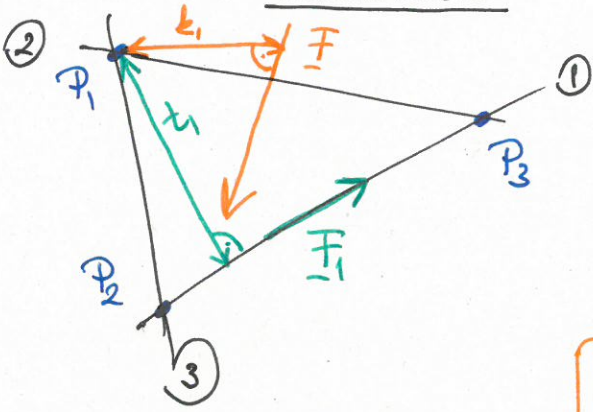
# Statika - 7. gyakorlat

## Csuklós szerkezet

### Elméleti összefoglaló:

↳ Erő felbontása 3 komponensre:

I. Számítással

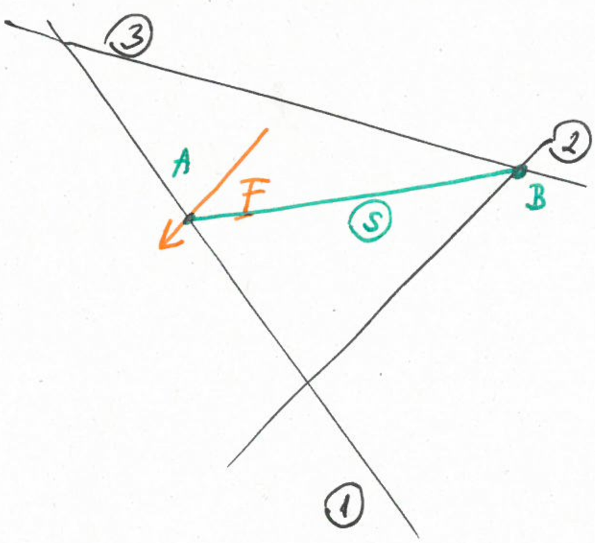


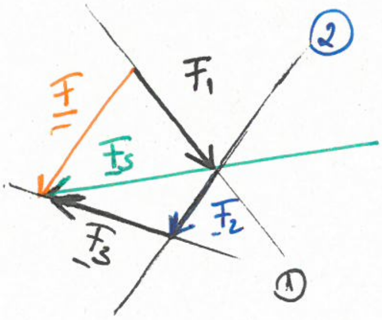

$$F_1 = \frac{-F k_1}{t_1}$$

Fontos, hogy mindig kell ábra a nyomaték felírásához!

Feltétel, hogy páronként metszék egymást az egyenesek!

II. Szerkesztéssel

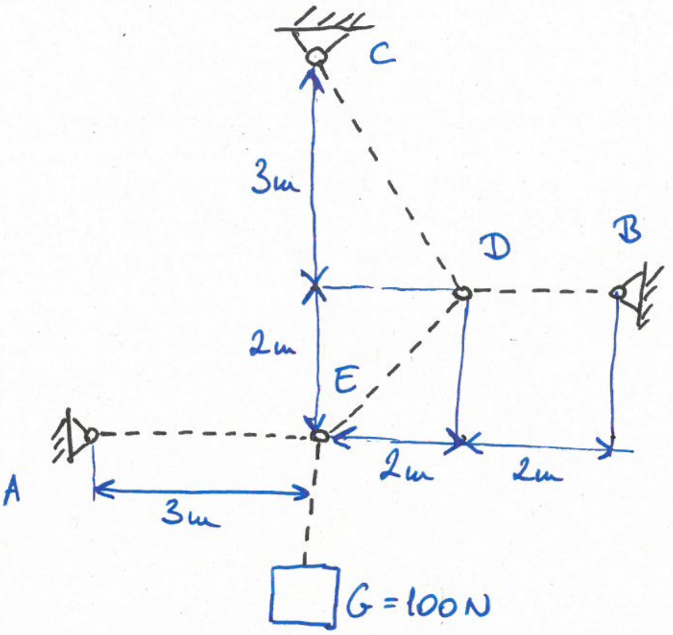



Mire lesz ez jó? → Négy erő egyensúlya

Adott $F$ terhelés és 3 vele egyensúlyt tartó erő hatásvonala. → Hasonló szerkesztési lépések, mindig záródó vektorháromszögek!

**1. feladat** A $G=100\ N$ súlyt az ábrán látható kötélszerkezet tartja. Az E és D karikákhoz három kötél kapcsolódik. Határozzuk meg a reakcióerőket!



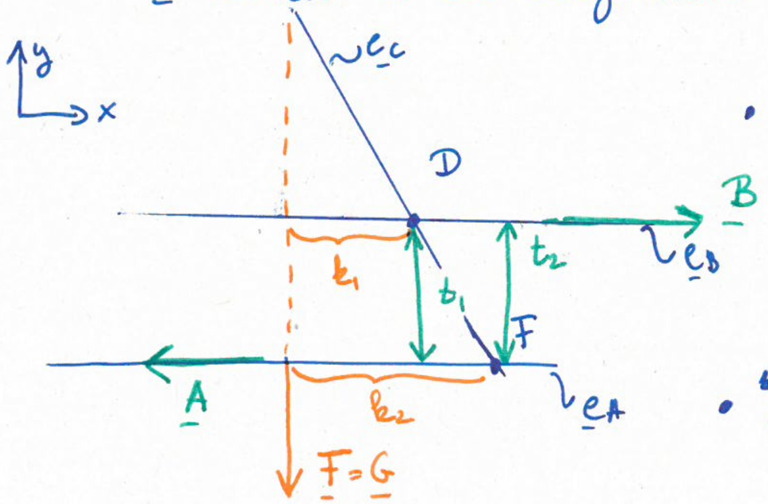

## Megoldás lépései

1) Ritter-féle számítás
2) Cullmann-féle szerkesztés
3) Csuklók → rácsos szerkezet

## ① Ritter-féle számítás:

A reakció → $\overline{AE}$ irányú lehet
B reakció → $\overline{BD}$ irányú lehet
C reakció → $\overline{CD}$ irányú lehet

} ismert az erők hatásvonala → 4 erő egyensúlya




• $\curvearrowleft \sum M_D = k_1 F - A \cdot t_1 = 0$

$$A = \frac{k_1 F}{t_1} = \underline{\underline{100N}}$$

$k_1 = 2m$
$t_1 = 2m$

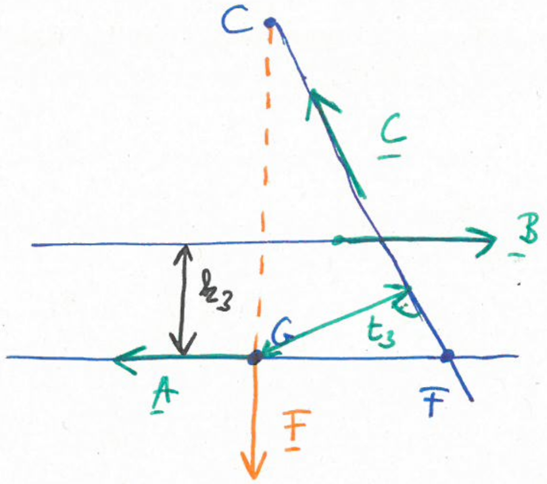
• $\curvearrowleft \sum M_F = k_2 \cdot F - B \cdot t_2 = 0$

$k_2$ → hasonló háromszögekből

$$\frac{k_1}{3} = \frac{k_2}{5} \rightarrow k_2 = \frac{5}{3} \cdot k_1 = \underline{\underline{\frac{10}{3}\ m}}$$

$t_2 = 2m$

$$B = \frac{F \cdot k_2}{t_2} = \frac{F \cdot 10}{6} = \underline{\underline{166{,}67N}}$$




A és B már ismert

• $\circlearrowleft \sum M_G = 0$

$$-k_3 B + t_3 C = 0$$

$$k_3 = 2\,m$$

$t_3$ a GFC derékszögű háromszögből

$$\overline{CF} = 5\,m$$

$$\overline{GF} = \frac{10}{3}\,m$$

$$\overline{CF} = \sqrt{\overline{GF}^2 + \overline{CG}^2} = 6{,}01\,m$$

$$T_{GFC\triangle} = \frac{\overline{CG} \cdot \overline{GF}}{2} = \frac{\overline{CF} \cdot t_3}{2} \rightarrow t_3 = \frac{\overline{CG} \cdot \overline{GF}}{\overline{CF}} = \underline{\underline{2{,}77\,m}}$$

Visszaírva: $C = \dfrac{k_3 \cdot B}{t_3} = \underline{\underline{120{,}31\,N}}$

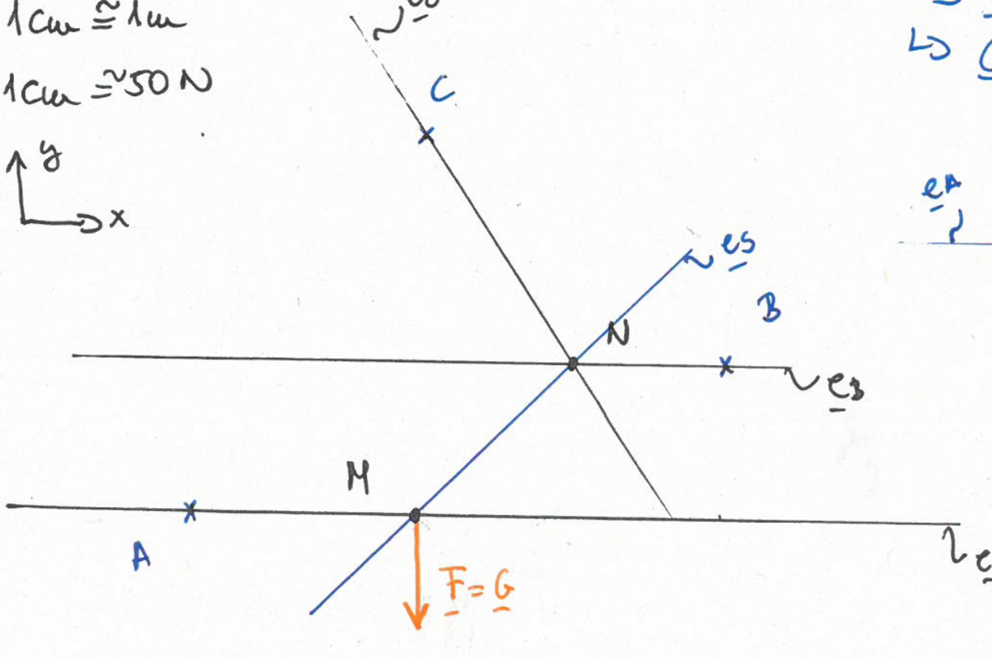
② Szerkesztéssel

1) 2-2 erő hatásvonalainak metszéspontja (N és M)
2) $\overline{NM}$ → S segéderő hatásvonala ($e_S$)
3) Alul ismert F → vektorháromszög → A reakció
→ S segéderő
4) A másik vektorháromszögből (ebben S ellentétes!) a másik két reakció
↳ B reakció
↳ C reakció

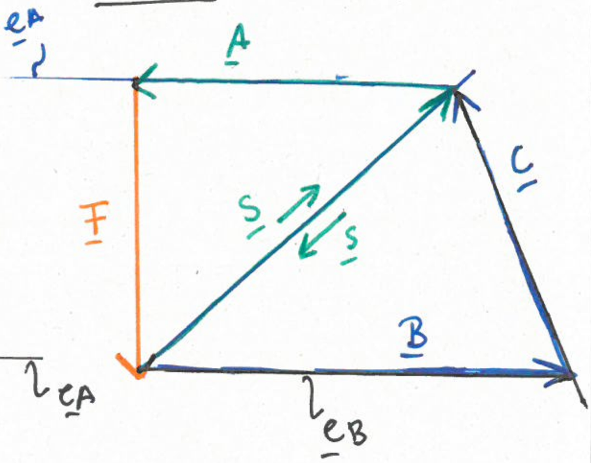
Szerkesztési ábra

1 cm ≅ 1 m

1 cm ≅ 50 N




Erőábra 1 cm ≅ 25 N



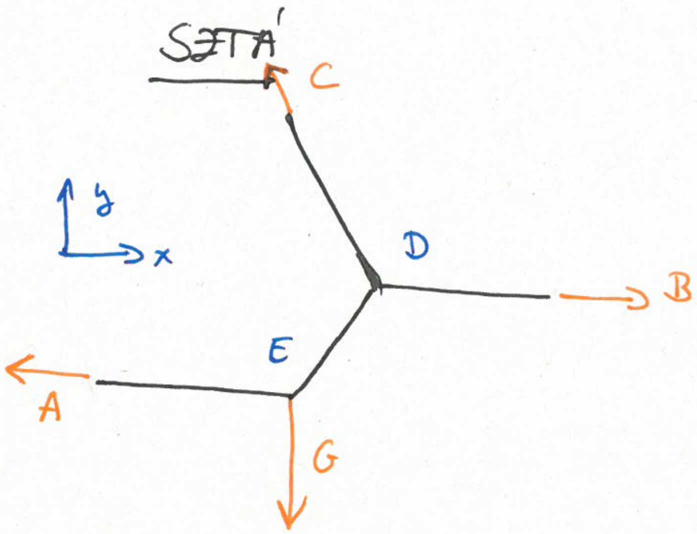
Az ábráról leolvasva:

$A = 100\,N$

$B = 166{,}67\,N$

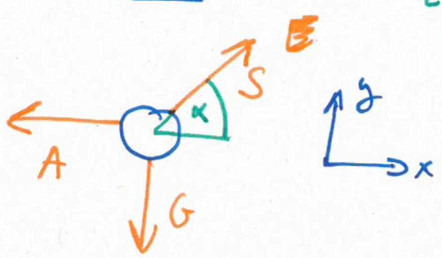
$C = 120{,}31\,N$

## ③ Rácsos szerkezetként




A reakciók csak kötélirányúak
lehetnek

### E-csukló




$tg\,\alpha = \frac{2}{2} = 1$

$\alpha = 45°$

$\sum F_x = 0 \rightarrow \; -A + S_x = 0$

$-A + S \cdot \cos\alpha = 0 \quad (1)$

$\sum F_y = 0 \rightarrow \; -G + S_y = 0$

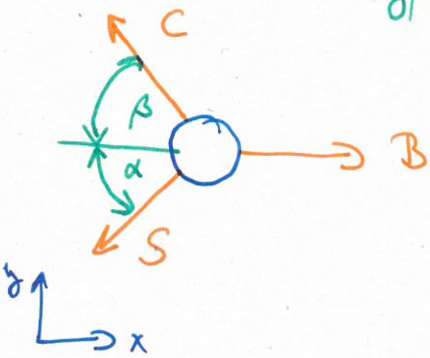
$-G + S \sin\alpha = 0 \quad (2)$

$(2): S = \frac{G}{\sin\alpha} = \underline{\underline{141{,}42\,N}}$

$(1): A = S \cdot \cos\alpha = \underline{\underline{100\,N}}$

### D-csukló

- $\alpha = 45°$
- $tg\,\beta = \frac{3}{2} \rightarrow \beta = \underline{\underline{56{,}31°}}$




$\sum F_x = 0 \rightarrow \; B - S_x - C_x = 0$

$B - S \cdot \cos\alpha - C \cdot \cos\beta = 0 \quad (1)$

$\sum F_y = 0 \rightarrow \; C_y - S_y = 0$

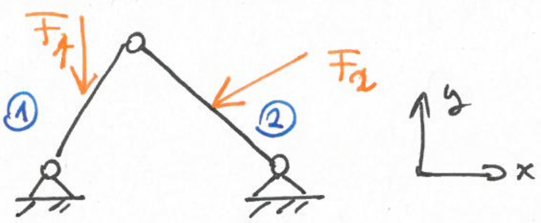
$C \cdot \sin\beta - S \sin\alpha = 0 \quad (2)$

$(2): \quad C = \frac{S \cdot \sin\alpha}{\sin\beta} = \underline{\underline{120{,}18\,N}}$

$(1): \quad B = S\cos\alpha + C\cos\beta = \underline{\underline{166{,}67\,N}}$

## Csuklós szerkezet

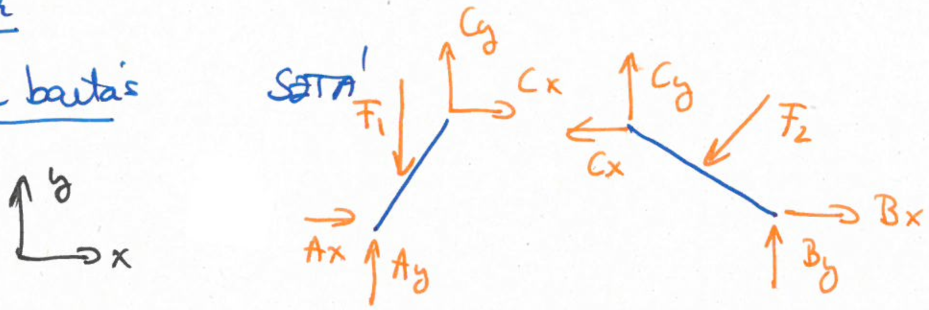
↳ Bakállvány




↳ mechanikai modell → merev rudak csuklósan kapcsolva
→ nem csak a csuklókban lehet terhelés

## Megoldási módszerek

↳ Részekre bontás

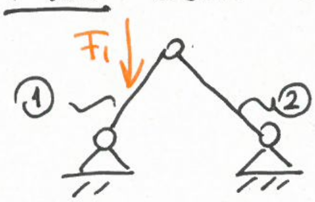



6 ismeretlen: $A_x, A_y, B_x, B_y, C_x, C_y$

2 × 3db egyensúlyi egyenlet → 6 egyenlet ✓ ok.

↳ Szuperpozíció. a külső erőket két részben vizsgálom

1. eset Csak az ①-es rúdra ható külső erők



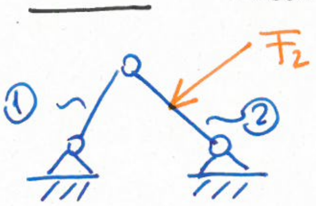

A ②-es rúd csak végein terhelt
↳ rúdirányú a terhelés

Ismeretlenek: $A_x^1, A_y^1, B_x^1, B_y^1$

de $B_x^1$ és $B_y^1$ nem független

meg lehet oldani!

2. eset: Csak ②-es rúdra ható külső erők




Most az ①-es rúdban lesz csak rúdirányú terhelés

Ismeretlenek: $\underbrace{A_x^2, A_y^2}_{\text{nem független!}}, B_x^2, B_y^2$

## Szuperpozíció elve:

A külső erők külön-külön vett hatásának összege adja az együttes hatást!

$$A_x = A_x^1 + A_x^2; \quad B_y = B_y^1 + B_y^2$$
$$A_y = A_y^1 + A_y^2; \quad B_x = B_x^1 + B_x^2$$

(Az egyensúlyi egyenletek lineáris rendszert alkotnak)

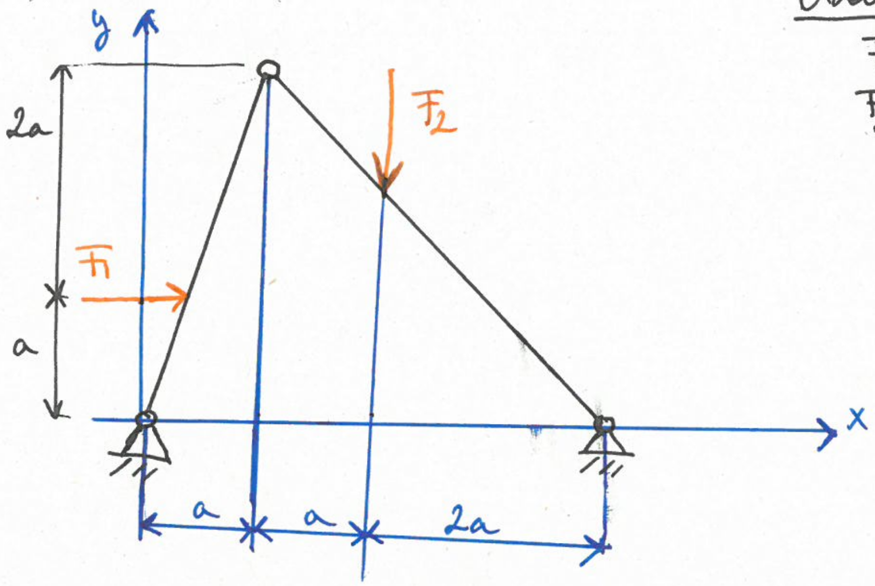
# 2. feladat

Határozzuk meg számítással és szerkesztéssel az adott baloldali állvány esetén a reakcióerőket!

Adatok:

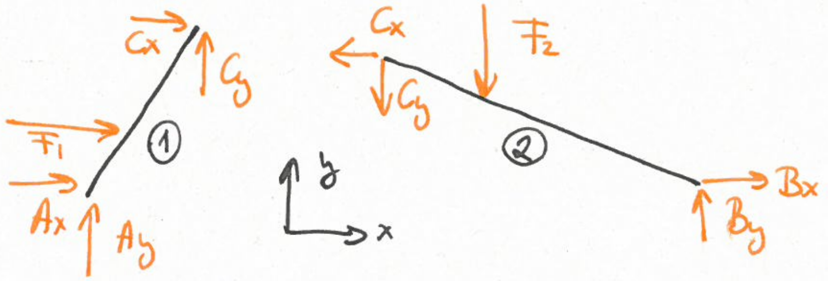
$F_1 = 300N$

$F_2 = 400N$




① Számítással → Részekre bontás

SZTA'




## Egyensúlyi egyenletek

① es rúd

$$\sum F_x = 0 \rightarrow A_x + F_1 + C_x = 0 \quad (1)$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow A_y + C_y = 0 \quad (2)$$

$$\sum M_C = 0 \rightarrow -2a F_1 - 3a A_x + a A_y = 0 \quad (3)$$

② es rúd

$$\sum F_x = 0 \rightarrow B_x - C_x = 0 \quad (4)$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow B_y - C_y - F_2 = 0 \quad (5)$$

$$\sum M_C = 0 \rightarrow -a F_2 + 3a B_y + 3a B_x = 0 \quad (6)$$

6 ismeretlen: $A_x, A_y, B_x, B_y, C_x, C_y$

6 egyenlet:

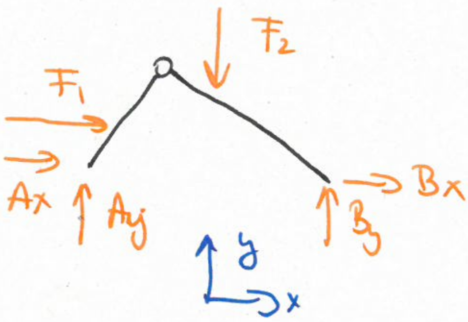
} meg lehet oldani!

Hosszú lehet a számítás

$\Downarrow$

Van, hogy a teljes szerkezetre is érdemes felírni az egyensúlyi egyenleteket:

SZTÁ:




$$\Sigma F_x = 0 \rightarrow A_x + B_x + F_1 = 0$$

$$\Sigma F_y = 0 \rightarrow A_y + B_y - F_2 = 0$$

$$\Sigma M_A = 0 \rightarrow -a F_1 - 2a F_2 + 4a B_y = 0$$

$\Downarrow$ Ebből

$$B_y = \frac{a F_1 + 2a F_2}{4a} = \frac{F_1 + 2F_2}{4}$$

$$\underline{\underline{B_y = 275 N}}$$

$$A_y = F_2 - B_y = \underline{\underline{125 N}}$$

Visszaírva a (3). egyenletbe:

$$A_x = \frac{-2a F_1 + a A_y}{3a} = \frac{-2F_1 + A_y}{3} = \underline{\underline{-158{,}333 N}}$$

Visszaírva a (6). egyenletbe

$$B_x = \frac{a F_2 - 3a B_y}{3a} = \frac{F_2 - 3B_y}{3} = \underline{\underline{-141{,}667 N}}$$

A $C_x$ a (4). egyenletből

$$C_x = B_x = \underline{\underline{-141{,}667 N}}$$

A $C_y$ pedig a (2) egyenletből

$$C_y = -A_y = \underline{\underline{-125 N}}$$

## Szerkesztéssel:

Szuperpozíció elve

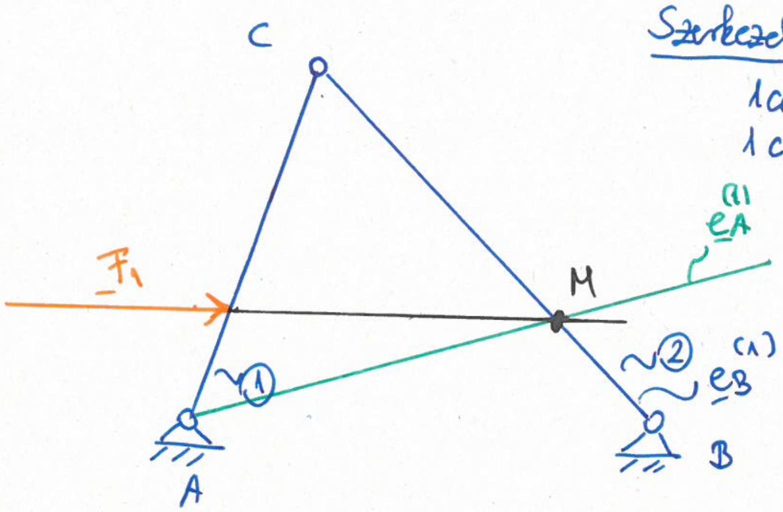
$\Downarrow$ Bontsuk két részre a feladatot!

### I. $F_2 = 0$ azaz csak $F_1$

Szerkezeti ábra

1 cm $\cong$ a

1 cm $\cong$ 100 N

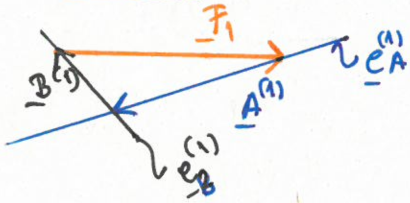



1) $e_B^{(1)}$ hatásvonala $\overline{CB}$

2) $\underline{F}_1$ és $e_B^{(1)}$ metszéspontja (M)

3) $e_A^{(1)}$ megrajzolása ($\overline{AM}$)

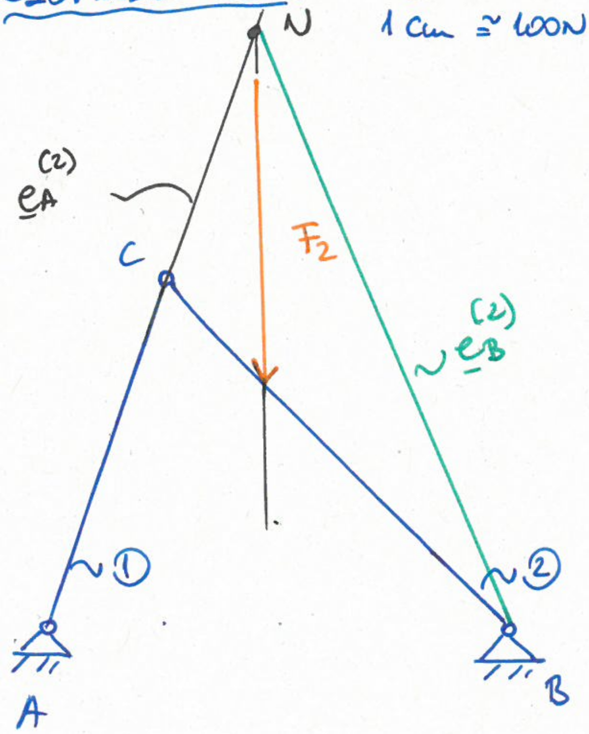
Erőábra 1 cm $\cong$ 100 N




### II. $F_1 = 0$ azaz csak $F_2$.

Szerkezeti ábra 1 cm $\cong$ a

1 cm $\cong$ 100 N



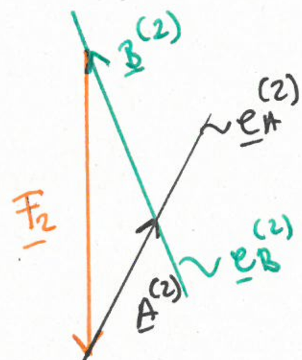

1) $e_A^{(2)}$ hatásvonala $\overline{AC}$

2) $\underline{F}_2$ és $e_A^{(2)}$ metszéspontja (N

3) $e_B^{(2)}$ hatásvonala ($\overline{BN}$)

Erőábra:

1 cm $\cong$ 100 N




Eredő: I. + II.