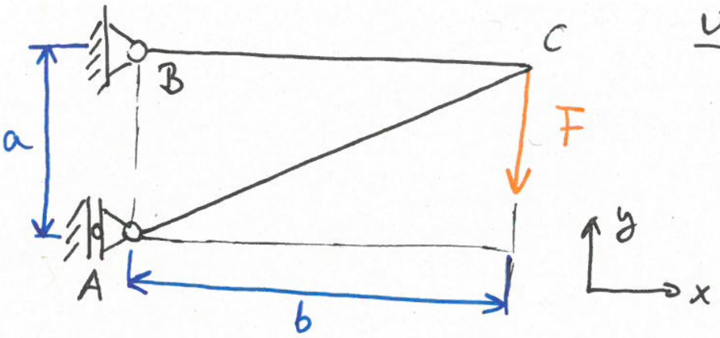
1. feladat

Határozzuk meg a reakcióerőket számítással és szerkesztéssel!



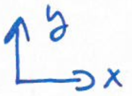
Adatok

$a = 1{,}25\ m$

$b = 2{,}75\ m$

$F = 350\ N$

Számítással:



Szabadtest ábra (SZTÁ) → Kényszereket reakciókkal helyettesítjük!

Az ismeretlen reakciókat mindig a pozitív koordináta irányoknak megfelelően vesszük fel!

Egyensúlyi egyenletek:

$\sum F_x = 0 \rightarrow A_x + B_x = 0 \qquad (1)$

$\sum F_y = 0 \rightarrow B_y - F = 0 \qquad (2)$

$\curvearrowleft \sum M_B = 0 \rightarrow A_x \cdot a - F \cdot b = 0 \qquad (3)$

A nyomatéki egyenletet bárhova felírhatjuk. Célszerű úgy választani pontot, hogy a lehető legtöbb ismeretlen reakció kiessen.

(2): $B_y = F$

$\underline{\underline{B_y = 350\,N}}$

(3): $A_x \cdot a - F \cdot b = 0$

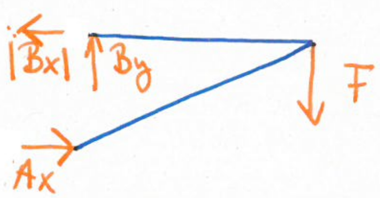
$A_x = \dfrac{F \cdot b}{a} = 770\ N$

(1): $A_x + B_x = 0$

$B_x = -A_x = \underline{\underline{-770\,N}}$

ellentétes az általunk felvett iránnyal ←

Tehát:



$\underline{A} = \begin{bmatrix} 770 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} N; \quad \underline{B} = \begin{bmatrix} -770 \\ 350 \\ 0 \end{bmatrix} N$

Lehet persze további nyomatéki egyenleteket felírni:

$\curvearrowleft \Sigma M_B = 0 \rightarrow A_x \cdot a - F \cdot b = 0$ (ezt használtuk)

$\curvearrowleft \Sigma M_A = 0 \rightarrow -B_x \cdot a - F \cdot b = 0$

$\curvearrowleft \Sigma M_C = 0 \rightarrow -B_y \cdot b + A_x \cdot a = 0$

De ezeket ha a $\Sigma F_x = 0$; és $\Sigma F_y = 0$ mellett ezek nem mind lesznek függetlenek pl.: $\Sigma M_B = 0$ és $\Sigma M_A = 0$

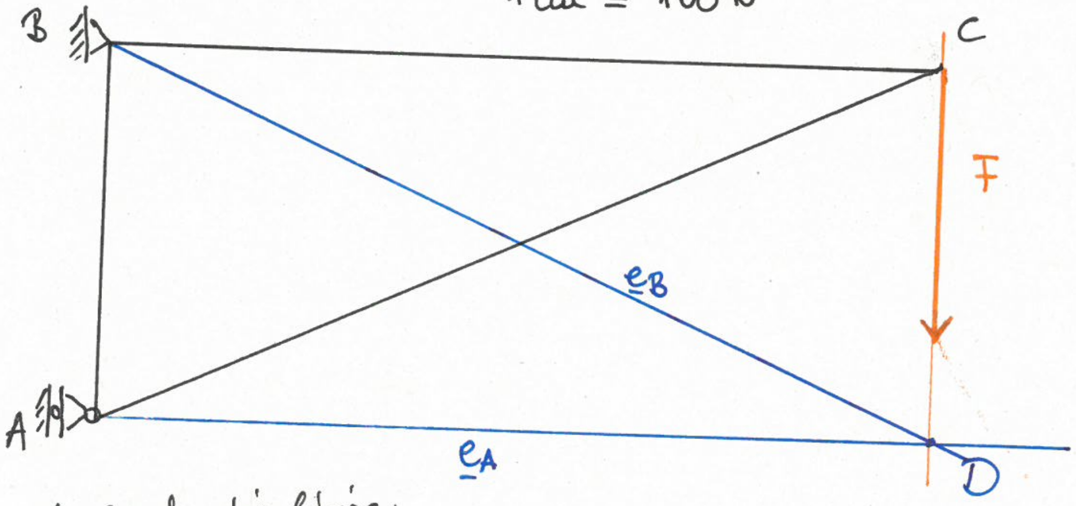
De van amikor elég csak nyomatéki egyenletet felírni

lásd a fenti három nyomatéki egyenlet $\rightarrow$ A_x, B_x és B_y megadható

- <u>Szerkesztéssel</u>: Méretarányos <u>ábra kell</u>! (méretaránnyal!)

Szerkezeti ábra: $1\,cm \cong 0{,}25\,m$

$1\,cm \cong 100\,N$



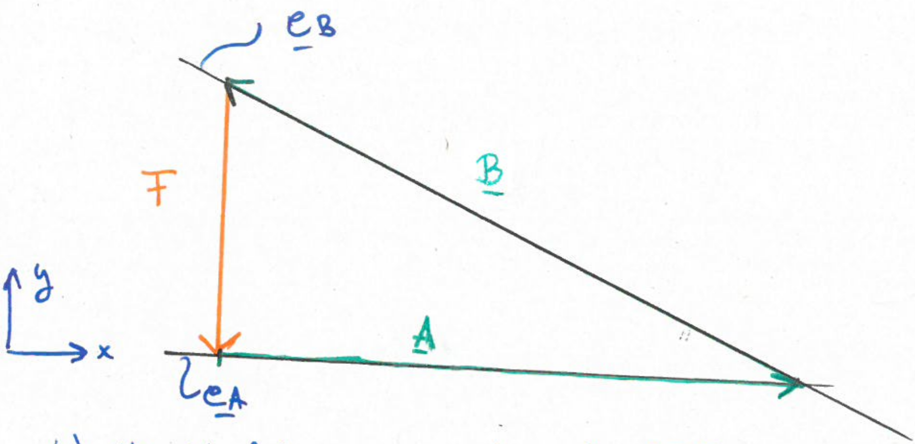
<u>A szerkesztés lépései</u>

1) Méretarányos szerkezeti ábrán vegyük fel az aktív erőt
2) Az ismert hatásvonalú reakcióerő ($\underline{A}$) hatásvonalát rajzoljuk meg (D pont)
3) Három erő egyensúlya (közös ponton átmenő hatásvonal) $\Rightarrow$ D ponton át kell mennie a $\underline{B}$ reakciónak $\rightarrow$ $\underline{B}$ hatásvonala $\overline{BD}$

$\downarrow$ Most minden erő hatásvonala ismert.

Egyensúly $\rightarrow$ zárt vektorsokszög $\rightarrow$ <u>erőábra</u>!

Erőábra   1 cm ≙ 100 N



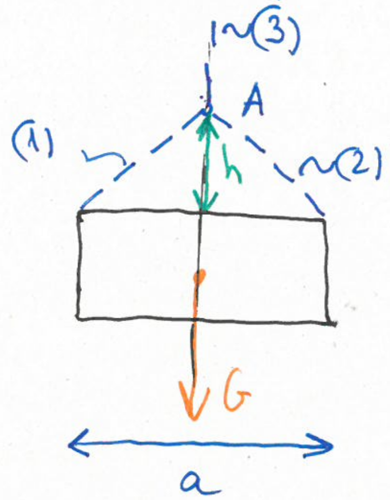
4) Vegyük fel az ismert erőt ($\underline{F}$), majd egyik végpontjába az egyik ($\underline{A}$) reakció hatásvonalát, a másik végébe a másik ($\underline{B}$) reakció hatásvonalát vegyük fel

5) A hatásvonalak metszéspontját szerkesszük ki. Folytonos vektorsokszög => olvassuk le a reakciókat

$$\underline{A} = \begin{bmatrix} 770 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} N \; ; \quad \underline{B} = \begin{bmatrix} -770 \\ 350 \\ 0 \end{bmatrix} N$$

5. feladat

Az ábrán látható teher megemelésére szolgáló kötelet legfeljebb $K = 800\ N$ nagyságú húzóerővel szabad megterhelni. Mekkora legyen a kötés h magassága, hogy a 3 méter széles 1000 N súlyú láda levegőben tartásakor ne szakadjon el a kötél?



Adatok

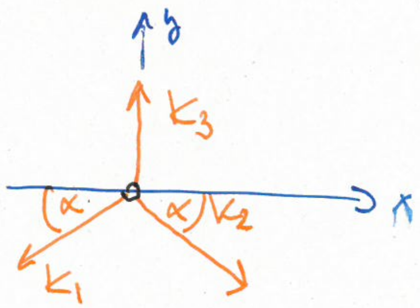
$G = 1000\ N$

$a = 3\ m$

$K_{max} = 800\ N$

A rendszer egyensúlyban van. Az A pontban lévő horogra írjuk fel az egyensúlyi egyenleteket

SZTA



mivel a teljes súlyt K_3 kötél tartja

$$\underline{\underline{K_3 = G}}$$

$$\sum F_x = 0 \rightarrow K_2 \cdot \cos\alpha - K_1 \cos\alpha = 0 \quad (1)$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow K_3 - K_1 \sin\alpha - K_2 \sin\alpha = 0 \quad (2)$$

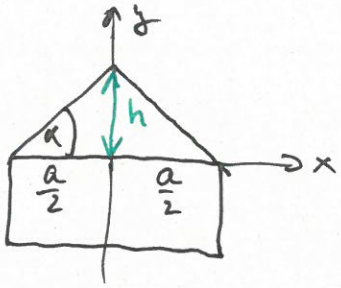
(1) $K_1 = K_2$ Most nézzük a legnagyobb esetet $\underline{\underline{K = K_1 = K_2 = 800\ N}}$

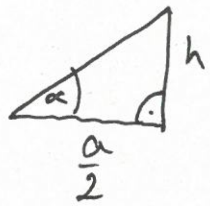
(2) $K_3 - K\sin\alpha - K\sin\alpha = 0$

$$\sin\alpha = \frac{K_3}{2K} = \frac{1000}{1600} = 0{,}625$$

$$\hookrightarrow \alpha = \underline{38{,}66^\circ}$$

Ezután meghatározzuk α-t



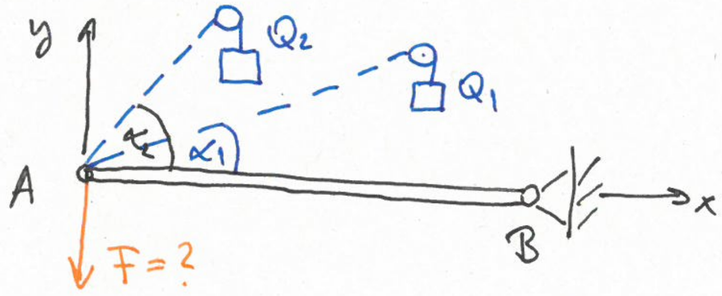


$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{h}{\frac{a}{2}}$$

$$h = \frac{a}{2}\operatorname{tg}\alpha = \underline{\underline{1{,}2\,m}}$$

6. feladat

Az AB rúd B vége csuklósan meg van támasztva. Az A végén két kötél húzóerőt fejt ki. Milyen nagyságú függőleges F erőt kell alkalmazni, hogy a rúd vízszintes helyzete egyensúlyi legyen?



Adatok:

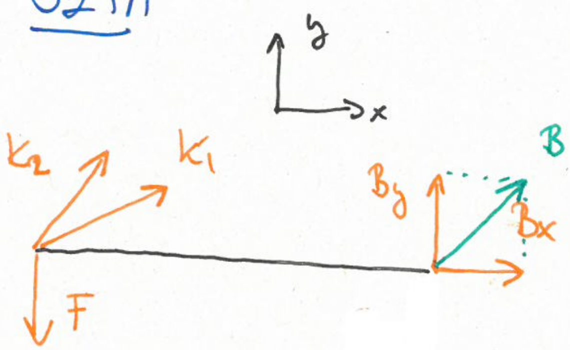
$Q_1 = 1000\,N$

$Q_2 = 500\,N$

$\alpha_1 = 30°$

$\alpha_2 = 60°$

SZTÁ



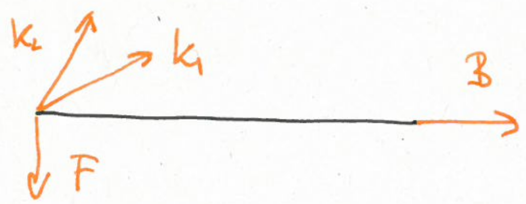
A merev test akkor van egyensúlyban 4 erő esetén, ha hatásvonaluk közös ponton megy át és zárt vektorsokszöget alkotnak

⇓ K_1, K_2 és F metszéspontja az A pont

↳ B-nek is itt kell átmenni

$$\underline{B} = \begin{bmatrix} B_x \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} !$$

A helyes SZTÁ

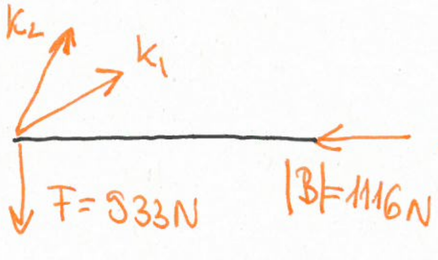


Egyensúlyi egyenletek:

$$\sum F_x = 0 \rightarrow K_1 \cos\alpha_1 + K_2 \cos\alpha_2 + B = 0 \quad (1)$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow K_1 \sin\alpha_1 + K_2 \sin\alpha_2 - F = 0 \quad (2)$$

A megoldás



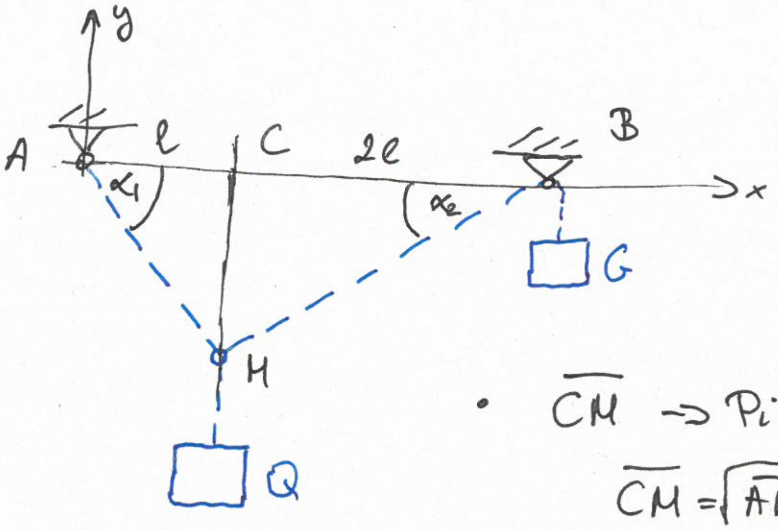
$$B = -K_1\cos\alpha_1 - K_2\cos\alpha_2 = \underline{\underline{-1116\ N}}$$

(fordított irányban, mint ahogy felvettük)

$$F = K_1\sin\alpha_1 + K_2\sin\alpha_2 = \underline{\underline{933\ N}}$$

7. feladat

Egy teljesen vékony kötél végét az A csuklóhoz kötjük, másik végére, miután a B ponton a korongon átvetettük, G súlyt alkalmazunk. A kötélen $\overline{AM} = 2\ell$ távolságban $Q = 1000\,N$ teher lóg egy karikához kapcsolva. Határozzuk meg a G súly nagyságát, ha a szerkezet az ábra szerinti állapotban egyensúlyban van.



Adatok

$Q = 1000\,N$

$\overline{AM} = 2\ell$

$\overline{AC} = \ell$

$\overline{CB} = 2\ell$

- $\overline{CM}$ → Pithagorasz-tételből

$$\overline{CM} = \sqrt{\overline{AM}^2 - \overline{AC}^2} = \sqrt{4\ell^2 - \ell^2} = \underline{\underline{\sqrt{3}\,\ell}}$$

- $\overline{BM}$ → szintén Pithagorasz-tétellel:

$$\overline{BM} = \sqrt{\overline{CB}^2 + \overline{CM}^2} = \sqrt{4\ell^2 + 3\ell^2} = \underline{\underline{\sqrt{7}\,\ell}}$$

Ebből:

$$\sin\alpha_2 = \frac{\overline{CM}}{\overline{BM}} = \frac{\sqrt{3}\,\ell}{\sqrt{7}\,\ell} = \sqrt{\frac{3}{7}} = 0{,}655$$

$$\cos\alpha_2 = \frac{\overline{CB}}{\overline{BM}} = \frac{2\ell}{\sqrt{7}\,\ell} = \sqrt{\frac{4}{7}} = 0{,}756$$

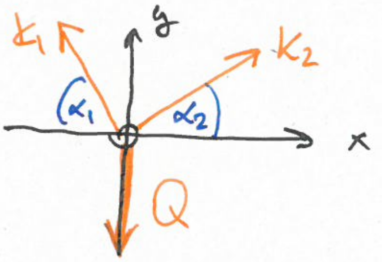
Valamint:

$$\left.\begin{aligned} \sin\alpha_1 &= \frac{\overline{CM}}{\overline{AM}} = \frac{\sqrt{3}\,\ell}{2\ell} = \underline{\underline{\frac{\sqrt{3}}{2}}} \\ \cos\alpha_1 &= \frac{\overline{AC}}{\overline{AM}} = \frac{\ell}{2\ell} = \frac{1}{2} \end{aligned}\right\} \quad \underline{\underline{\alpha_1 = 60^\circ}}$$

Rajzoljuk fel a kanálra a szabadtest ábrát!

SZITA

akkor: $K_2 = G$



Egyensúlyi egyenletek:

$$\sum F_x = 0 \rightarrow K_2 \cos\alpha_2 - K_1 \cos\alpha_1 = 0$$

$$G \cos\alpha_2 - K_1 \cos\alpha_1 = 0 \quad (1)$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow K_1 \sin\alpha_1 + K_2 \sin\alpha_2 - Q = 0$$

$$K_1 \sin\alpha_1 + G \sin\alpha_2 - Q = 0 \quad (2)$$

$$(1) \quad G = \frac{K_1 \cos\alpha_1}{\cos\alpha_2} \rightarrow (2)$$

$$K_1 \sin\alpha_1 + K_1 \frac{\cos\alpha_1}{\cos\alpha_2} \cdot \sin\alpha_2 - Q = 0$$

$$K_1 \left(\sin\alpha_1 + \frac{\cos\alpha_1}{\cos\alpha_2} \cdot \sin\alpha_2 \right) - Q = 0$$

$$K_1 = \frac{Q}{\sin\alpha_1 + \frac{\cos\alpha_1}{\cos\alpha_2} \cdot \sin\alpha_2} = \underline{\underline{770 \text{ N}}}$$

Visszaírva:

$$G = \frac{K_1 \cos\alpha_1}{\cos\alpha_2} = \underline{\underline{509,26 \text{ N}}}$$