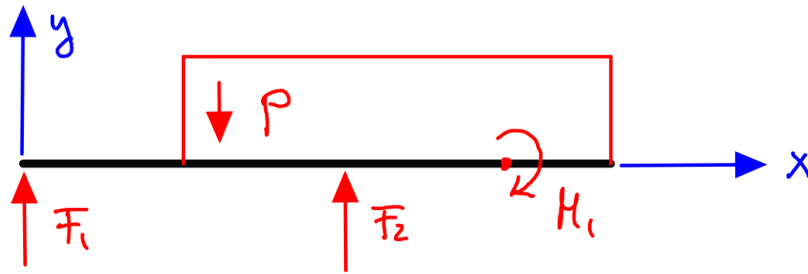


Statika - Fakultatív előadás - 9. hét

Ígénybevételek, igénybevételei függvények

Emlékeztető:



Ígénybevételei függvények:

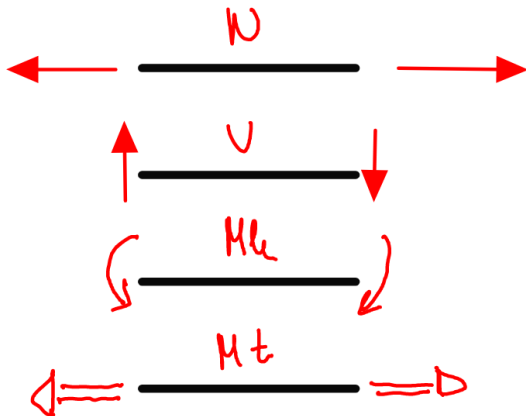
$N(x)$
 $V(x)$
 $M_k(x)$
 $M_t(x)$



Szakaszokra kell bontani a szerkezetet

↳ Ahol megváltozik a változás történi

Előjelkonvenció:



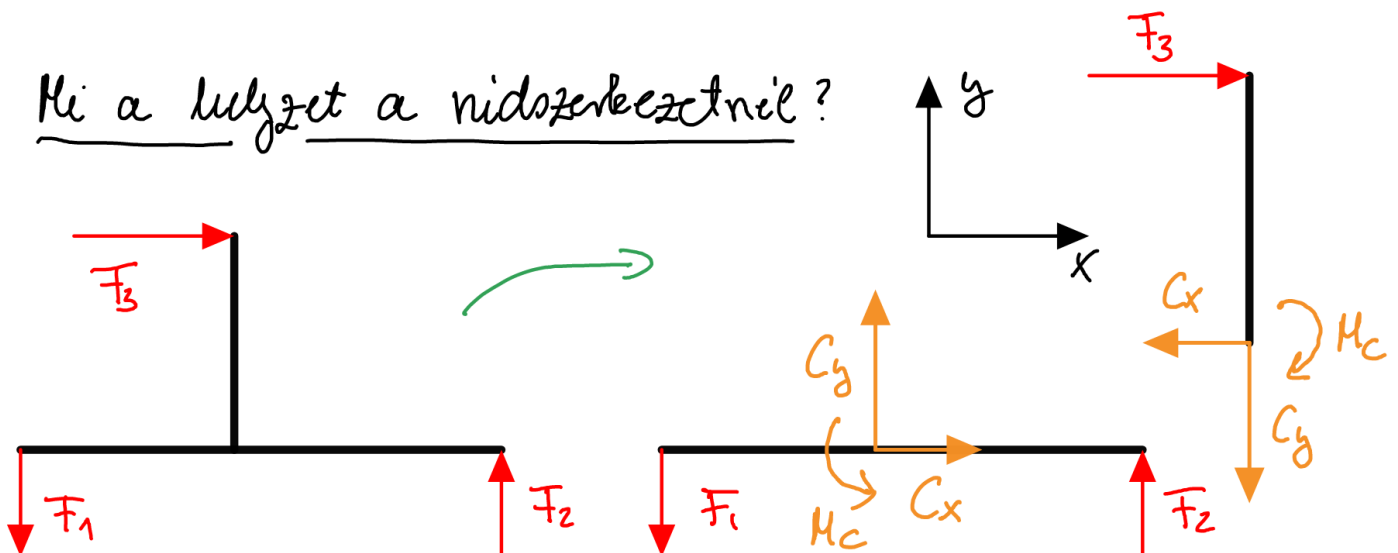
- pl.:
- koncentrált erő
 - koncentrált erőpár
 - egyenletes terhelés megjelenik/eltűnik

Derivatív kapcsolat:

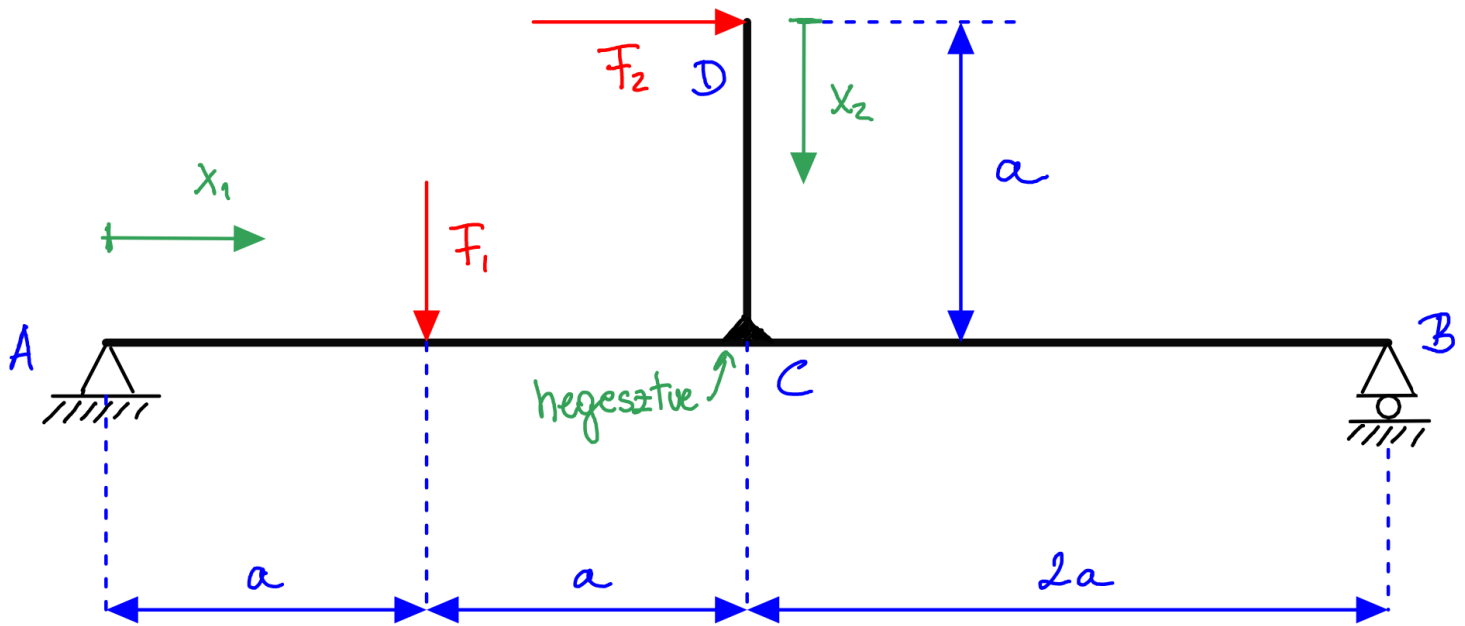
$$V'(x) = p(x)$$

$$M_k'(x) = -V(x)$$

Mi a helyzet a nidszerkezetnél?



1. feladat Hataározzuk meg a tartó igénybevételi ábráit!



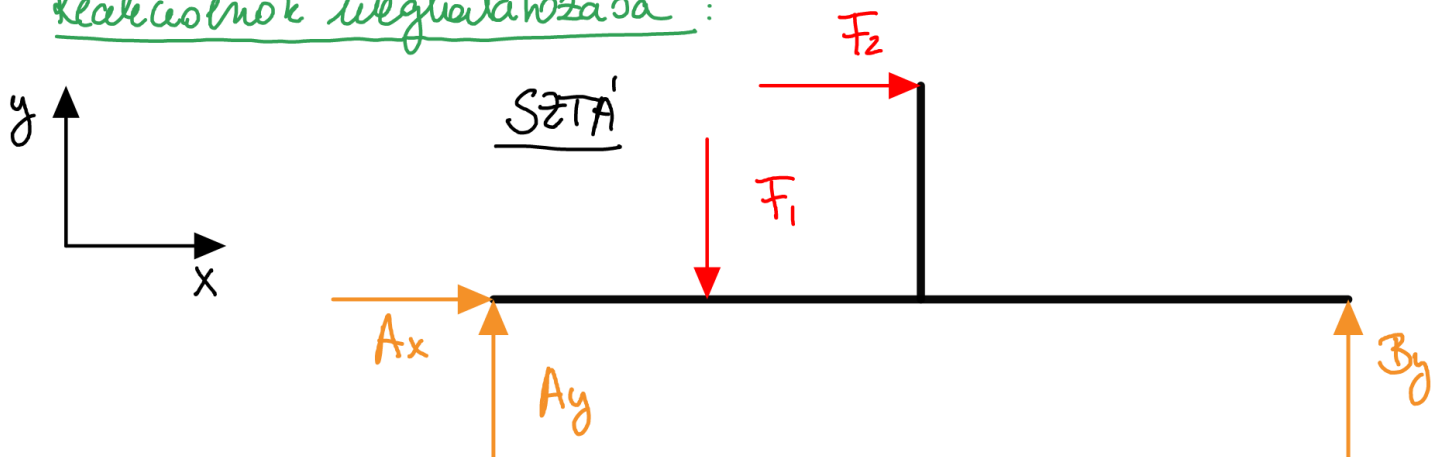
Adatok:

$$a = 0,5 \text{ m}$$

$$F_1 = 120 \text{ N}$$

$$F_2 = 200 \text{ N}$$

Reakcióerők meghatározása:



Egyensúlyi egyenletek:

$$\sum F_x = 0: A_x + F_2 = 0$$

$$\rightarrow A_x = -F_2 = \underline{\underline{-200 \text{ N}}} (\leftarrow)$$

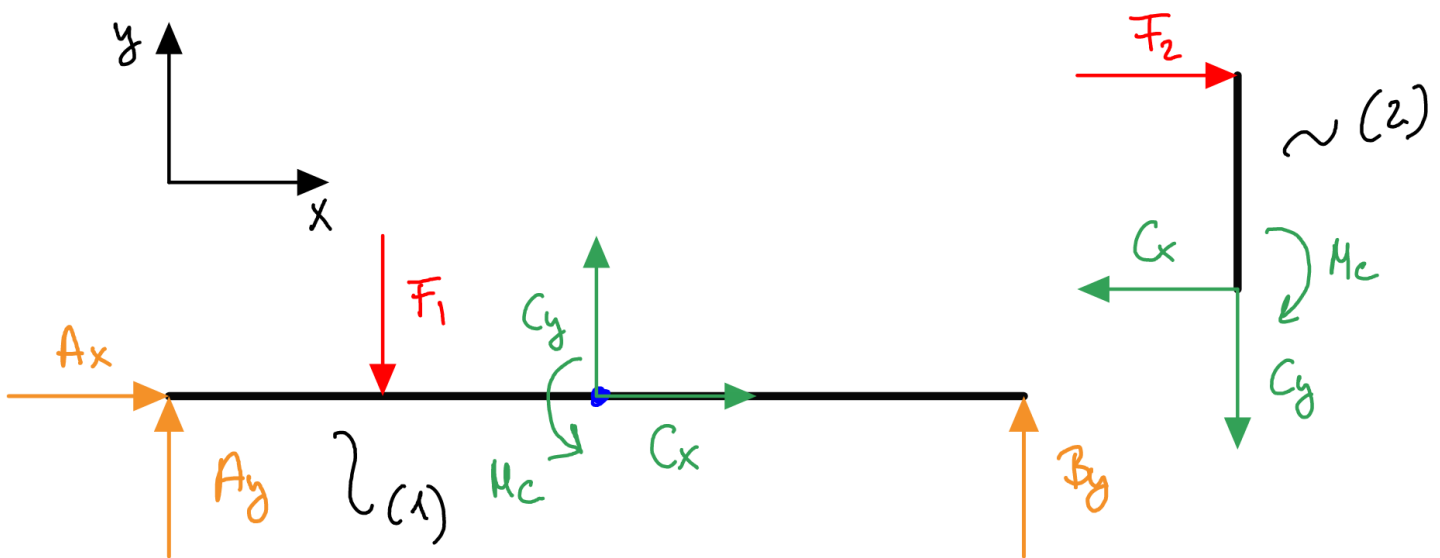
$$\sum F_y = 0: A_y + B_y - F_1 = 0$$

$$B_y = \frac{F_2 a + F_1 a}{4a} = \underline{\underline{80 \text{ N}}} (\uparrow)$$

$$\sum M_A = 0: -F_1 a + B_y \cdot 4a - F_2 \cdot a = 0$$

$$\rightarrow A_y = F_1 - B_y = \underline{\underline{40 \text{ N}}} (\uparrow)$$

Bontsuk ketté a szerkezetet a C pontban!



Egyensúlyi egyenletek:

(1) es test

$$\sum F_x = 0: A_x + C_x = 0$$

$$\sum F_y = 0: A_y + B_y - F_1 + C_y = 0$$

$$\sum M_C = 0: -A_y \cdot 2a + B_y \cdot 2a + F_1 \cdot a + M_C = 0$$

(2) es test

$$\sum F_x = 0: F_2 - C_x = 0$$

$$\sum F_y = 0: C_y = 0$$

$$\sum M_C = 0: -F_2 \cdot a - M_C = 0$$

Hirdessz legegyszerűbben

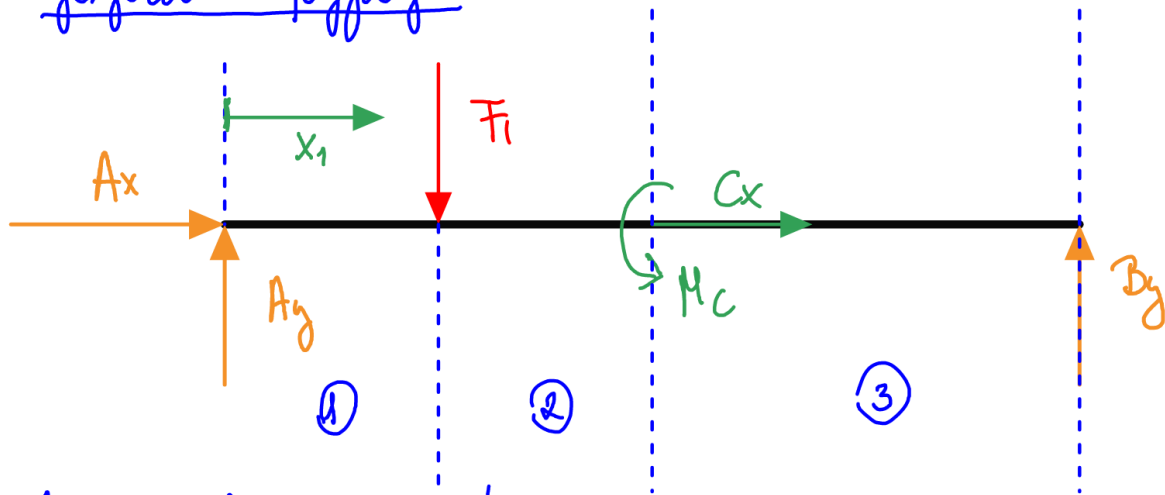
Az (1) es test

$$\hookrightarrow C_x = 200 \text{ N} \quad (\rightarrow)$$

$$\hookrightarrow C_y = 0 \text{ N}$$

$$\hookrightarrow M_C = -100 \text{ Nm} \quad (\curvearrowright)$$

Igénybevételi függvények



3 szakaszra kell osztani!

	① $0 < x_1 < a$	② $a < x_1 < 2a$	③ $2a < x_1 < 4a$
$N(x)$	$-A_x = 200 \text{ N}$	$-A_x = 200 \text{ N}$	$-A_x + C_x = 0$
$V(x)$	$A_y = 40 \text{ N}$	$A_y - F_1 = -80 \text{ N}$	$A_y - F_1 = -80 \text{ N}$
$M_k(x)$	$-A_y x_1 = -40 x_1$ m-ben \nearrow Nm	$-A_y x_1 + F_1(x_1 - a) =$ $= 80 x_1 - 60 \text{ Nm}$	$-A_y + F_1(x_1 - a) + M_c =$ $= 80 x_1 - 160 \text{ Nm}$
$M_t(x)$	0	0	0

látható, hogy $p(x) = 0$ (nincs megoszló terhelés)

$\hookrightarrow V(x)$ – konstans

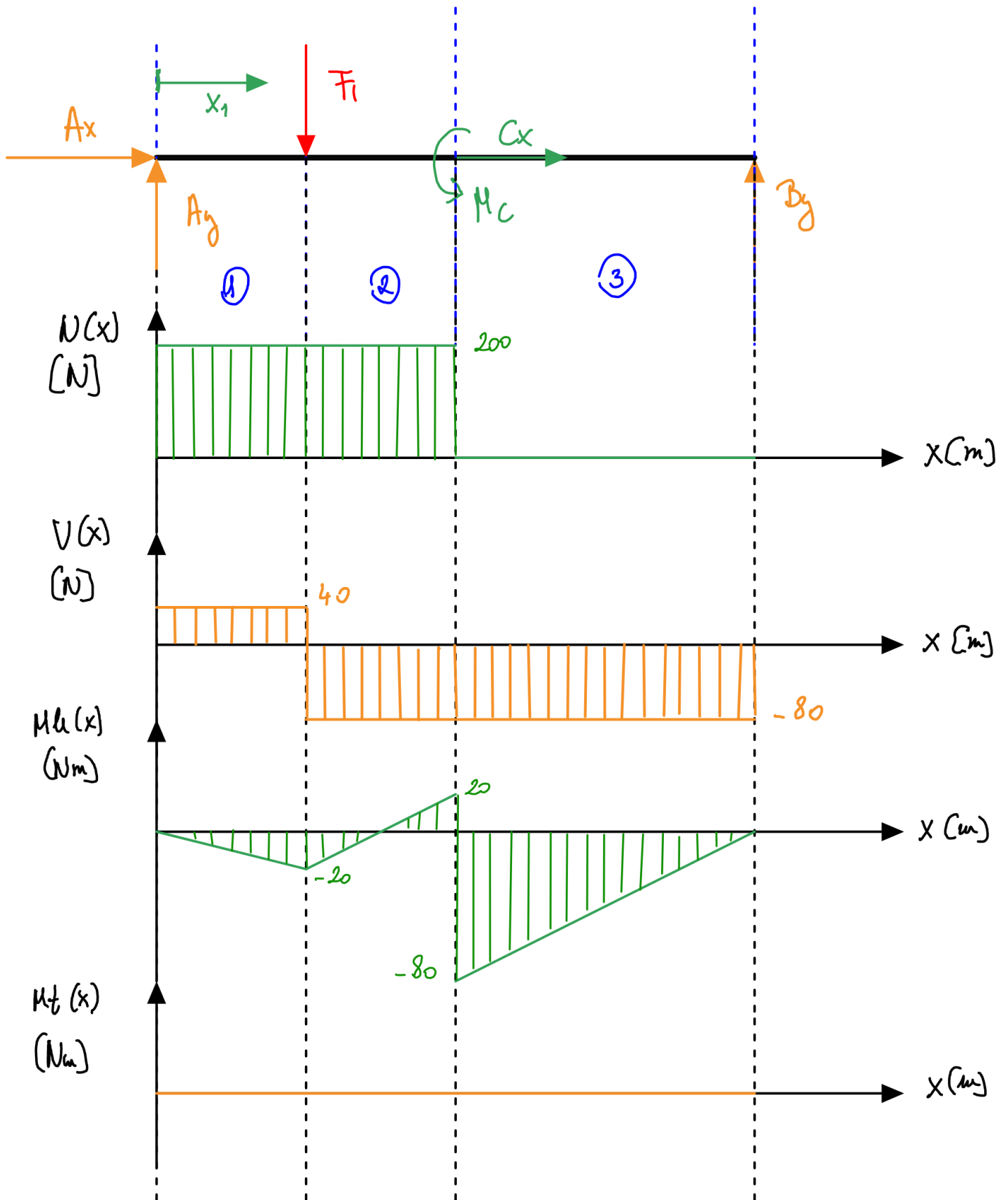
$\hookrightarrow M_k(x)$ – lineáris

$$M_{k1}'(x_1) = -A_y = -V_1(x) \checkmark$$

$$M_{k2}'(x_1) = -A_y + F_1 = -V_2(x) \checkmark$$

$$M_{k3}'(x_1) = -A_y + F_1 = -V_3(x)$$

Ígénybevételi ábraék (1) és níd



$$M_{h1}(a-) = -A_y \cdot a = -20 \text{ Nm}$$

$$M_{h2}(a+) = -A_y a + F_1(a-a) = -20 \text{ Nm}$$

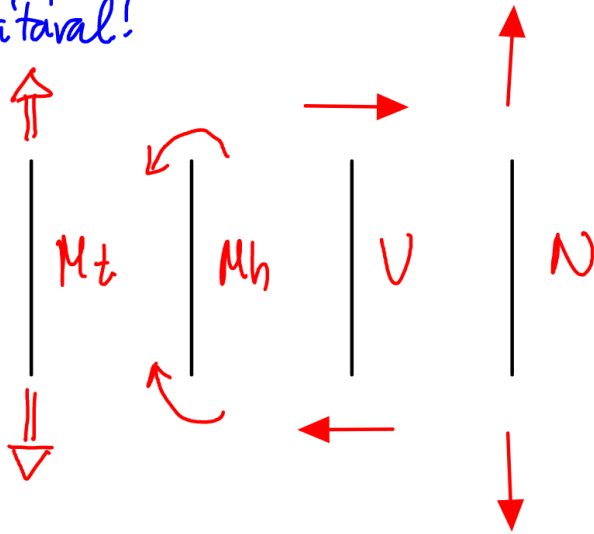
$$M_{h2}(2a-) = -A_y 2a + F_1(2a-a) = 20 \text{ Nm}$$

$$M_{h3}(2a+) = -A_y 2a + F_1(2a-a) + M_c = -80 \text{ Nm}$$

$$M_{h3}(4a) = \dots = 0 \text{ Nm}$$

Igénybevételek ábrái és függvények - (2)es mál

Fontos, hogy az előjel konvenció is együtt fusson a mértékegységi koordinátával!



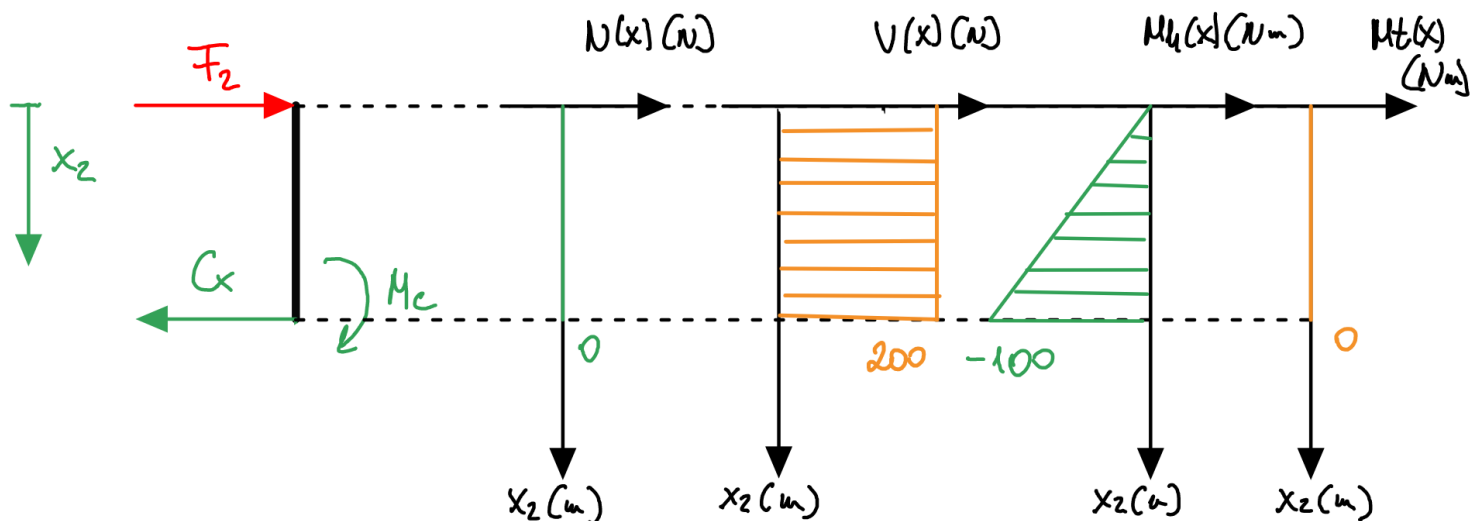
A függvények:

$$N(x_2) = 0$$

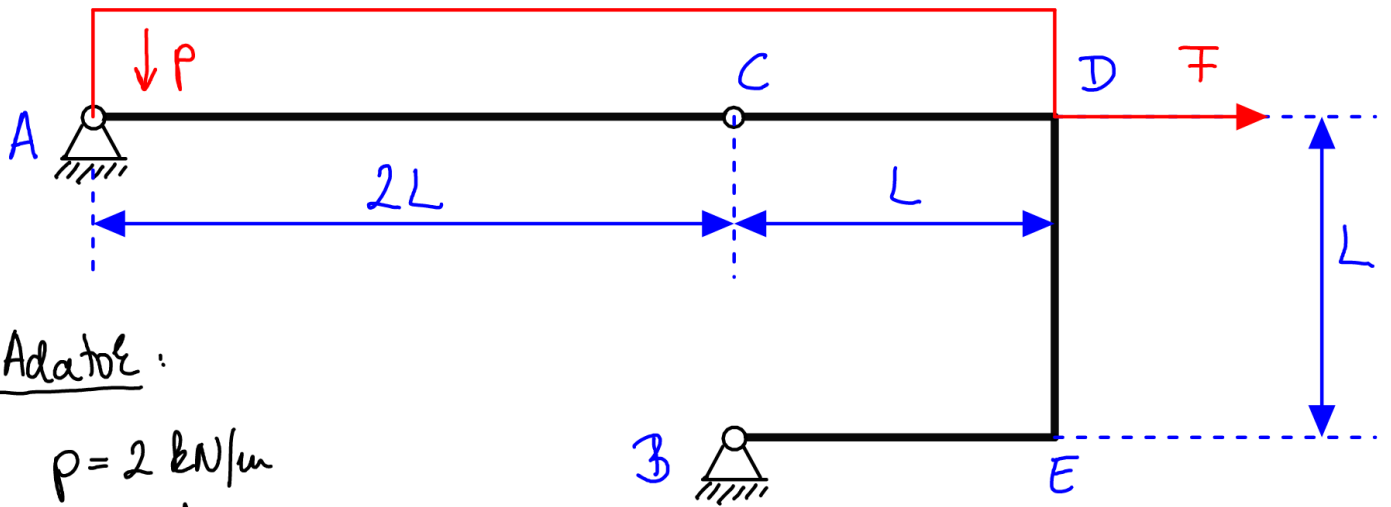
$$V(x_2) = F_2 = 200$$

$$M_h(x_2) = -F_2 x_2 = -200 x_2 \quad \text{m-ben}$$

$$M_t(x_2) = 0$$



2. feladat Határozzuk meg az alábbi tartó igénybevételei ábráit!



Adatok:

$$p = 2 \text{ kN/m}$$

$$F = 2 \text{ kN}$$

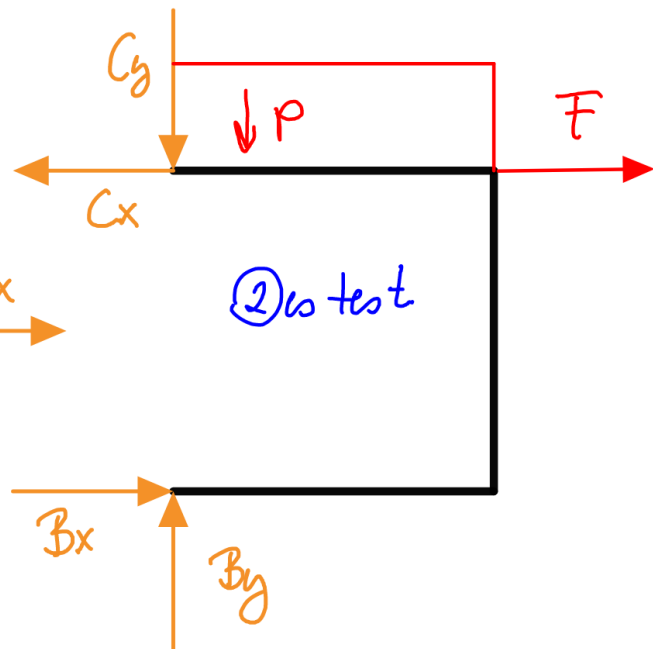
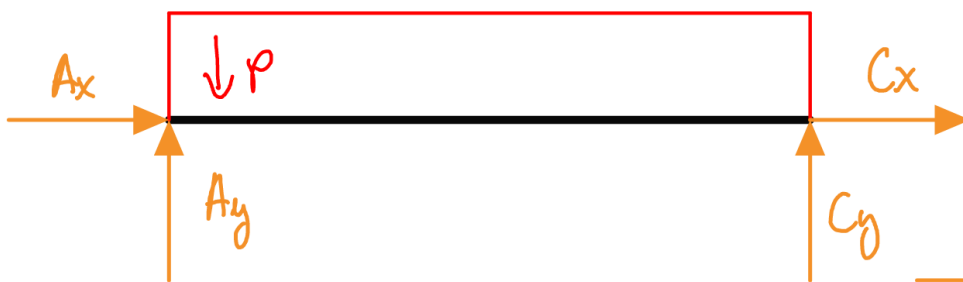
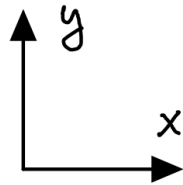
$$L = 1 \text{ m}$$

Reakcióknál kiszámítása: 2 db csukló \rightarrow 4 db reakció

\hookrightarrow Részekre bontás elve

SZTA'

①-es test



Ismeretlenek: $A_x, A_y, B_x, B_y, C_x, C_y$

\hookrightarrow Egyenletek \rightarrow 2 x 3 db egyenlőség egyenlet

1-es test

$$\sum F_x = 0: A_x + C_x = 0$$

$$\sum F_y = 0: A_y + C_y - p \cdot 2L = 0$$

$$\sum M_C = 0: -A_y \cdot 2L + p \cdot 2L^2 = 0$$

$$\hookrightarrow A_y = \frac{p \cdot 2L^2}{2L} = pL = \underline{\underline{2 \text{ kN}}} \quad (\uparrow)$$

$$\hookrightarrow C_y = p \cdot 2L - A_y = \underline{\underline{2 \text{ kN}}}$$

$$\hookrightarrow B_x = \frac{pL^2}{\frac{L}{2}} = \frac{pL}{2} = \underline{\underline{1 \text{ kN}}} \quad (\rightarrow)$$

$$\hookrightarrow C_x = B_x + F = \underline{\underline{3 \text{ kN}}}$$

$$\hookrightarrow A_x = -C_x = \underline{\underline{-3 \text{ kN}}} \quad (\leftarrow)$$

$$\hookrightarrow B_y = pL + C_y = \underline{\underline{4 \text{ kN}}} \quad (\uparrow)$$

2-es test

$$\sum F_x = 0: B_x + F - C_x = 0$$

$$\sum F_y = 0: B_y - C_y - pL = 0$$

$$\sum M_C = 0: -p \frac{L^2}{2} + B_x L = 0$$

$$\underline{\underline{A = \begin{bmatrix} -3 \\ 2 \end{bmatrix} \text{ kN}}}$$

$$\underline{\underline{B = \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \end{bmatrix} \text{ kN}}}$$

megjegyzések

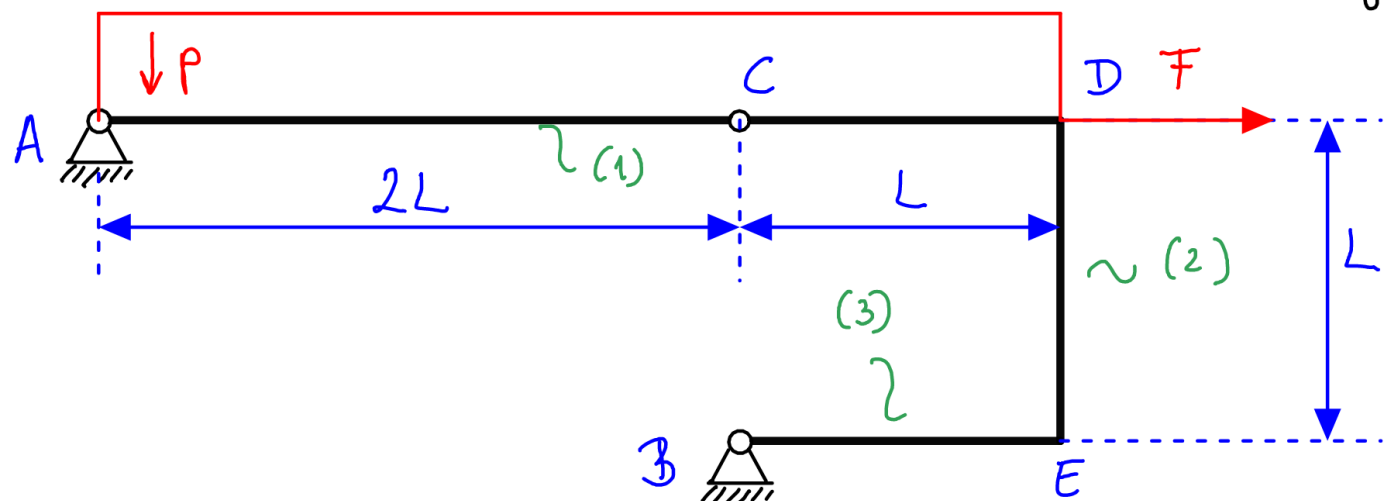
Hány szakaszra kell bontani a tartót?

- A vízszintes szakaszt lehet egyben kezelni \rightarrow C pontban

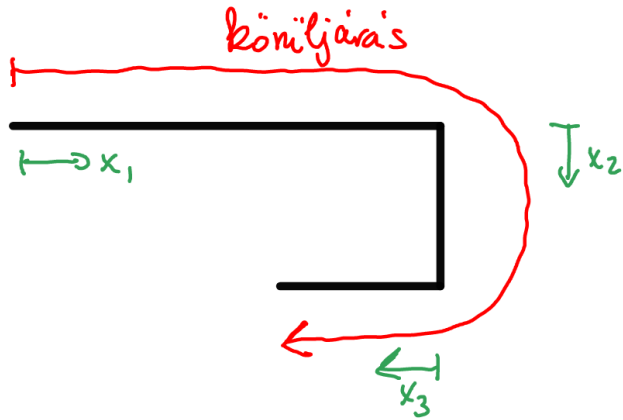
- Ahol "törik" a rúd, ott új szakaszt kell indítani

$$\boxed{M_k = 0}$$

\hookrightarrow új koordináta

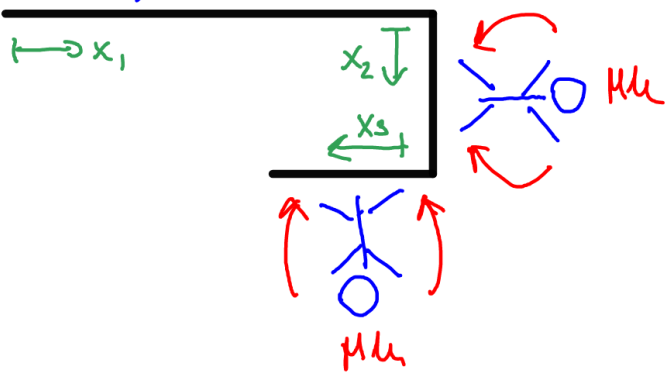
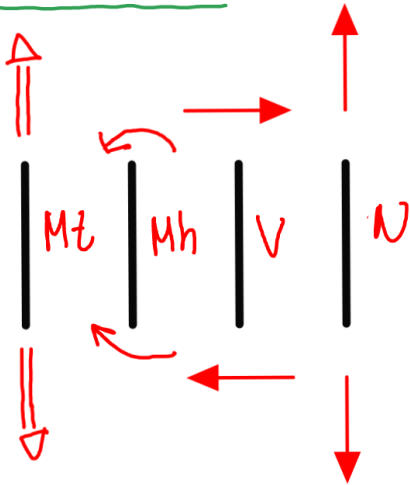


Elojelkavencio'

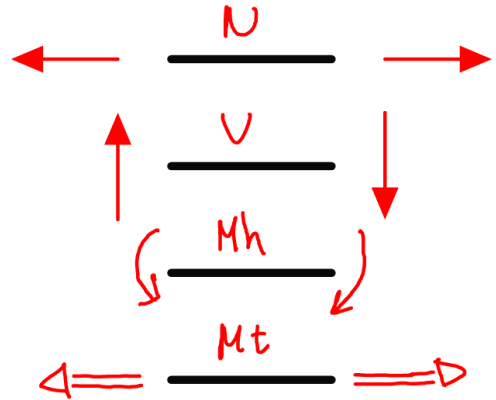


Az előjelkavenciók is „főnyvák” a körjárá'snak megfelelően

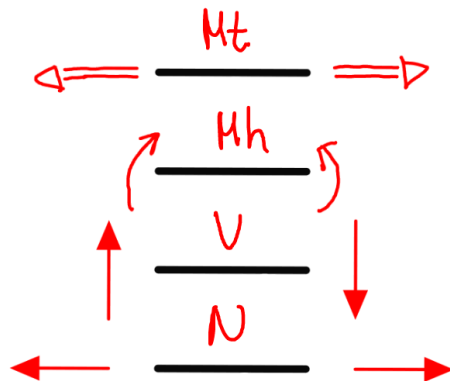
2-es szakasz



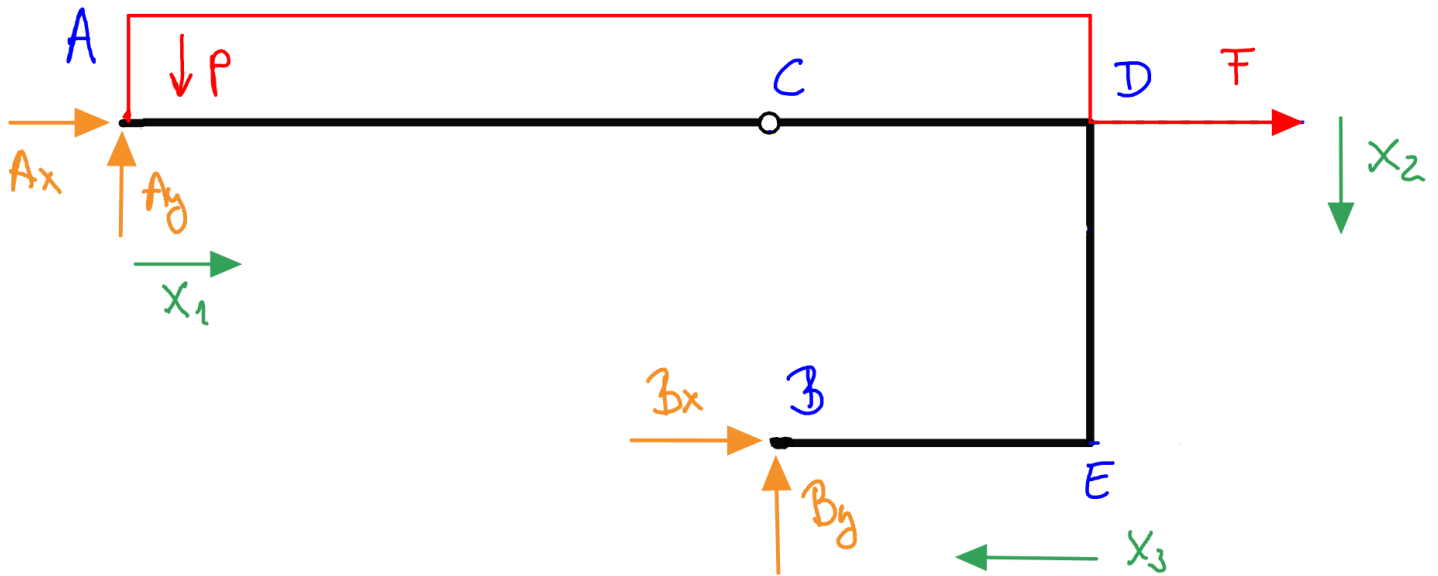
Elojelkavencio'



3-as szakasz



Igénybeveteli függvények:



①
 $0 < x_1 < 3L$

②
 $0 < x_2 < L$

③
 $0 < x_3 < L$

N

$$N_1(x_1) = -Ax = 3 \text{ kN}$$

$$N_2(x_2) = Ay - p \cdot 3L = -4 \text{ kN}$$

$$N_3(x_3) = -Bx = -1 \text{ kN}$$

V

$$V_1(x_1) = Ay - p x_1 = 2 - 2x_1 \text{ kN}$$

↖ méterben

$$V_2(x_2) = Ax + F = -1 \text{ kN}$$

$$V_3(x_3) = By = 4 \text{ kN}$$

Mh

$$Mh_1(x_1) = -Ay x_1 + p \frac{x_1^2}{2} = x_1^2 - 2x_1 \text{ kNm}$$

↗ méterben

$$Mh_2(x_2) = -Ax \cdot x_2 - Ay \cdot 3L + p \frac{(3L)^2}{2} - F x_2 = x_2 + 3 \text{ kNm}$$

↖ méterben

$$Mh_3(x_3) = By(L - x_3) = 4 - 4x_3 \text{ kNm}$$

↗ méterben

Mt

0

0

0

Igénybevételi ábra: Ut végig zérus!

①-es szakasz

