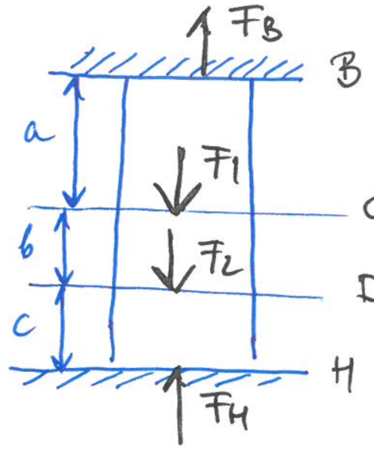
I./1. Az A keresztmetszetű négyzetes rudat merev falak közé fogjuk és az ábrán látható módon megterheljük. Hol ébred és mekkora lesz a max. fesz. a rúdban?



Adatok:

$a = 0{,}5\,m$

$b = 0{,}3\,m$

$c = 0{,}4\,m$

$F_1 = 100\,kN$

$F_2 = 150\,kN$

$A = 10\,cm^2$

1, Reakcióerők meghatározása

Y:
$$0 = F_B - F_1 - F_2 + F_H$$ 2 ismeretlen

↳ Tudjuk, hogy a hosszirányú deformáció zérus

↳ alakváltozási feltétel:

$$0 = \Delta l_{BC} + \Delta l_{CD} + \Delta l_{DH}$$

$$\left.\begin{aligned}\Delta l_{BC} &= \frac{F_B \cdot a}{AE}\\ \Delta l_{CD} &= \frac{(F_B - F_1)\cdot b}{AE}\\ \Delta l_{DH} &= \frac{-F_H \cdot c}{A \cdot E}\end{aligned}\right\}$$

vissza tudjuk írni:

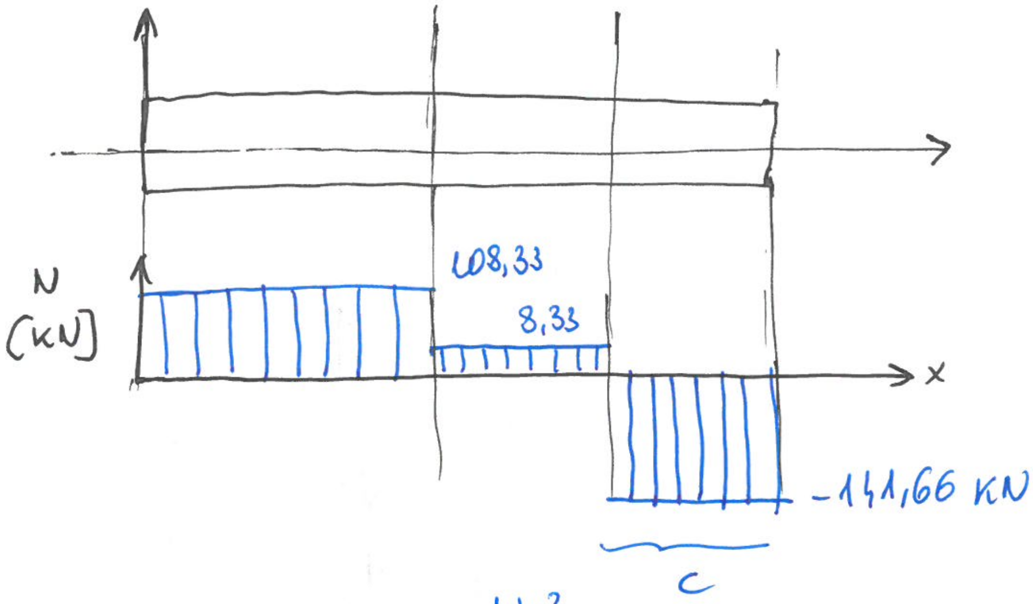
$$-F_H = F_B - F_1 - F_2$$

$$F_B \cdot a + (F_B - F_1)\cdot b + (F_B - F_1 - F_2)\cdot c = 0$$

$$F_B(a+b+c) = F_1(b+c) + F_2(c)$$

$$F_B = \frac{F_1(b+c) + F_2 \cdot c}{a+b+c} = 108{,}3\dot{3}\,kN$$

↳ $F_H = \underline{141{,}6\dot{6}\,kN}$

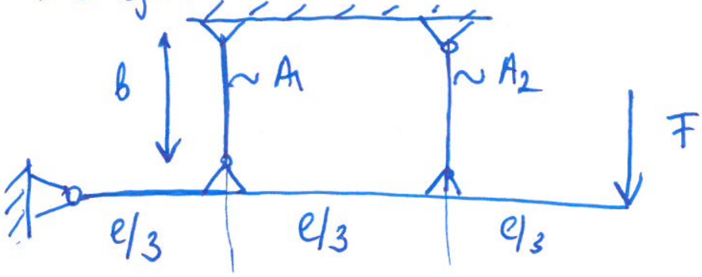


Hol lesz a legnagyobb?

$$\sigma_C = \frac{-F_H}{A} = \frac{-141{,}66\ kN}{1000\ mm^2} = \underline{\underline{-141{,}66\dot{6}\ MPa}}$$

I./2

Az A_1 és A_2 állandó keresztmetszetű rudakat a vízszintes merev rúdhoz csuklóval kapcsoljuk. Mekkora erők ébrednek az A, B, C csuklókban, ha a merev rudat F erővel terheljük!



Adatok:

$\ell = 6\ m$

$b = 3\ m$

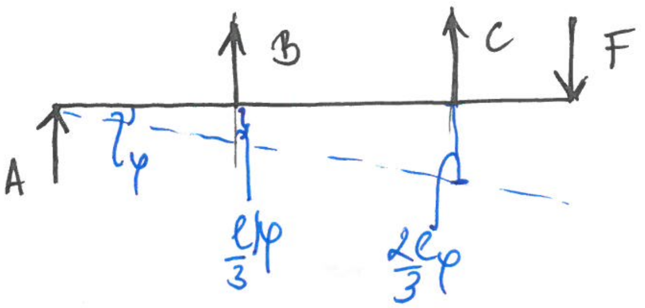
$A_1 = 400\ mm^2$

$A_2 = 170\ mm^2$

$F = 9\ kN$

$E_1 = E_2 = 200\ GPa$

Szabadtest ábra



$$\Delta\ell_1 = \frac{\ell}{3}\cancel{\varphi}\sin\varphi \approx \frac{\ell}{3}\varphi$$

$$\Delta\ell_2 = \frac{2\ell}{3}\sin\varphi \approx 2\frac{\ell}{3}\varphi$$

$$\left.\begin{aligned} \varepsilon_1 &= \frac{\Delta\ell_1}{b} \\ \varepsilon_2 &= \frac{\Delta\ell_2}{b} \end{aligned}\right\} \quad \boxed{\varepsilon_2 = 2\varepsilon_1}$$

Erőegyensúly:

$$y:\ A + B + C - F = 0$$

Nyomatéki egy.:

$$\sum M_A = B\cdot\frac{\ell}{3} + C\cdot\frac{2\ell}{3} - F\cdot\ell = 0$$

$$F = \frac{1}{3}B + \frac{2}{3}C$$

$$\hookrightarrow B = 3F - 2C$$

$$\Delta\ell_2 = 2\Delta\ell_1$$

$$\frac{C\cdot b}{A_2\cdot E_2} = 2\cdot\frac{b}{A_1\cdot E_1}(3F - 2C)$$

$$C \cdot \left(\frac{b}{A_2 E_2} + 4 \frac{b}{A_1 E_1} \right) = \frac{6 F \cdot b}{A_1 E_1}$$

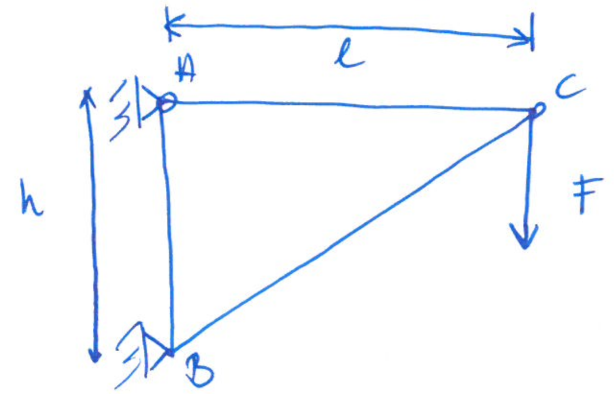
$$C = \frac{6 F \cdot b}{A_1 \cdot E_1} \cdot \frac{1}{\frac{b}{A_2 E_2} + \frac{4b}{A_1 E_1}} = 8500\,N = \underline{\underline{8{,}5\,kN}}$$

$$B = 3F - 2C = \underline{\underline{10\,kN}}$$

$$A = F - B - C = -\underline{\underline{9{,}5\,kN}}$$

I/3

Az állandó „d" átmérőjű, kör keresztmetszetű AC rúd acélból készült. Az állandó „a" élű négyzet keresztmetszetű BC-rúd fából. Ismerjük a rudak anyagára vonatkozó rugalmassági modulusokat és a megengedett feszültségeket. Méretezzük a rudakat, majd számítsuk ki a C csukló f eredő elmozdulását



Adatok:

$l = 3m$

$h = 2m$

$F = 60kN$

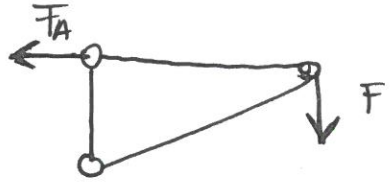
$\sigma_{meg}^{Acél} = 160MPa$

$\sigma_{meg}^{fa} = 4\,MPa$

$E_{acél} = 200GPa$

$E_{fa} = 10GPa$

① **A keresztmetszetek:**



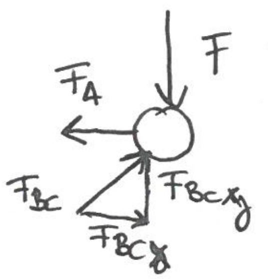
$$\left.\begin{aligned} A_{acél} &= \frac{d^2\pi}{4} \\ A_{fa} &= a^2 \end{aligned}\right\}$$

② **Reakcióerők meghatározása** rúdban csak rúdirányú

• $\sum M_b = -h \cdot F_A + l \cdot F$ (lezárott)

$$F_A = \frac{F \cdot l}{h} = \underline{\underline{90\,kN}}$$

• **Csomóponti egyenlet**



$$\left.\begin{aligned} F_{BCx} &= F_A = 90kN \\ F_{BCy} &= F = 60kN \end{aligned}\right\} \quad F_B = \sqrt{90^2+60^2} = \underline{\underline{108,166\,kN}}$$

③ Méretezés

$\sigma_{meg}^{AC} \ge \sigma^{ac} = \left| \frac{F_A}{A_{acél}} \right|$ a legnosszabb esetet kell venni

• $\frac{d^2\pi}{4} = \frac{F_A}{\sigma_{meg}^{acél}} \Rightarrow d = \sqrt{\frac{4 \cancel{\ \ } F_A}{\pi \cdot \sigma_{meg}}} = 26,76$ mm

$\sigma_{meg}^{fa} \ge \sigma^{fa}$ • $a^2 = \frac{F_{BC}}{\sigma_{meg}^{fa}} \to a = \sqrt{\frac{F_{BC}}{\sigma_{meg}^{fa}}} = 164,44$ mm

④ C pont elmozdulása

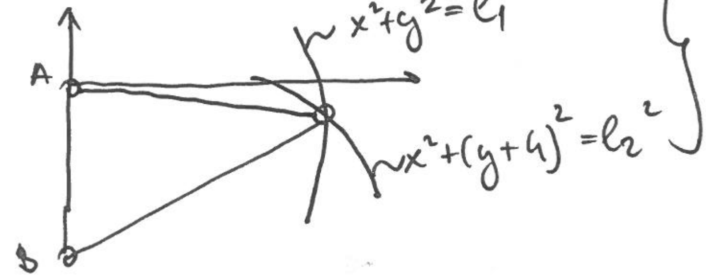
$\Delta l_1 = \frac{F_A \cdot l_1}{A_1 \cdot E_1} = 2,4$ mm $\left(\frac{80kN \cdot 3m}{} \right)$

$\Delta l_2 = \frac{-F_{BC} \cdot l_2}{A_2 \ E_2} = -1,444$ mm

Az új hosszak: $\sigma = E \cdot \varepsilon = E \cdot \frac{l - l_0}{l_0} \Rightarrow l = \left(\frac{\sigma}{E} + 1 \right) l_0$

$l_1 = \left(\frac{\sigma_{meg}}{E_1} + 1 \right) l_0 = 3002,4$ mm

$l_2 = \left(\frac{-\sigma_{meg}}{E_{fa}} + 1 \right) \sqrt{l^2 + h^2} = 3604,11$ mm



meg kell oldani az egyenletrendszert

$x_c^2 + y_c^2 = l_1^2$

$x_c^2 + (y_c+4)^2 = l_2^2$

$2y_c \cdot 4 + 16 = l_2^2 - l_1^2$

1,5

$\Delta = \sqrt{(x_c - l)^2 + y_c^2} = 6,647$ mm

$y_c = \frac{l_2^2 - l_1^2 - 16}{8} = -6,2009$ mm

$x_c = \sqrt{l_1^2 - y_c^2} = 3002,39$ mm