Statika - 9. hét

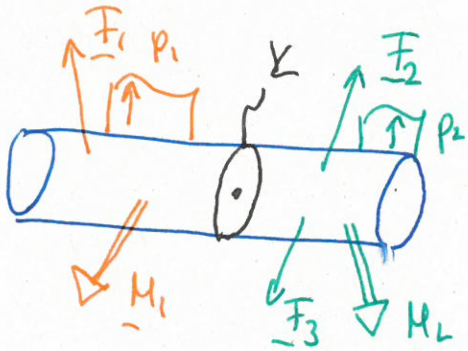
Igénybevételek

Elméleti összefoglaló:

Statika → merev test egyensúlya
minden pont egyensúlyban van
$[\underline{F}, \underline{M}_A]_A = [\underline{0}; \underline{0}]_A$

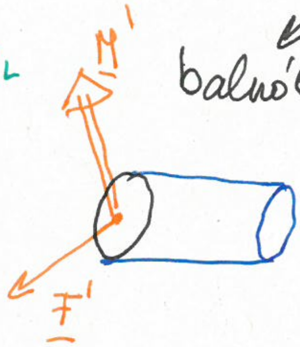
rúdmodell → geometriai modell
egyik mérete lényegesen nagyobb, mint a másik kettő
↳ egyenes v. görbe

Igénybevétel: a rúd egy adott keresztmetszetét érő erőhatás
↑ mindig keresztmetszetre értelmezzük

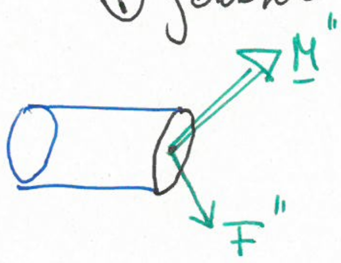


A K keresztmetszetben

balról



jobbról



$\underline{F}'$ és $\underline{M}'$ az elhagyott bal rész hatása: koncentrált erő és erőpár a km. súlypontjában

$\underline{F}''$ és $\underline{M}''$ az elhagyott jobb rész hatása - koncentrált erő és erőpár a km súlypontjában

Az igénybevétel a km. egyik oldalán lévő erőrendszernek a km. súlypontjára számított redukáltja!

↳ erő → $\underline{N} + \underline{V} = \underline{F}$

$\underline{N}$: normálerő (rúdirányú)

$\underline{V}$: nyíróerő (a rúdra merőleges, azaz a km. síkjába esik)

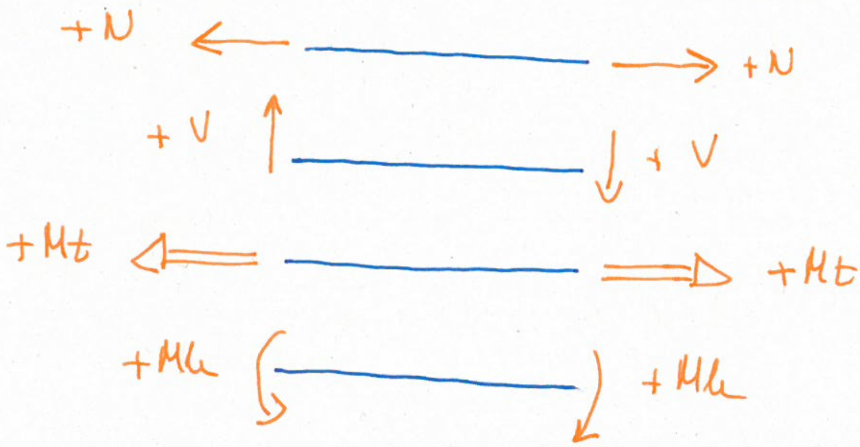
↳ nyomaték → $\underline{M} = \underline{M}_t + \underline{M}_h$

$\underline{M}_t$: csavarónyomaték (rúdirányú)

$\underline{M}_h$: hajlítónyomaték (a km. síkjába esik)

Előjelkonvenció

balról — jobbról



Igénybevételi fgvek

az igénybevételeket a rúd minden km-ére kiszámítjuk

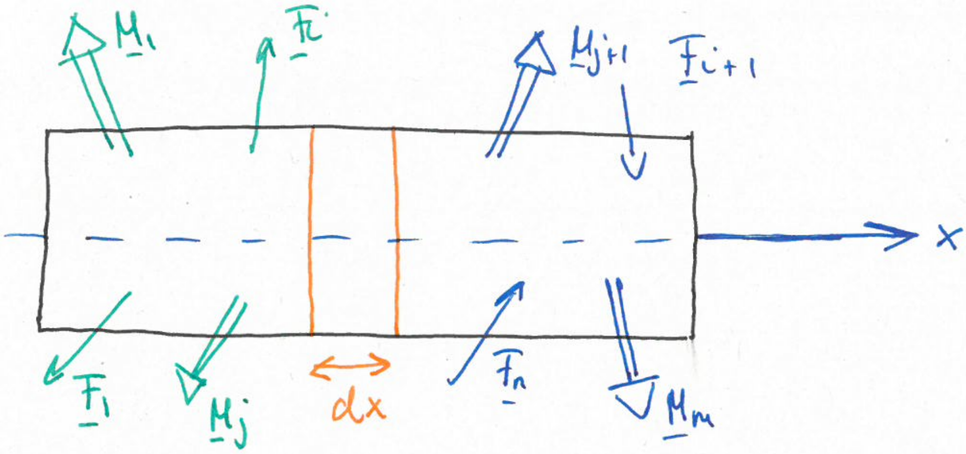
x - rúdirányú koordináta

$$\left.\begin{array}{l} N(x) \\ V(x) \\ M_t(x) \\ M_h(x) \end{array}\right\} \text{igénybevételi fgvek}$$

↓

igénybevételi ábrák

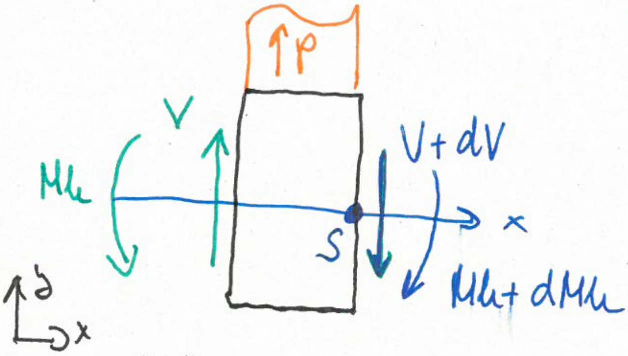
Összefüggés síkbeli rúd igénybevételi fgvei között



n db koncentrált erő
m db konc. erőpár

Vizsgáljuk meg a dx ún. „elemi rúddarab" egyensúlyát

Rajzoljuk be az elhagyott részekből származott igénybevételeket



Most csak a p(x) megoszló terhelés, V nyíróerő és Mh hajlítónyomaték közötti összefüggést vizsgáljuk!

Erőegyensúly:

$$\sum F_y = 0 \qquad V-(V+dV)+p\,dx=0$$

$$\frac{dV}{dx} = \boxed{V'(x) = p(x)}$$

nyomatéki egyensúly

$$\overset{\curvearrowleft}{\sum} M_S = 0 \qquad M_h - V\,dx - p\cdot dx\cdot\frac{dx}{2} - (M_h + dM_h) = 0$$

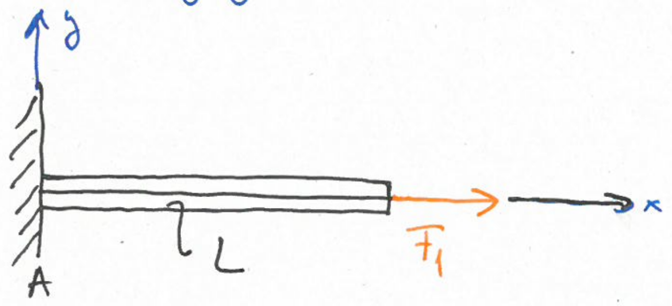
$$dM_h = -V\,dx - p\,\frac{dx^2}{2}$$

elhanyagolható

$$\frac{dM_h}{dx} = \boxed{M_h'(x) = -V(x)}$$

1. feladat

Határozzuk meg az igénybevételi függvényeket és az igénybevételi ábrákat!



Fontos, hogy a teljes erőrendszert ismerni kell ott, ahol elhagyjuk a rudat

jobbról: F_1 ismert ✓

balról: reakció erők

⇓

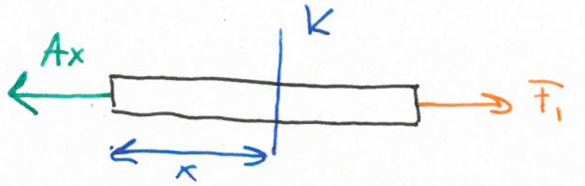
számolni kell

$A_x = F_1$ (←)

$A_y = 0$

$M_A = 0$

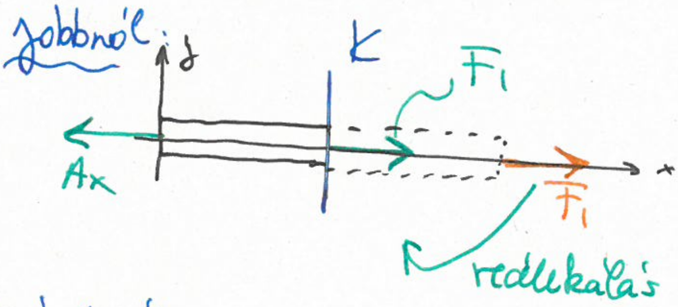
SZTÁ



Válasszunk egy tetszőleges keresztmetszetet ⇒ K

ennek legyen x a távolsága a rúd elejétől (x-koordinátájú km)

Redukáljunk

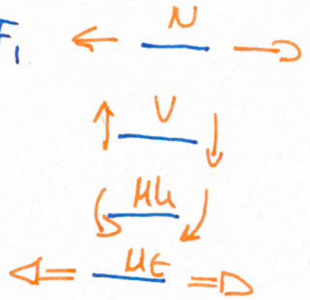


$N(x) = +F_1$

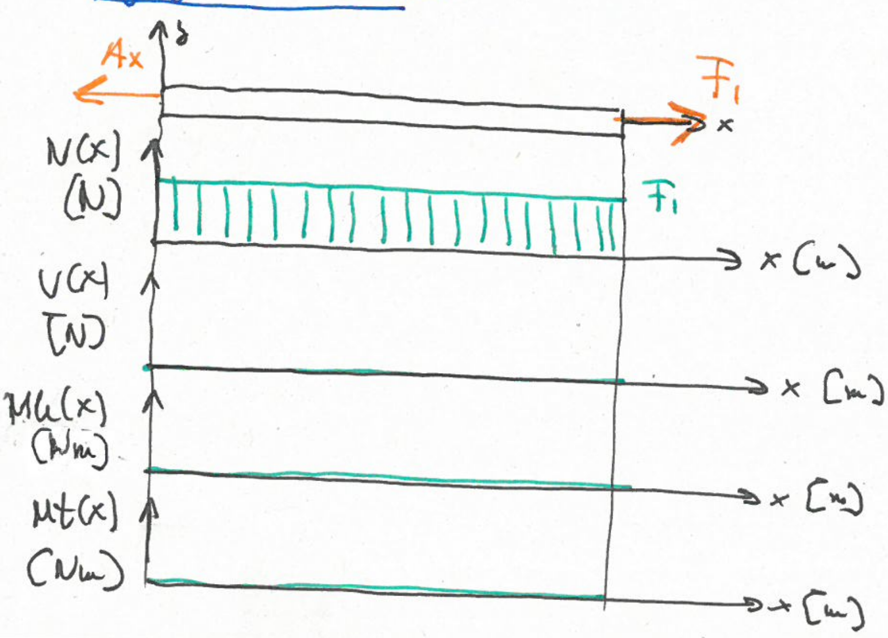
$V(x) = 0$

$M_h(x) = 0$

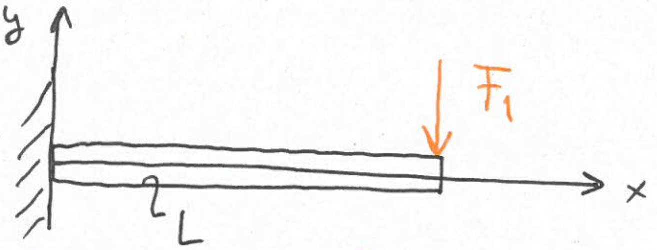
$M_t(x) = 0$



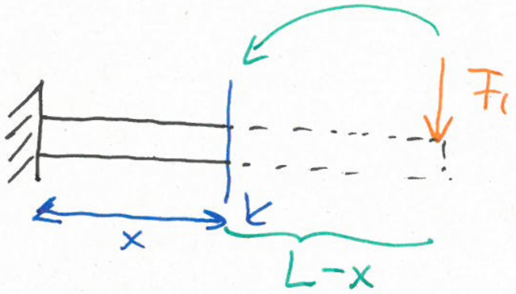
Igénybevételi ábrák



2. feladat Határozzuk meg az igénybevételi függvényeket és rajzoljuk fel az igénybevételi ábrákat!



az egyszerűség kedvéért jobbról megyek!



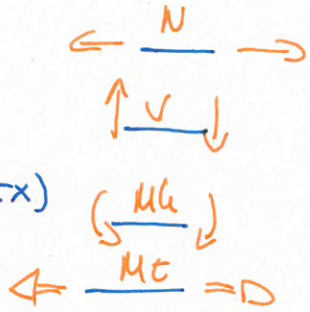
Redukálom:

$N(x) = 0$

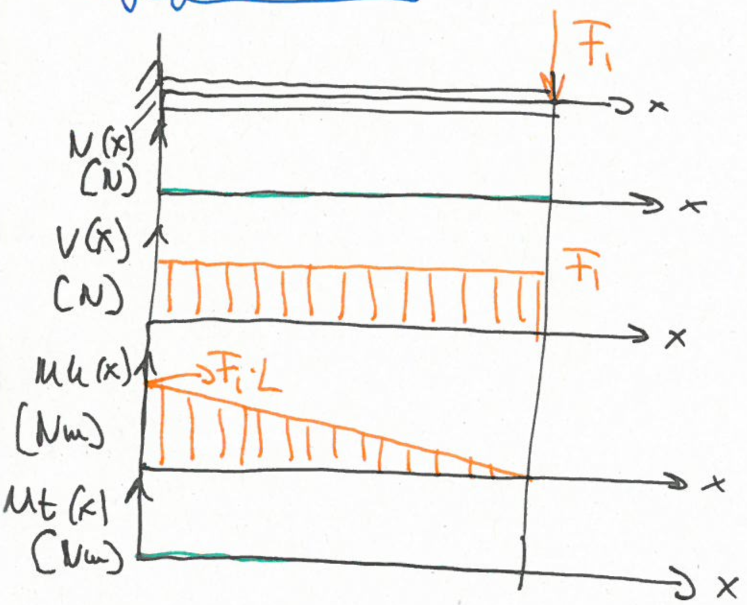
$V(x) = +F_1$

$M_h(x) = F_1(L-x)$

$M_t(x) = 0$



Igénybevételi ábrák

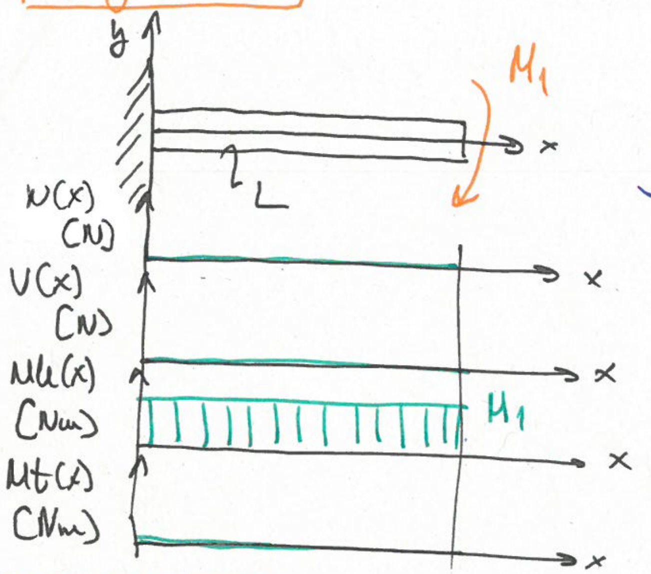


$M_h(0) = F_1 \cdot L$

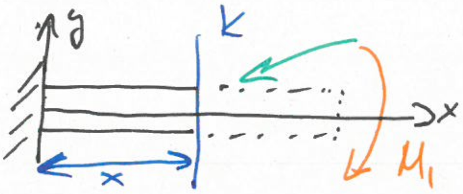
$M_h(L) = 0$

$M_h'(x) = \underbrace{-F_1 = -V(x)}_{\text{Tényleg igaz!}}$

3. feladat



Redukáljuk! jobbról



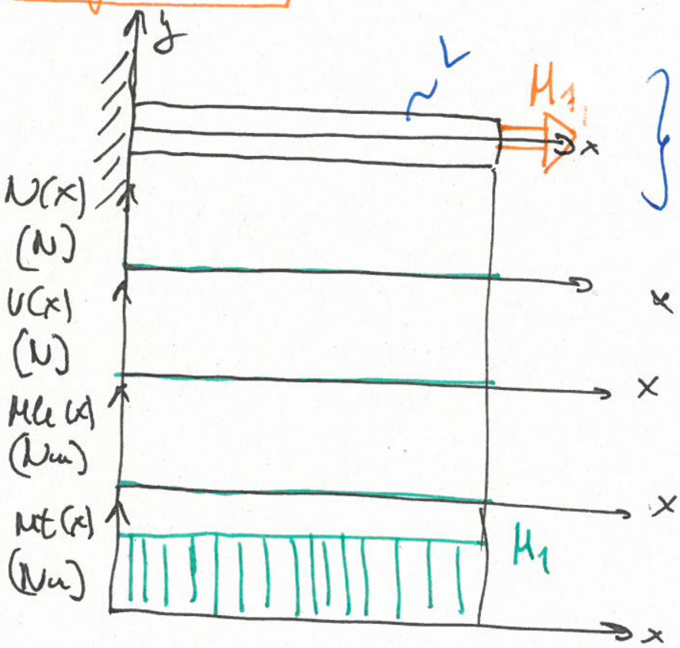
$N(x) = 0$

$V(x) = 0$

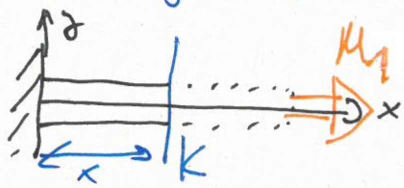
$Mh(x) = M_1$

$Mt(x) = 0$

4. feladat



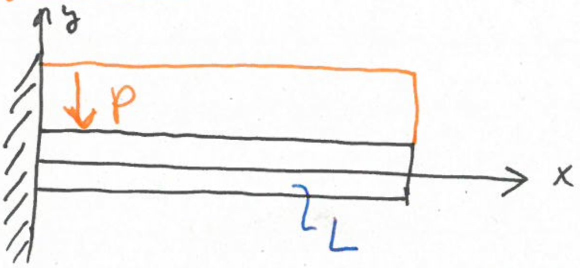
Redukáljuk jobbról



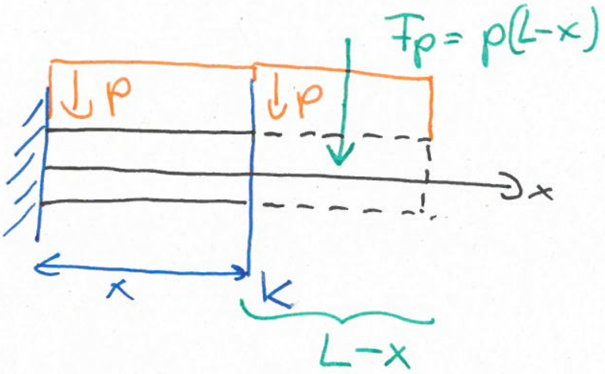
$N(x) = 0$; $V(x) = 0$; $Mh(x) = 0$

$Mt(x) = M_1$

5. feladat



Ismét jobbról redukáljunk!
Ott nincs ismeretlen reakcióerő!



A jobboldali megoszlót
$F_p = p\cdot(L-x)$
erővel helyettesítem a súlypontjában

$$N(x) = 0$$

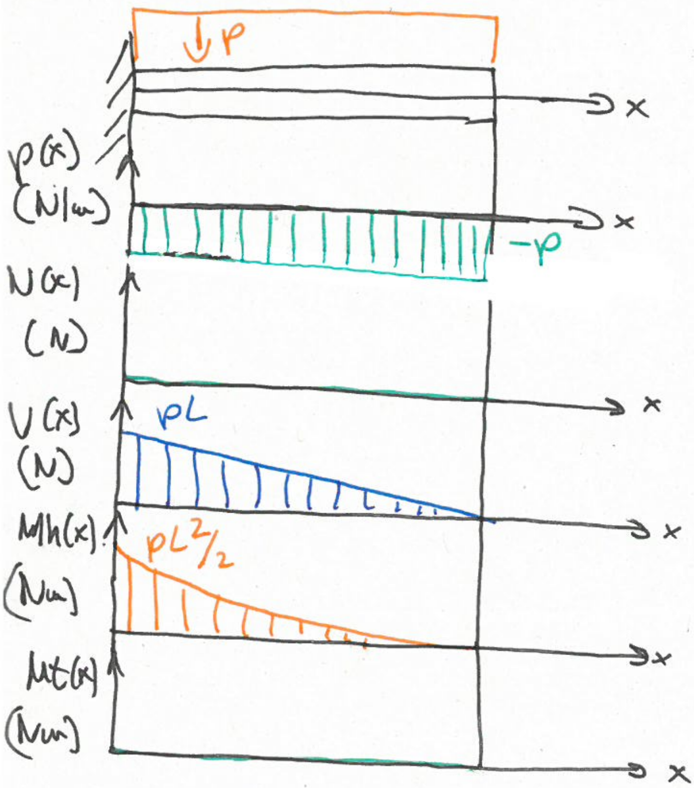
$$V(x) = p(L-x)$$

$$M_h(x) = p(L-x)\cdot\frac{(L-x)}{2} = p\frac{(L-x)^2}{2}$$

$$M_t(x) = 0$$

Igénybevételi ábrák

érdemes ilyenkor $p(x)$-et is felrajzolni
ez nem igénybevétel!!



$V(0) = pL$; $V(L) = 0$

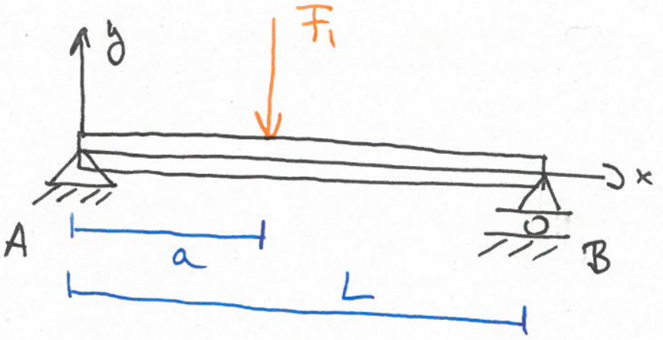
$V'(x) = -p = p(x)$ ✓

$M_h(0) = \frac{pL^2}{2}$; $M_h(L) = 0$

parabola

$M_h'(x) = -p(L-x) = -V(x)$ ✓

6. feladat



Adatok:

$F_1 = 4\ kN$

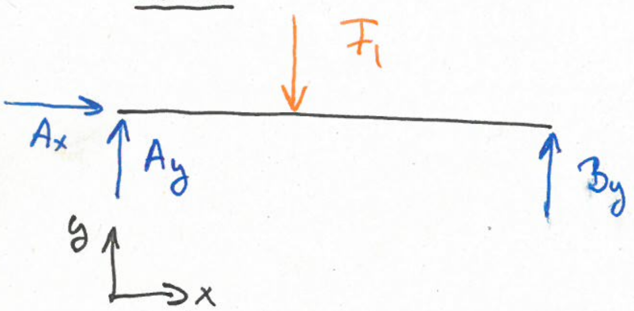
$a = 0{,}4\ m$

$L = 1\ m$

I. Reakcióerők számítása:

(Se jobbról se balról nem tudunk haladni ⇒ ismeretlen reakciók)

SZTÁ



$\sum F_x = 0 \quad \boxed{A_x = 0}$

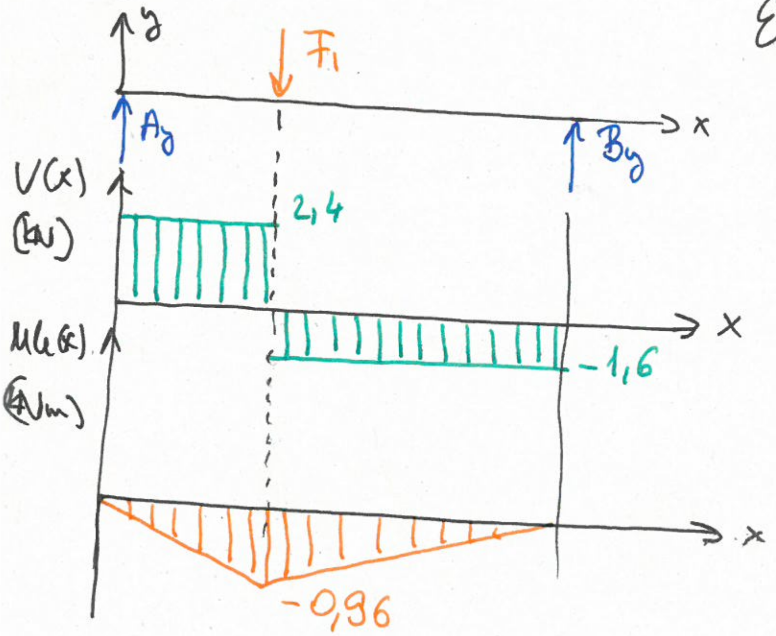
$\sum F_y = 0 \quad A_y - F_1 + B_y = 0$

$\sum M_A = 0 \quad -F_1 a + B_y L = 0$

$B_y = \frac{F_1 \cdot a}{L} = \underline{\underline{1{,}6\ kN}}\ (\uparrow)$

$A_y = F_1 - B_y = 2{,}4\ kN\ (\uparrow)$

Igénybevételi ábrák



Elég csak a nemzérus igénybevételt feltüntetni:

$V(x)$ és $M_h(x)$

$V(0) = A_y$

$V(a)_- = A_y$

$V(a)_+ = A_y - F_1$

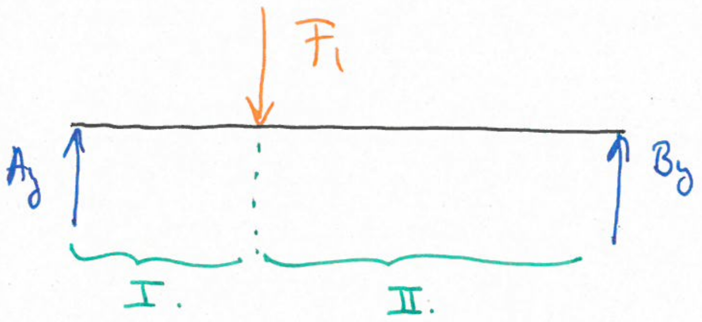
$V(L) = A_y - F_1 = -B_y$

$M_h(0) = 0$

$M_h(a) = -A_y \cdot a = -0{,}96\ kNm$

$M_h(L) = -A_y \cdot L + F_1 \cdot (L-a) = 0$

Igénybevételi függvények



Két szakaszra kell osztani

I. $0 < x < a$

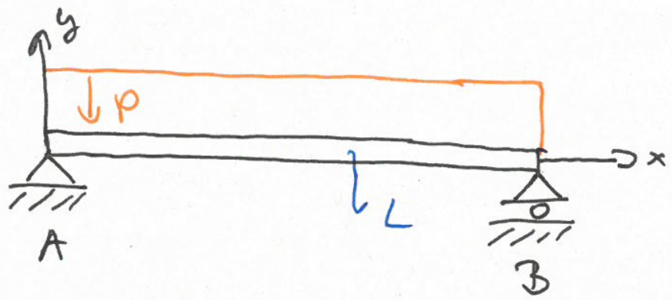
II. $a < x < L$

	I. szakasz $0 < x < a$	II. szakasz $a < x < L$
$V(x)$	$V_1(x) = A_y = \underline{\underline{2,4\ kN}}$	$V_2(x) = A_y - F_1 = -B_y = \underline{\underline{-1,6\ kN}}$
$M_h(x)$	$M_{h1}(x) = -A_y \cdot x = -2,4\,x$ (méterben)	$M_{h2}(x) = -A_y \cdot x + F_1\,(x-a)$ vagy jobbról $M_{h2}(x) = -B_y\,(L-x) = -1,6 + 1,6\,x$ (méterben)

$M_{h1}'(x) = -A_y = -V_1(x)$ ✓

$M_{h2}'(x) = -A_y + F_1 = -V_2(x)$ ✓

7. feladat

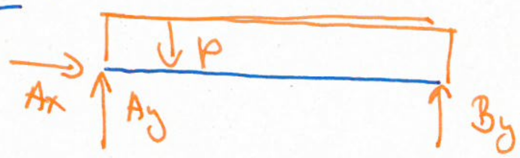


Adatok:

$p = 4\ kN/m$

$L = 1\ m$

Reakciók:



$\sum F_x = 0 \quad A_x = 0$

$\sum F_y = 0 \quad A_y + B_y - pL = 0$

$\curvearrowleft \sum M_A = 0 \quad -\frac{p \cdot L^2}{2} + B_y \cdot L = 0$

$\hookrightarrow B_y = \frac{pL}{2} = \underline{\underline{2\,kN}}\ (\uparrow)$

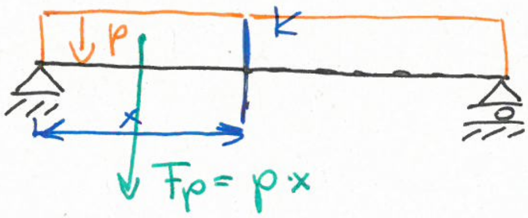
$\hookrightarrow A_y = pL - B_y = \underline{\underline{2\,kN}}\ (\uparrow)$

Igénybevételi függvények:

$N(x) = 0$

$M_t(x) = 0$

$p(x) = -p$



$V(x) = A_y - px = 2 - 4x\ \ N$

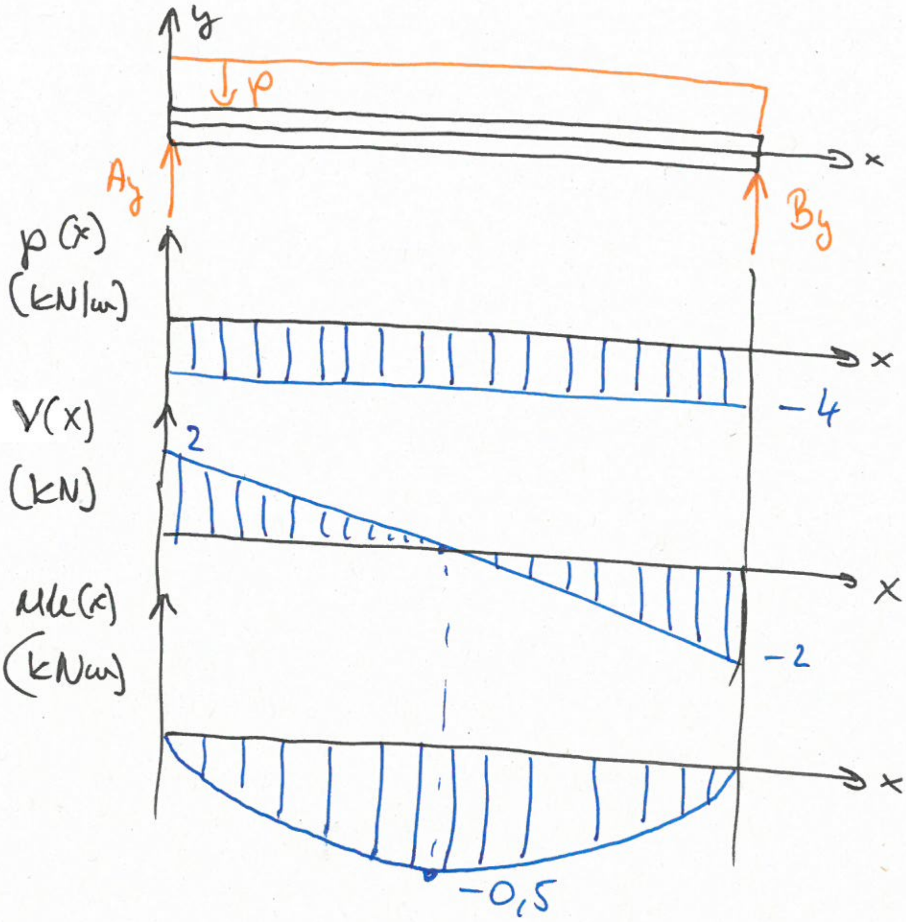
↑ méterben

$M_h(x) = \frac{px^2}{2} - A_y \cdot x = 2x^2 - 2x\ \ Nm$

Ell: $M_h'(x) = px - A_y = -V(x)$ ✓ OK!

$V'(x) = -p = p(x)$ ✓

Igénybevételi ábrák



$$V(0) = A_y$$

$$V(L) = -B_y$$

$$Mh(0) = 0$$

$$Mh(L) = 0$$

$$Mh\left(\frac{L}{2}\right) = Mh_{max}$$

$$Mh_{max} = \frac{-A_y L}{2} + \frac{pL^2}{8}$$

$$Mh_{max} = -0{,}5 \text{ kNm}$$